
ДОКЛАДЫ БГУИР

Выходит шесть раз в год

Научный журнал издается с января 2003 года

*Журнал зарегистрирован в Министерстве информации Республики Беларусь,
свидетельство о регистрации № 1087 от 23.01.2010*

Входит в Перечень научных изданий Республики Беларусь
для опубликования результатов диссертационных исследований,
включен в базу данных Российского индекса научного цитирования

Главный редактор

Вадим Анатольевич Богуш

ректор Белорусского государственного университета
информатики и радиоэлектроники

Редакционная коллегия

Л. М. Лыньков (зам. главного редактора),
В. Р. Стемпицкий (зам. главного редактора),
О. В. Бойправ (ответственный секретарь редколлегии),
М. П. Багура, В. Е. Борисенко, М. Г. Гасанов, С. В. Козлов,
В. А. Лабунов, Ю. В. Писецкий, А. С. Сигов,
А. Г. Смирнов, М. М. Татур, В. Ю. Цветков

Редакционный совет

И. И. Абрамов, В. Е. Агабеков, И. С. Азаров, А. И. Белоус, Н. В. Гапоненко,
С. В. Гапоненко, В. В. Голенков, В. Ф. Голиков, А. Л. Гурский, А. П. Достанко,
В. А. Емельянов, А. А. Иванюк, Ф. Ф. Комаров, В. К. Конопелько, А. П. Кузнецов,
А. А. Кураев, В. И. Курмашев, В. Л. Ланин, Н. И. Листопад, В. Е. Матюшков,
Ф. И. Пантелеенко, В. А. Пилипенко, С. Л. Прищепа, Н. К. Толочко,
А. А. Хмыль, В. В. Цегельник, Г. П. Яблонский, В. Н. Ярмолик

СОДЕРЖАНИЕ

ЭЛЕКТРОНИКА, РАДИОФИЗИКА, РАДИОТЕХНИКА, ИНФОРМАТИКА

Ковальчук Н. С., Демидович С. А., Власукова Л. А., Пархоменко И. Н. Управление механическими напряжениями в пленках SiN_x при осаждении из смеси $\text{SiH}_4\text{-NH}_3\text{-He}$ в индуктивно-связанной плазме	5
Кураев А. А., Матвеев В. В. Уравнения возбуждения продольно-азимутально нерегулярных волноводов с учетом конечной проводимости стенок.....	13
Муха В. С. Симметричные многомерные матрицы и их обращение	22
Галкин Я. Д., Дворников О. В., Чеховский В. А. Прецизионный преобразователь переменного напряжения в постоянное по уровню среднеквадратического значения	30

Мордачев В. И., Синькевич Е. В., Фаю Ван, Ционенко Д. А., Шакинко И. В., Дубовик А. А. Экспериментальные исследования характеристик и разработка моделей нелинейности усилителей радиочастоты диапазона FR1	39
Гринкевич А. В., Денис А. А., Марчук Т. М. Алгоритм бесконтактного контроля работоспособности элементов радиоэлектронной аппаратуры	48
Кечик Д. А., Давыдов И. Г. Зависимость значений межкомпонентных фазовых отношений гармонических составляющих вибрации от смещения несоосных валов	56
Буйлов Е. Н., Солонар А. С., Бойкачев П. В., Дубовик И. А., Кожобаева И. Б. Определение направления на источник радиоизлучения в радиопеленгаторе с пятиэлементной кольцевой антенной решеткой и суммарно-разностной обработкой	64
Янкевич Н. С. Применение теории игр при разработке алгоритма управления транспортными потоками в интеллектуальной транспортной системе	74
Радкевич А. А., Синьсинь У, Вельченко А. А., Павлюковец С. А. Математическая модель движения мобильного робота с колесами всенаправленного типа	82
Татур М. М., Игнатюк Н. С., Конигов А. Д. Методика модельно-ориентированного проектирования алгоритмов управления мобильными роботами.....	91
Лихачев А. А., Баранова М. С., Данилюк А. Л. Программная реализация методов моделирования взаимодействия электромагнитного излучения с углеродными нанокompозитами	100
Рудиков С. И., Цветков В. Ю., Шкадаревич А. П. Сжатие динамического диапазона инфракрасных изображений на основе выравнивания гистограммы с инверсией краев	108
Сергеенко А. В., Липлянин А. Ю., Хижняк А. В. Математическая модель для построения карты расположения областей, составляющих фоновую обстановку для оптико-электронных систем	116

Ответственный секретарь Т. В. Мироненко

Подписано в печать 14.02.2024. Формат бумаги 60×84%. Бумага офисная. Отпечатано на ризографе. Гарнитура Таймс.
Усл. печ. л. 14,65. Уч.-изд. л. 12,8. Тираж 70 экз. Заказ 11.

Адрес редакции: ул. П. Бровки, 6, к. 329а, г. Минск, 220013, Республика Беларусь
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
Тел.: +375 17 293-88-41. doklady@bsuir.by; http://:doklady.bsuir.by

Отпечатано в БГУИР. ЛП № 02330/264 от 24.12.2020.
220013, г. Минск, ул. П. Бровки, 6

Учредитель – учреждение образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»
Индекс для индивидуальной подписки 00787. Индекс для ведомственной подписки 007872

DOKLADY BGUIR

Published 6 times a year

The journal is being published since January, 2003

The journal was registered on January 23, 2010 by the Ministry of Information of the Republic of Belarus in the State Registry of Mass Media, reg. No 1087

The journal is included in the List of Scientific Editions for Publication of the Results of Dissertation Research in the Republic of Belarus and in the Database of Russian Science Citation Index

Editor-in-Chief

Vadim Bogush

Rector of the Belarusian State University
of Informatics and Radioelectronics

CONTENTS

ELECTRONICS, RADIOPHYSICS, RADIOENGINEERING, INFORMATICS

Koval'chuk N. S., Demidovich S. A., Vlasukova L. A., Parkhomenko I. N. Deposition of SiN _x Films with Controlled Residual Stress from SiH ₄ -NH ₃ -He Gaseous Mixture in Inductively Coupled Plasma	5
Kurayev A. A., Matveyenka V. V. Excitation Equations for Longitudinally-Azimuthally Irregular Waveguides Taking into Account the Finite of the Walls Conductivity	13
Mukha V. S. Symmetrical Multidimensional Matrices and Their Inversion	22
Galkin Y. D., Dvornikov O. V., Tchekhovski V. A. Precision RMS-to-DC Converter.....	30
Mordachev V. I., Sinkevich E. V., Fayu Wan, Tsyantenka D. A., Shakinka I. V., Dubovik A. A. Experimental Investigation of Characteristics and Development of Nonlinearity Models for FR1-Range Radio-Frequency Amplifiers.....	39
Grinkevich A. V., Denis A. A., Marchuk T. M. Algorithm for Non-Contact Monitoring of the Performance of Electronic Equipment Elements.....	48
Kechik D. A., Davydov I. G. Dependence of the Values of Inter-Component Phase Relations of the Harmonic Components of Vibration on the Displacement of Misaligned Shafts.....	56
Builou Y. N., Solonar A. S., Boykachev P. V., Dubovik I. A., Kozhabaeva I. B. Determination of the Direction to the Source of Radio Emission in a Radio Direction Finder with a Five-Element Ring Antenna Array and Total Difference Processing	64

Yankevich N. S. The Game Theory Application in the Transport Flows Control Algorithm Development in the Intelligent Transport System	74
Radkevich A. A., Wu Xinxin, Velchenko A. A., Pauliukavets S. A. Mathematical Model of Movement of a Mobile Robot with Omnidirectional Wheels	82
Tatur M. M., Ihnatsiuk M. S., Konikov A. D. Methodology for Model-Based Design of Mobile Robots Control Algorithms	91
Likhachou A. A., Baranova M. S., Danilyuk A. L. Software Implementation of Methods for Modeling the Interaction of Electromagnetic Radiation with Carbon Nanocomposites	100
Rudikov S. I., Tsviatkou V. Yu., Shkadarevich A. P. Dynamic Range Compression of Infrared Images Based on Histogram Equalization with Edge Inversion.....	108
Siarheyenka A. V., Liplianin A. Y., Khizhniak A. V. Mathematical Model for Constructing a Map of the Location of Areas that Make Up the Background Environment for Optical-Electronic Systems	116

Responsible Secretary T. Mironenka

Signed for printing 14.02.2024. Format 60×84 1/8. Office paper. Printed on a risograph. Type face Times.
Ed.-pr. l. 14,65. Ed.-ed. l. 12,8. Edition 70 copies. Order 11.

Editorial Address: P. Brovki St., 6, Off. 329a, Minsk, 220013, Republic of Belarus
Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics.
Tel.: +375 17 293-88-41. doklady@bsuir.by; http://:doklady.bsuir.by

Printed in BSUIR. License LP No 02330/264 from 24.12.2020.
220013, Minsk, P. Brovki St., 6

Founder – Educational Establishment “Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics”
Index for individual subscription 00787. Index for departmental subscription 007872

© Educational Establishment “Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics”, 2024



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-5-12>

Оригинальная статья
Original paper

УДК 539.25; 538.91; 538.97

УПРАВЛЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИМИ НАПРЯЖЕНИЯМИ В ПЛЕНКАХ SiN_x ПРИ ОСАЖДЕНИИ ИЗ СМЕСИ $\text{SiH}_4\text{-NH}_3\text{-He}$ В ИНДУКТИВНО-СВЯЗАННОЙ ПЛАЗМЕ

Н. С. КОВАЛЬЧУК¹, С. А. ДЕМИДОВИЧ¹, Л. А. ВЛАСУКОВА², И. Н. ПАРХОМЕНКО²

¹ОАО «ИНТЕГРАЛ» – управляющая компания холдинга «ИНТЕГРАЛ» (г. Минск, Республика Беларусь)

²Белорусский государственный университет (г. Минск, Республика Беларусь)

Поступила в редакцию 16.10.2023

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2024
Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2024

Аннотация. Исследованы остаточные механические напряжения в пленках SiN_x , осажженных на кремниевые подложки из смеси газов $\text{SiH}_4\text{-NH}_3\text{-He}$ в реакторе индуктивно связанной плазмы при температуре 150 °С. Показано, что величиной и знаком остаточных механических напряжений можно управлять за счет изменения условий осаждения пленок. Варьируя соотношением расходов реагирующих газов, мощностью плазменного источника и давлением в реакционной камере, можно получать пленки SiN_x с растягивающими или сжимающими остаточными напряжениями. Оценен дрейф напряжений в течение четырех недель после осаждения пленок. Отмечено, что для нитридных пленок с остаточными напряжениями, изначально близкими к нулю, при хранении наблюдается рост уровня сжимающих напряжений до (–300) МПа.

Ключевые слова: нитрид кремния, осаждение из газовой фазы, плазма высокой плотности, механическое напряжение, показатель преломления.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Благодарность. Работа выполнена при поддержке Государственной программы научных исследований «Фотоника и электроника для инноваций» (грант 3.8.1, № ГР20212595).

Для цитирования. Управление механическими напряжениями в пленках SiN_x при осаждении из смеси $\text{SiH}_4\text{-NH}_3\text{-He}$ в индуктивно-связанной плазме / Н. С. Ковальчук [и др.] // Доклады БГУИР. 2024. Т. 22, № 1. С. 5–12. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-5-12>.

DEPOSITION OF SiN_x FILMS WITH CONTROLLED RESIDUAL STRESS FROM $\text{SiH}_4\text{-NH}_3\text{-He}$ GASEOUS MIXTURE IN INDUCTIVELY COUPLED PLASMA

NATALIA S. KOVAL'CHUK¹, SERGEY A. DEMIDOVICH¹, LIUDMILA A. VLASUKOVA²,
IRINA N. PARKHOMENKO²

¹JSC “INTEGRAL” – Manager Holding Company “INTEGRAL” (Minsk, Republic of Belarus)

²Belarusian State University (Minsk, Republic of Belarus)

Submitted 16.10.2023

Abstract. We have studied residual mechanical stresses of SiN_x films deposited on silicon substrates from a $\text{SiH}_4\text{-NH}_3\text{-He}$ gaseous mixture in an inductively coupled plasma reactor at a deposition temperature of 150 °C. By varying the flow rate ratio of the reacting gases, the power of the plasma source and the pressure in the reaction chamber, it is possible to obtain SiN_x films with tensile or compressive residual stresses. The stress drift was

estimated within four weeks after film deposition. It has been shown that for nitride films with residual stresses initially close to zero, an increase in the level of compressive stresses to (–300) MPa is observed during storage.

Keywords: silicon nitride, vapor deposition, high-density plasma, mechanical stress, refractive index.

Conflict of interests. The authors declare no conflict of interests.

Gratitude. This work was supported by the State Scientific Research Program “Photonics and Electronics for Innovations” (project 3.8.1, SR No 20212595).

For citations. Koval’chuk N. S., Demidovich S. A., Vlasukova L. A., Parkhomenko I. N. (2024) Deposition of SiN_x Films with Controlled Residual Stress from SiH₄-NH₃-He Gaseous Mixture in Inductively Coupled Plasma. *Doklady BGUIR*. 22 (1), 5–12. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-5-12> (in Russian).

Введение

Нитрид кремния (Si₃N₄) в виде тонких аморфных пленок – один из основных диэлектриков кремниевой микроэлектроники. Поскольку состав пленок нитрида кремния может существенно отличаться от стехиометрического Si₃N₄ в зависимости от метода и режимов выращивания, принято использовать формулу SiN_x. Благодаря высоким механическим характеристикам (твердости, износоустойчивости) пленки нитрида кремния широко применяются при производстве микроэлектромеханических систем (МЭМС) в качестве функциональных элементов в форме ключов, мостиков и мембран [1, 2]. Для их производства нужны прочные диэлектрические и полупроводниковые пленки с малыми остаточными напряжениями [3].

Для пленок SiN_x, получаемых химическим осаждением из газовой фазы при пониженном давлении (LPCVD-метод), характерен высокий уровень растягивающих напряжений (до нескольких гигапаскалей [4]). По данным [5, 6], снизить напряжения в LPCVD-пленках можно путем обогащения кремнием или увеличения температуры осаждения. В пленках, полученных плазмохимическим осаждением из газовой фазы (PECVD), значения напряжений варьируют в широком диапазоне от сжимающих (со знаком «–») до растягивающих (со знаком «+») в зависимости от состава реагентов, параметров плазменного разряда, температуры и т. д. Например, в [7] показано, что остаточные напряжения в пленках SiN_x могут изменяться от растягивающих (300 МПа) до сжимающих (–800 МПа) при использовании двух типов реакторов: обычного реактора емкостно-связанной плазмы и реактора электронно-циклотронного резонанса. В сравнении с другими PECVD-метод предоставляет гораздо больше возможностей модификации остаточных напряжений и других физических параметров (например, показателя преломления) для тонких пленок SiN_x. Совершенствование PECVD-метода в основном связано с использованием плазмы высокой плотности в реакторах с индуктивно-связанной плазмой и реакторах электронно-циклотронного резонанса. Осаждение в плазме высокой плотности обеспечивает получение более плотных, близких по составу к стехиометрическому Si₃N₄, нитридных пленок при существенно сниженной температуре (вплоть до комнатной) и позволяет эффективнее управлять их параметрами [8].

Цель исследований – оценка возможности контроля остаточных механических напряжений в пленках SiN_x, синтезированных в реакторе индуктивно-связанной плазмы, путем изменения условий осаждения.

Методика эксперимента

Пленки SiN_x осаждались из смеси газов SiH₄-NH₃-He в реакторе индуктивно-связанной плазмы (Inductively Coupled Plasma, ICP) на установке STE ICP200D (SemiTEq, Санкт-Петербург). Исходные пластины кремния КДБ-10 диаметром 100 мм обрабатывали в смесях КАРО и ПАР-5 с дополнительной очисткой в реакторе в аргоне при мощности ICP-источника 300 Вт в течение 120 с. Скорость потока моносилана (100 % SiH₄) в реакционной камере поддерживалась на уровне 40 станд. см³/мин, скорость потока аммиака NH₃ варьировалась в пределах 60–70 станд. см³/мин. В качестве газа-носителя использовали He, скорость потока которого варьировалась от 10 до 120 станд. см³/мин. Давление в камере изменялось от 2,5 до 4,2 Па, рабочая мощность ICP-электрода – от 400 до 1000 Вт при частоте 13,56 МГц. Температура подложкодержателя составляла 150 °С. Контролировали механические напряжения, показатель преломления, толщину пленки. Измерения проводили для пленок толщиной 120–135 нм.

Детально процедура измерений описана в [9]. Толщину измеряли на оптическом тонкопленочном рефлектометре FTR, показатель преломления – на лазерном эллипсометре ЛЭФ-3 М1. Механические напряжения σ , МПа, оценивали на хроматическом датчике белого света CWL. Измеряли радиус кривизны пластины до и после осаждения нитрида кремния. Для расчета напряжений использовали формулу Стоуни [10]

$$\sigma = \frac{1}{6R} \cdot \frac{E}{1-\nu} \cdot \frac{t_s^2}{t_f},$$

где R – радиус кривизны; E – модуль эластичности (модуль Юнга) пластины (в расчетах принимали $E = 164$ ГПа); ν – коэффициент Пуассона подложки, $\nu = 0,224$; t_s – толщина подложки; t_f – толщина пленки.

Результаты исследований и их обсуждение

На рис. 1–3 приведены графики изменения механических напряжений σ , показателя преломления n и скорости роста v пленок SiN_x при варьировании режимов осаждения. Как видно из рисунков, полученные пленки характеризуются низкими значениями остаточных напряжений, причем знак их может меняться при изменении соотношения расходов реагирующих газов $R = [\text{SiH}_4]/[\text{NH}_3]$, мощности ИСР-источника и давления в реакционной камере. Для пленок, выращенных в условиях дефицита моносилана в газовой смеси (малые R), характерны растягивающие напряжения (рис. 1), которые с ростом R уменьшаются с последующим переходом к сжимающим напряжениям. Зависимости, представленные на рис. 1, получены для пленок, осажденных при $[\text{He}] = 120$ станд. см³/мин, мощности ИСР-источника 600 Вт и давлении в камере 2,5 Па.

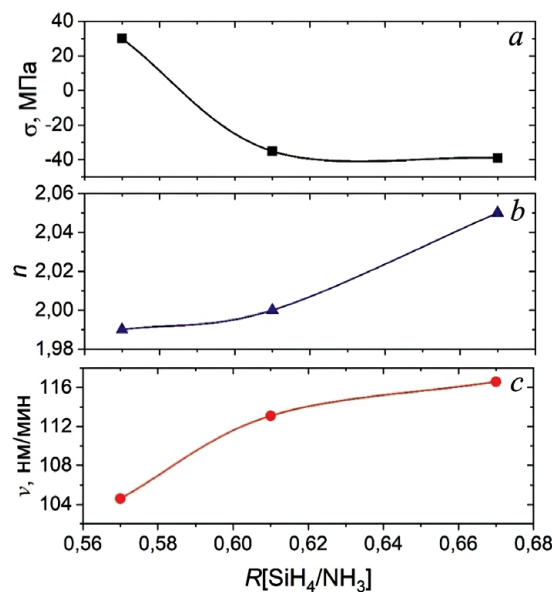


Рис. 1. Остаточные механические напряжения (a), показатель преломления (b) и скорость осаждения (c) пленок в зависимости от соотношения расходов реагирующих газов $R = [\text{SiH}_4]/[\text{NH}_3]$

Fig. 1. Residual mechanical stresses (a), refractive index (b) and deposition rate (c) of films depending on the ratio of flow rates of reacting gases $R = [\text{SiH}_4]/[\text{NH}_3]$

При прочих неизменных условиях осаждения остаточные напряжения при варьировании R изменялись от (–30) до 40 МПа. Показатель преломления возрастал от 1,99 при $R = 0,57$ до 2,05 при $R = 0,67$. Для стехиометрического материала $n = (2,02 \pm 0,02)$. Более высокие значения n соответствуют обогащению пленки кремнием, меньшие значения обычно приписывают обогащению пленки атомами азота и/или водорода [4]. Источником водорода являются реагенты SiH_4 и NH_3 . Пленки SiN_x , выращенные при низких температурах, как в рассматриваемом эксперименте, обычно характеризуются высоким содержанием водорода, образующего два типа химических связей: Si-H и N-H. Существует обратная зависимость плотности пленки от концентрации водорода [11].

Подтвержденные сведения о корреляции знака и уровня напряжений с концентрацией водорода в SiN_x в литературе отсутствуют. Однако в [12] отмечается, что при уменьшении содержания водорода в нитридных пленках от 12 до 7 ат.% наблюдается изменение уровня напряжений от 400 до (-400) МПа. По мнению авторов, это связано со снижением доли N-H-связей в нитридной пленке.

С учетом результатов [12] можно объяснить тенденцию снижения растягивающих напряжений и переход к сжимающим напряжениям с ростом содержания SiH_4 следующим образом. В условиях рассматриваемого эксперимента доля N-H-связей больше в нитридной пленке, выращенной при дефиците SiH_4 (малые R , показатель преломления менее 2,0), в сравнении с пленками, выращенными в условиях более высокой концентрации моносилана в газовой смеси. Соответственно пленки, выращенные в условиях дефицита моносилана, характеризуются растягивающими напряжениями. Возрастание $[\text{SiH}_4]$ приводит к уменьшению доли N-H-связей и трансформации напряжений с изменением их знака. Скорость роста нитрида с увеличением содержания моносилана в смеси также возрастает (от 104 нм/мин при $R = 0,57$ до 117 нм/мин при $R = 0,67$). Варьирование потока гелия заметно не влияло на величины напряжений, показатель преломления и скорость осаждения пленок SiN_x .

При малых мощностях ICP-источника пленки характеризуются сжимающими напряжениями. В случае возрастания мощности уровень сжимающих напряжений уменьшается с последующим переходом к растягивающим напряжениям (рис. 2). На рис. 2 представлены зависимости, полученные для пленок SiN_x , осажденных при $R = 0,67$, $[\text{He}] = 120$ станд. см³/мин и давлении в камере 2,5 Па. При прочих неизменных условиях диапазон изменения σ при варьировании мощности ICP-источника от 400 до 1000 Вт составлял (-60)–40 МПа. Показатель преломления возрастал от 2,04 при мощности источника 400 Вт до 2,08 при 1000 Вт. Наблюдалась тенденция уменьшения скорости роста пленки с увеличением мощности источника.

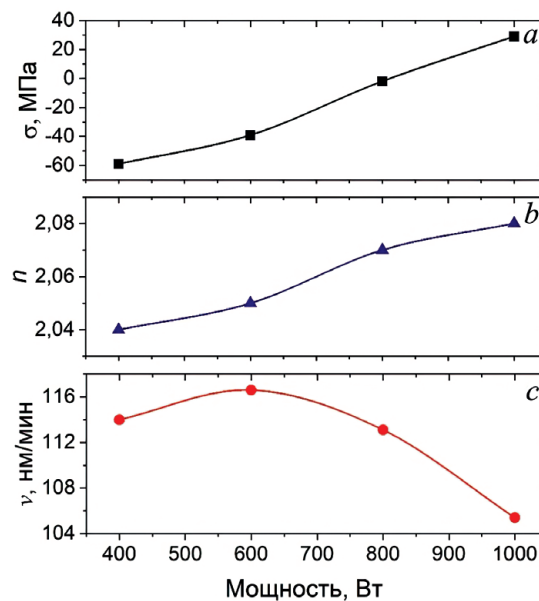


Рис. 2. Остаточные механические напряжения (a), коэффициент преломления (b) и скорость осаждения (c) пленок в зависимости от мощности ICP-источника
Fig. 2. Residual mechanical stresses (a), refractive index (b) and deposition rate (c) of films depending on the power of the ICP source

Увеличение давления в камере также приводило к трансформации остаточных напряжений из сжимающих в растягивающие, повышению показателя преломления и уменьшению скорости роста пленки (рис. 3). Зависимости, представленные на рис. 3, получены для пленок SiN_x , осажденных при $R = 0,67$, $[\text{He}] = 120$ станд. см³/мин и мощности ICP-источника 600 Вт. Следует отметить, что диапазон изменения показателя преломления (от 2,04 до 2,14) при варьировании давления в камере был максимальным, что позволяло получить пленки с повышенным содержанием кремния в сравнении со стехиометрией.

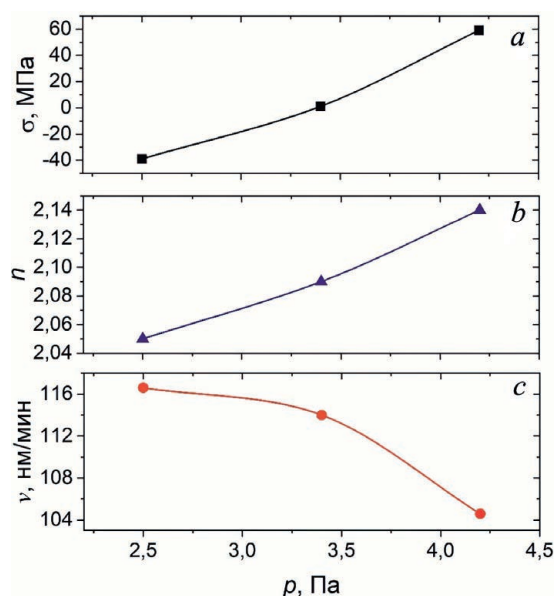


Рис. 3. Остаточные механические напряжения (а), коэффициент преломления (b) и скорость осаждения (с) пленок в зависимости от давления в камере
Fig. 3. Residual mechanical stresses (a), refractive index (b) and deposition rate (c) of films depending on the pressure in the chamber

Как видно из полученных зависимостей на рис. 1–3, факторами, определяющими уровень напряжений и состав нитридных пленок (опосредованно оцениваемый через показатель преломления), являются соотношение расходов реагирующих газов $R = [\text{SiH}_4]/[\text{NH}_3]$, мощность ИСР-источника и давление в реакционной камере. Для оценки темпорального дрейфа уровня остаточных напряжений проводили измерения σ в течение четырех недель после осаждения образцов, полученных в различных условиях. Режимы осаждения пленок приведены в табл. 1. В промежутках между измерениями образцы хранились на воздухе при комнатной температуре. Изменения остаточных напряжений σ с течением времени показаны на рис. 4, где номера на вставке соответствуют номерам режимов из табл. 1.

Таблица 1. Условия осаждения пленок нитрида кремния, для которых проводились измерения остаточных напряжений при хранении в течение четырех недель
Table 1. Conditions for deposition of silicon nitride films for which residual stress measurements were carried out during storage for four weeks

Номер режима / Mode number	NH_3 , станд. $\text{см}^3/\text{мин}$ / NH_3 , sccm	He, станд. $\text{см}^3/\text{мин}$ / He, sccm	p , Па / p , Pa	ИСР, Вт / ICP, W
1	60	120	4,2	800
2	60	60	2,5	600
3	60	10	2,5	600
4	65	120	2,5	600
5	60	120	3,4	600
6	60	120	4,2	600
7	70	120	2,5	600
8	60	120	2,5	800
9	70	120	4,2	600
10	60	120	2,5	1000
11	60	120	2,5	400

Примечание – Для всех режимов расход моносилана, температура подложкодержателя и время осаждения пленок составляли 40 станд. $\text{см}^3/\text{мин}$, 150 °С и 70 с соответственно.

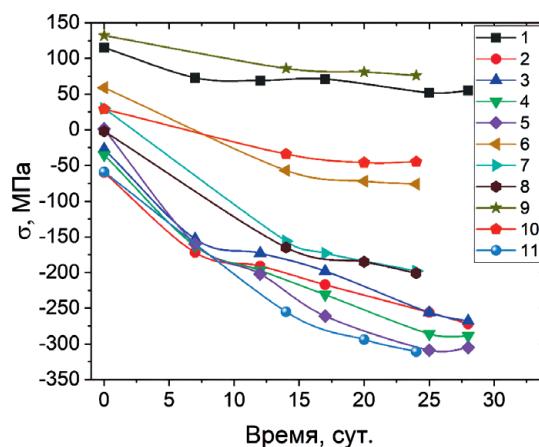


Рис. 4. Временные изменения остаточных напряжений для пленок, полученных в различных режимах
Fig. 4. Temporal changes in residual stresses for films obtained in different modes

Варьируя соотношение расходов реагентов, мощность ИСР-источника и давление в реакционной камере (табл. 1), можно получить нитридные пленки с остаточными механическими напряжениями в диапазоне от 130 до (–60) МПа. Следует отметить, что в случае пленок с изначально низким уровнем остаточных напряжений со временем может наблюдаться их заметный рост. Так, для пленок, полученных в режимах 2–5, 11 (табл. 1), наблюдался рост сжимающих напряжений до (–300) МПа в первые пять-семь дней хранения. В то же время для пленок, полученных в режимах 1 и 9 при давлении в камере 4,2 МПа, временные изменения незначительны. Минимальный дрейф механических напряжений со временем наблюдался для пленок, полученных в режимах 1, 9, 10. Эти режимы характеризуются повышенным рабочим давлением (режим 9), повышенным значением мощности ИСР (10) или совокупностью этих двух параметров (1). Пленки, полученные в режиме 10, характеризуются минимальными значениями и минимальным временным дрейфом остаточных напряжений (от 25 до (–25) МПа). Показатель преломления со временем изменялся незначительно – в пределах 0,02.

Заключение

1. Из газовой смеси $\text{SiH}_4\text{-NH}_3\text{-He}$ при активации процесса осаждения индуктивно-связанной плазмой синтезированы пленки SiN_x с остаточными механическими напряжениями в диапазоне от 130 до (–60) МПа. Знак и величину напряжений можно контролировать, изменяя условия осаждения пленок.

2. Уровень остаточных напряжений и состав нитридных пленок (опосредованно оцениваемый через показатель преломления) определяют следующие параметры осаждения: соотношение расходов моносилана и аммиака R , мощность плазменного источника и давление в реакционной камере. Переход от сжимающих к растягивающим напряжениям наблюдается при уменьшении R , увеличении мощности плазменного источника и давления в реакционной камере. При возрастании мощности источника и давления в камере наблюдается рост показателя преломления.

3. При некоторых неизменных условиях осаждения получены пленки с повышенным содержанием кремния ($n = 2,14$) при давлении в камере 4,2 Па. Минимальным показателем преломления ($n = 1,99$) характеризовались пленки, полученные в условиях дефицита моносилана.

4. Для пленок SiN_x с уровнем напряжений, изначально близким к нулю, отмечался дрейф σ в сторону сжимающих напряжений до (–300) МПа. Для пленок с растягивающими напряжениями, выращенных при высоком давлении в камере и/или большой мощности ИСР-источника, дрейф напряжений после четырех недель хранения не превышал 75 МПа.

Список литературы

1. Gan, Zh. Material Structure and Mechanical Properties of Silicon Nitride and Silicon Oxynitride Thin Films Deposited by Plasma Enhanced Chemical Vapor Deposition / Zh. Gan, Ch. Wang, Zh. Chen // Surfaces. 2018. Vol. 1, No 1. P. 59–72. <https://doi.org/10.3390/surfaces1010006>.

- Hegedüs, N. Silicon Nitride and Hydrogenated Silicon Nitride Thin Films: A Review of Fabrication Methods and Applications / N. Hegedüs, K. Balázs, C. Balázs // *Materials*. 2021. Vol. 14, No 19. P. 5658. <https://doi.org/10.3390/ma14195658>.
- Huff, M. Review Paper: Residual Stresses in Deposited Thin-Film Material Layers for Micro- and Nano-Systems Manufacturing / M. Huff // *Micromachines*. 2022. Vol. 13, No 12. P. 2084. <https://doi.org/10.3390/mi13122084>.
- Васильев, В. Ю. Технология получения тонких пленок нитрида кремния для микроэлектроники и микросистемной техники. Ч. 1. Термически активированные процессы в проточных реакторах / В. Ю. Васильев // *Нано- и микросистемная техника*. 2018. Т. 20, № 5. С. 287–296. <https://doi.org/10.17587/nmst.20.287-296>.
- Residual Stress in Low Pressure Chemical Vapor Deposition SiN_x Films Deposited from Silane and Ammonia / P. Temple-Boyer [et al.] // *Journal of Vacuum Science & Technology A*. 1998. Vol. 16, Iss. 4. P. 2003–2007. <https://doi.org/10.1116/1.581302>.
- Ковальчук, Н. С. Пленки нитрида кремния с низкими механическими напряжениями для микроэлектромеханических систем / Н. С. Ковальчук // *Доклады БГУИР*. 2008. № 4. С. 60–65.
- Strain Engineering in III–V Photonic Components Through Structuration of SiN_x Films / B. Ahammou [et al.] // *Journal of Vacuum Science & Technology B*. 2022. Vol. 40. P. 012202. <https://doi.org/10.1116/6.0001352>.
- Васильев, В. Ю. Технология получения тонких пленок нитрида кремния для микроэлектроники и микросистемной техники. Ч. 4. Процессы в проточных реакторах с активацией плазмой высокой плотности / В. Ю. Васильев // *Нано- и микросистемная техника*. 2018. Т. 20, № 10. С. 585–595. <https://doi.org/10.17587/nmst.20.585-595>.
- Механические напряжения в пленках SiN_x при химическом осаждении из газовой фазы в плазме высокой плотности / Н. С. Ковальчук [и др.] // *Неорганические материалы*. 2022. Т. 58, № 9. С. 938–944. <https://doi.org/10.31857/S0002337X2209007X>.
- Townsend, P. H. Elastic Relationships in Layered Composite Media with Approximation for the Case of Thin Films on a Thick Substrate / P. H. Townsend, D. M. Barnett, T. Brunner // *Journal of Applied Physics*. 1987. Vol. 62, No 11. P. 4438–4444. DOI: 10.1116/1.581302.
- Васильев, В. Ю. Технология получения тонких пленок нитрида кремния для микроэлектроники и микросистемной техники. Ч. 8. Влияние водорода в пленках на их свойства / В. Ю. Васильев // *Нано- и микросистемная техника*. 2019. Т. 21, № 6. С. 352–367. <https://doi.org/10.17587/nmst.21.352-367>.
- Colter, T. High Quality Plasma-Enhanced Chemical Vapor Deposited Silicon Nitride Films / T. Colter, J. Chapple-Sokol // *Journal of The Electrochemical Society*. 1993. Vol. 140. P. 2071–2075. <https://doi.org/10.1149/1.2220766>.

References

- Gan Zh., Wang Ch., Chen Zh. (2018) Material Structure and Mechanical Properties of Silicon Nitride and Silicon Oxynitride Thin Films Deposited by Plasma Enhanced Chemical Vapor Deposition. *Surfaces*. 1 (1), 59–72. <https://doi.org/10.3390/surfaces1010006>.
- Hegedüs N., Balázs K., Balázs C. (2021) Silicon Nitride and Hydrogenated Silicon Nitride Thin Films: A Review of Fabrication Methods and Applications. *Materials*. 14 (19), 5658. <https://doi.org/10.3390/ma14195658>.
- Huff M. (2022) Review Paper: Residual Stresses in Deposited Thin-Film Material Layers for Micro- and Nano-Systems Manufacturing. *Micromachines*. 13 (12), 2084. <https://doi.org/10.3390/mi13122084>.
- Vasil'ev V. Yu. (2018) Silicon Nitride Thin Film Deposition for Microelectronics and Microsystem Technologies. Part 1. Processes in Flow Reactors with Thermal Activation. *Nano- and Mikrosistem Technology*. 20 (5), 287–296. <https://doi.org/10.17587/nmst.20.287-296> (in Russian).
- Temple-Boyer P., Rossi C., Saint-Etienne E., Scheid E. (1998) Residual Stress in Low Pressure Chemical Vapor Deposition SiN_x Films Deposited from Silane and Ammonia. *Journal of Vacuum Science & Technology A*. 16 (4), 2003–2007. <https://doi.org/10.1116/1.581302>.
- Koval'chuk N. S. (2008) Silicon Nitride Films with Low Mechanical Stresses for Microelectromechanical Systems Applications. *Doklady BGUIR*. (4), 60–65 (in Russian).
- Ahammou B., Abdelal A., Landesman J.-P., Levallois Ch., Mascher P. (2022) Strain Engineering in III–V Photonic Components Through Structuration of SiN_x Films. *Journal of Vacuum Science & Technology B*. 40, 012202. <https://doi.org/10.1116/6.0001352>.
- Vasilyev V. Yu. (2018) Silicon Nitride Thin Film Deposition for Microelectronics and Microsystem Technologies. Part 4. Processes in the Flow Reactors with High-Density Plasma Activation. *Nano- and Mikrosistem Technology*. 20 (10), 585–595. <https://doi.org/10.17587/nmst.20.585-595> (in Russian).
- Koval'chuk N. S., Demidovich S. A., Vlasukova L. A., Parkhomenko I. N., Komarov F. F. (2022) Mechanical Stresses in SiN_x Films During Chemical Vapor Deposition in High-Density Plasma. *Inorganic Materials*. 58 (9), 938–944. <https://doi.org/10.1134/S0020168522090072> (in Russian).

10. Townsend P. H., Barnett D. M., Brunner T. (1987) Elastic Relationships in Layered Composite Media with Approximation for the Case of Thin Films on a Thick Substrate. *Journal of Applied Physics*. 62 (11), 4438–4444. DOI: 10.1116/1.581302.
11. Vasilyev V. Yu. (2019) Silicon Nitride Thin Film Deposition for Microelectronics and Microsystems Technologies. Part 8. Hydrogen Influence on Basic Film Properties. *Nano- and Mikrosistem Technology*. 21 (6), 352–367. <https://doi.org/10.17587/nmst.21.352-367> (in Russian).
12. Colter T., Chapple-Sokol J. (1993) High Quality Plasma-Enhanced Chemical Vapor Deposited Silicon Nitride Films. *Journal of The Electrochemical Society*. 140, 2071–2075. <https://doi.org/10.1149/1.2220766>.

Вклад авторов / Authors' contribution

Авторы внесли равный вклад в написание статьи / The authors contributed equally to the writing of the article.

Сведения об авторах

Ковальчук Н. С., канд. техн. наук, доц., зам. ген. дир. – гл. инж., ОАО «ИНТЕГРАЛ» – управляющая компания холдинга «ИНТЕГРАЛ»

Демидович С. А., вед. инж. отрасл. лаб. новых технологий и материалов, ОАО «ИНТЕГРАЛ» – управляющая компания холдинга «ИНТЕГРАЛ»

Власукова Л. А., канд. физ.-мат. наук, зав. НИЛ материалов и приборных структур микро- и нанoeлектроники факультета радиофизики и компьютерных технологий, Белорусский государственный университет

Пархоменко И. Н., канд. физ.-мат. наук, вед. науч. сотр. НИЛ материалов и приборных структур микро- и нанoeлектроники факультета радиофизики и компьютерных технологий, Белорусский государственный университет

Адрес для корреспонденции

220045, Республика Беларусь,
г. Минск, ул. Курчатова, 5
Белорусский государственный университет
Тел.: +375 17 209-59-29
E-mail: vlasukova@bsu.by
Власукова Людмила Александровна

Information about the authors

Koval'chuk N. S., Cand. of Sci., Associate Professor, Deputy Director – Chief Engineer, JSC “INTEGRAL” – Manager Holding Company “INTEGRAL”

Demidovich S. A., Leading Engineer at the Branch Laboratory of New Technologies and Materials, JSC “INTEGRAL” – Manager Holding Company “INTEGRAL”

Vlasukova L. A., Cand. of Sci., Head of the Scientific Laboratory of Materials and Device Structure for Micro- and Nanoelectronics at the Faculty of Radiophysics and Computer Sciences, Belarusian State University

Parkhomenko I. N., Cand. of Sci., Leading Researcher at Scientific Laboratory of Materials and Device Structures for Micro- and Nanoelectronics at the Faculty of Radiophysics and Computer Sciences, Belarusian State University

Address for correspondence

220045, Republic of Belarus,
Minsk, Kurchatova St., 5
Belarusian State University
Tel.: +375 17 209-59-29
E-mail: vlasukova@bsu.by
Vlasukova Liudmila Aleksandrovna



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-13-21>

Оригинальная статья

Original paper

УДК 621.385.6

УРАВНЕНИЯ ВОЗБУЖДЕНИЯ ПРОДОЛЬНО-АЗИМУТАЛЬНО НЕРЕГУЛЯРНЫХ ВОЛНОВОДОВ С УЧЕТОМ КОНЕЧНОЙ ПРОВОДИМОСТИ СТЕНОК

А. А. КУРАЕВ, В. В. МАТВЕЕНКО

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
(г. Минск, Республика Беларусь)*

Поступила в редакцию 05.07.2023

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2024
Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2024

Аннотация. Сформулированы уравнения возбуждения продольно-азимутально нерегулярных волноводов с учетом потерь в стенках. Внутренняя поверхность стенок волновода задается произвольной гладкой функцией $b(\varphi, z)$. Используется метод преобразования координат – исходная цилиндрическая система координат r, φ, z заменяется новой ρ, φ, z , где $\rho = r/b(\varphi, z)$. В новой системе граница волновода определяется как $\rho = 1 = \text{const}$, то есть геометрия волновода – регулярный цилиндр. Для такого волновода полная система собственных функций известна. С учетом этих функций для определения амплитуд парциальных волн применяется стандартная процедура неполного метода Галеркина. Полученные общие уравнения могут быть использованы при расчете и оптимизации как электронных приборов СВЧ и КВЧ различных типов, так и пассивных устройств СВЧ разнообразного применения.

Ключевые слова: уравнения возбуждения, продольно-азимутально нерегулярные волноводы, конечная проводимость стенок, метод Галеркина.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования. Кураев, А. А. Уравнения возбуждения продольно-азимутально нерегулярных волноводов с учетом конечной проводимости стенок / А. А. Кураев, В. В. Матвеев // Доклады БГУИР. 2024. Т. 22, № 1. С. 13–21. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-13-21>.

EXCITATION EQUATIONS FOR LONGITUDINALLY-AZIMUTALLY IRREGULAR WAVEGUIDES TAKING INTO ACCOUNT THE FINITE OF THE WALLS CONDUCTIVITY

ALEXANDER A. KURAYEV, VLADIMIR V. MATVEYENKA

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (Minsk, Republic of Belarus)

Submitted 05.07.2023

Abstract. Excitation equations for longitudinal-azimuthally irregular waveguides are formulated taking into account losses in the walls. The inner surface of the waveguide walls is given by an arbitrary smooth function $b(\varphi, z)$. The coordinate transformation method replaces the original cylindrical coordinate system r, φ, z with a new one ρ, φ, z , where $\rho = r/b(\varphi, z)$. The new system defines the waveguide boundary as $\rho = 1 = \text{const}$, i. e. the waveguide geometry transforms as a regular cylinder. Taking these functions into account, the standard procedure of the incomplete Galerkin method is used to determine the amplitudes of partial waves. The resulting

general equations can be used in the calculation and optimization of both microwave and EHF electronic devices of various types, as well as passive microwave devices of various applications.

Keywords: excitation equations, longitudinal-azimuth irregular waveguides, finite wall conductivity, Galerkin's method.

Conflict of interests. The authors declare no conflict of interest.

For citation. Kurayev A. A., Matveyenka V. V. (2024) Excitation Equations for Longitudinally-Azimutally Irregular Waveguides Taking into Account the Finite of the Walls Conductivity. *Doklady BGUIR*. 22 (1), 13–21. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-13-21> (in Russian).

Введение

Теория возбуждения и распространения волн в произвольно-нерегулярных прямолинейных волноводах (продольно-азимутально нерегулярных волноводах) является основой моделирования и оптимизации как пассивных устройств СВЧ [1–9], так и электронных приборов СВЧ и КВЧ: релятивистских ЛОВ-ЛБВ [3, 10], гиротронов, гиро-ЛБВ [11, 12]. Однако в настоящее время развита теория возбуждения лишь продольно-нерегулярных волноводов [13–17]. Отсутствие в теории возбуждения продольно-азимутально нерегулярных волноводов электронными потоками сдерживает моделирование соответственно разработки высокоорбитных гирорезонансных приборов миллиметрового диапазона, приборов типа О и приборов типа Е (приборы с электростатической фокусировкой, как в гелитроне), где для повышения селективности мод требуется использование ребристых, в том числе продольно-азимутально нерегулярных волноводных систем. В статье обобщена теория, изложенная в [14–17], для случая, когда внутренняя граница волновода $b = b(\varphi, z)$.

Постановка задачи

Рассмотрим продольно-азимутально нерегулярный волновод, его внутренняя граница задается произвольной гладкой функцией $b = b(\varphi, z)$. Преобразуем исходную цилиндрическую систему координат r, φ, z в новую ρ, φ, z , где $\rho = r/(b(\varphi, z))$. При переходе от исходной системы координат к неортогональной радиус-вектор внутренней точки может быть задан как $\vec{r}(\rho, \varphi, z) = z\vec{z}_0 + \rho b(\varphi, z)(\vec{x}_0 \cos \varphi + \vec{y}_0 \sin \varphi)$. В векторной форме уравнения Максвелла в неортогональной системе координат ρ, φ, z имеют вид:

$$\text{rot} \vec{H}' = \varepsilon_a \hat{g} \frac{\partial \vec{E}'}{\partial t} + \hat{g} \vec{\delta}'; \quad (1)$$

$$\text{rot} \vec{E}' = -\mu_a \hat{g} \frac{\partial \vec{H}'}{\partial t} - \hat{g} \vec{\delta}'^M. \quad (2)$$

Физические компоненты вектора \vec{H} могут быть записаны следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} H_\tau &= H'_\rho / b; \\ H_\varphi &= H'_\varphi / b - \frac{H'_\rho}{b^2} \frac{\partial b}{\partial \varphi}; \\ H_z &= H'_z - H'_\rho \frac{\rho}{b} \frac{\partial b}{\partial z}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Компоненты векторов $\vec{E}, \vec{\delta}, \vec{\delta}^M$ записываются аналогично \vec{H} . В соответствии с (3) плотности токов $\vec{\delta}'$ и $\vec{\delta}'^M$ в уравнениях (1) и (2) должны выражаться через физические компоненты. Представим это на примере $\vec{\delta}'$

$$\delta'_\rho = \delta_r b; \quad \delta'_\varphi = \delta_\varphi b + \delta_r \frac{\partial b}{\partial \varphi}; \quad \delta'_z = \delta_z + \delta_r \rho \frac{\partial b}{\partial z}. \quad (4)$$

В системе координат ρ, φ, z внутренняя граница продольно-азимутально нерегулярного волновода $b = b(\varphi, z)$ преобразуется в регулярный цилиндр с внутренней границей $\rho = 1$. Таким образом, граничные условия для уравнений (1), (2) в системе координат ρ, φ, z в случае конечной проводимости стенок приобретают простейший вид

$$\left[\bar{\rho}_0 \dot{\vec{E}} \right] \Big|_{\rho=1} = -\vec{G} \left[\bar{\rho}_0 \left[\bar{\rho}_0 \dot{\vec{H}} \right] \right] \Big|_{\rho=1}, \quad (5)$$

где $\vec{G} = \dot{W}_\sigma^0 \sqrt{\frac{\hat{g}}{g^{11}}} \begin{pmatrix} \rho [g^{11} g^{22} - (g^{12})^2] & g^{11} g^{22} - g^{12} g^{13} \\ g^{11} g^{23} - g^{12} g^{13} & \frac{1}{\rho} [g^{11} g^{22} - (g^{13})^2] \end{pmatrix}$; \dot{W}_σ^0 – волновое сопротивление стенки волновода, $\dot{W}_\sigma^0 = (1+j) \sqrt{\frac{\pi f \mu_\sigma}{\sigma}}$; μ_σ , σ – магнитная проницаемость и удельная проводимость; f – рабочая частота; \hat{g} – метрический тензор, компоненты которого имеют вид:

$$\hat{g} = \sqrt{g} \begin{pmatrix} \frac{g^{11}}{\rho} & g^{12} & \frac{g^{13}}{\rho} \\ g^{21} & \rho g^{22} & g^{23} \\ \frac{g^{31}}{\rho} & g^{32} & \frac{g^{33}}{\rho} \end{pmatrix} \quad \begin{cases} \sqrt{g} = V = b^2 \rho; & g^{11} = \frac{1}{b^4} \left(b^2 + \left(\frac{\partial b}{\partial \varphi} \right)^2 + \rho^2 b^2 \left(\frac{\partial b}{\partial z} \right)^2 \right); \\ g^{22} = 1 / (b\rho)^2; & g^{33} = 1; & g^{12} = -\frac{1}{b^3 \rho} \frac{\partial b}{\partial \varphi} = g^{21}; \\ g^{13} = -\frac{\rho}{b} \frac{\partial b}{\partial z} = g^{31}; & g^{23} = g^{32} = 0. \end{cases}$$

Вывод уравнений возбуждения продольно-азимутально нерегулярного волновода электронными потоками

Представим решение уравнений (1)–(3) в виде:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\vec{E}}_t &= \sum_{j=1}^J \sum_{n=-N}^N \left(\dot{A}_{nj}^E(z) \bar{e}_{nj}^E + \dot{A}_{nj}^M(z) \bar{e}_{nj}^M \right); \\ \dot{\vec{E}}_z &= \sum_{j=1}^J \sum_{n=-N}^N \dot{C}_{nj}(z) \Phi_{nj} \bar{z}; \\ \dot{\vec{H}}_t &= \sum_{j=1}^J \sum_{n=-N}^N \left(\dot{B}_{nj}^E(z) \bar{h}_{nj}^E + \dot{B}_{nj}^M(z) \bar{h}_{nj}^M \right); \\ \dot{\vec{H}}_z &= \sum_{j=1}^J \sum_{n=-N}^N \dot{D}_{nj}(z) \Psi_{nj} \bar{z}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Для (6) использована следующая система базисных функций:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{nj} &= J_n(\nu_{nj} \rho) e^{in\varphi}, & \Psi_{nj} &= J_n(\mu_{nj} \rho) e^{in\varphi}; \\ \bar{e}_{nj}^E &= \left\{ \bar{\rho}_0 \nu_{nj} J'_n(\nu_{nj} \rho) + \bar{\Phi}_0 i \frac{n}{\rho} J_n(\nu_{nj} \rho) \right\} e^{in\varphi}; \\ \bar{e}_{nj}^M &= \left\{ \bar{\rho}_0 \frac{in}{\rho} J_n(\mu_{nj} \rho) - \bar{\Phi}_0 \mu_{nj} J'_m(\mu_{nj} \rho) \right\} e^{in\varphi}; \\ \bar{h}_{nj}^E &= \left\{ -\bar{\rho}_0 \frac{in}{\rho} J_n(\nu_{nj} \rho) + \bar{\Phi}_0 \nu_{nj} J'_n(\nu_{nj} \rho) \right\} e^{in\varphi}; \\ \bar{h}_{nj}^M &= \left\{ \bar{\rho}_0 \mu_{nj} J'_n(\mu_{nj} \rho) + \bar{\Phi}_0 i \frac{n}{\rho} J_n(\mu_{nj} \rho) \right\} e^{in\varphi}, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где $J_n(x)$ – функции Бесселя 1-го рода n -го порядка; $J_n(\nu_{nj} \rho) = 0$; $J'_n(\mu_{nj} \rho) = 0$.

Для проекций используем комплексно-сопряженную систему базисных функций:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{-mi} &= (-1)^m J_m(\nu_{mi}\rho) e^{-im\varphi}, \psi_{-mi} = (-1)^m J_m(\mu_{mi}\rho) e^{-im\varphi}; \\ \bar{e}_{-mi}^E &= (-1)^m \left\{ \bar{\rho}_0 \nu_{mi} J'_m(\nu_{mi}\rho) - \bar{\varphi}_0 i \frac{m}{\rho} J_m(\nu_{mi}\rho) \right\} e^{-im\varphi}; \\ \bar{e}_{-mi}^M &= (-1)^{m+1} \left\{ \bar{\rho}_0 \frac{im}{\rho} J_m(\mu_{mi}\rho) + \bar{\varphi}_0 \mu_{mi} J'_m(\mu_{mi}\rho) \right\} e^{-im\varphi}; \\ \bar{h}_{-mi}^E &= (-1)^m \left\{ \bar{\rho}_0 \frac{im}{\rho} J_m(\nu_{mi}\rho) + \bar{\varphi}_0 \nu_{mi} J'_m(\nu_{mi}\rho) \right\} e^{-im\varphi}; \\ \bar{h}_{-mi}^M &= (-1)^m \left\{ \bar{\rho}_0 \mu_{mi} J'_m(\mu_{mi}\rho) - \bar{\varphi}_0 i \frac{m}{\rho} J_m(\mu_{mi}\rho) \right\} e^{-im\varphi}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Комплексные амплитуды находим из модифицированных уравнений проекций, приведенных в [16, 17], с учетом разницы граничных условий (5) и условий для базисных функций $\left[\bar{\rho}_0 \dot{\bar{E}} \right]_{\rho=1} = 0$. Уравнения комплексных амплитуд имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left(\left[\frac{\partial}{\partial z} \dot{\bar{H}}_t, \bar{e}_{-mi}^E \right] \bar{z}_0 - i\omega \varepsilon_0 \hat{g} \left(\dot{\bar{E}}_t + \dot{\bar{E}}_z \right) \bar{e}_{-mi}^E \right) \rho d\rho d\varphi &= Q_{mi}^1; \\ \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left(\mu_{mi}^2 \dot{\bar{H}}_z \psi_{-mi} + \left[\frac{\partial}{\partial z} \dot{\bar{H}}_t, \bar{e}_{-mi}^M \right] \bar{z}_0 - i\omega \varepsilon_0 \hat{g} \left(\dot{\bar{E}}_t + \dot{\bar{E}}_z \right) \bar{e}_{-mi}^M \right) \rho d\rho d\varphi &= Q_{mi}^2; \\ \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left(-\dot{\bar{H}}_t \bar{h}_{-mi}^E - i\omega \varepsilon_0 \hat{g} \left(\dot{\bar{E}}_t + \dot{\bar{E}}_z \right) \bar{z}_0 \varphi_{-mi} \right) \rho d\rho d\varphi &= Q_{mi}^3; \\ \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left(-\dot{\bar{E}}_z \nu_{mi}^2 \varphi_{-mi} + \left[\frac{\partial}{\partial z} \dot{\bar{E}}_t, \bar{h}_{-mi}^E \right] \bar{z}_0 + i\omega \mu_0 \hat{g} \left(\dot{\bar{H}}_t + \dot{\bar{H}}_z \right) \bar{h}_{-mi}^E \right) \rho d\rho d\varphi + \int_0^{2\pi} \bar{G} \left(\bar{H}_\varphi + \bar{H}_z \right) \bar{h}_{-mi}^E \Big|_{\rho=1} d\varphi &= 0; \\ \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left(\frac{\partial}{\partial z} \dot{\bar{E}}_t, \bar{h}_{-mi}^M \right) \bar{z}_0 + i\omega \mu_0 \hat{g} \left(\dot{\bar{H}}_t + \dot{\bar{H}}_z \right) \bar{h}_{-mi}^M \rho d\rho d\varphi + \int_0^{2\pi} \bar{G} \left(\bar{H}_\varphi + \bar{H}_z \right) \bar{h}_{-mi}^M \Big|_{\rho=1} d\varphi &= 0; \\ \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left(\dot{\bar{E}}_t \bar{e}_{-mi}^M + i\omega \mu_0 \hat{g} \left(\dot{\bar{H}}_t + \dot{\bar{H}}_z \right) \bar{z}_0 \psi_{-mi} \right) \rho d\rho d\varphi + \int_0^{2\pi} \bar{G} \left(\bar{H}_\varphi + \bar{H}_z \right) \bar{z}_0 \psi_{-mi} \Big|_{\rho=1} d\varphi &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Подставляя в (9) решения (6) и (8), а также используя закон сохранения заряда в интегралах возбуждения справа $Q_{mi}^1, Q_{mi}^2, Q_{mi}^3$, получаем уравнения возбуждения:

$$\begin{aligned} & 2\pi \left(\frac{d\dot{B}_{m,i}^E(z)}{\varepsilon_0 \omega dz} + i\dot{A}_{m,i}^E(z) \right) e_{m,i} + i \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{C}_{n,j} \dot{C}_{n,j}(z) F_{m,n}^6(z) \left(mI_{m,n,i,j}^{12} - \nu_{m,i} I_{m,n,i,j}^{10} \right) + \\ & + i \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{A}_{n,j}^E(z) \left(F_{m,n}^1(z) \left(m\nu_{n,j} I_{m,n,i,j}^2 + n\nu_{m,i} I_{m,n,i,j}^3 - mnI_{m,n,i,j}^5 - \nu_{m,i} \nu_{n,j} I_{m,n,i,j}^1 \right) + \right. \\ & \quad \left. + F_{m,n}^3(z) \left(m\nu_{n,j} I_{m,n,i,j}^9 + n\nu_{m,i} I_{m,n,i,j}^{10} - mnI_{m,n,i,j}^{12} - \nu_{m,i} \nu_{n,j} I_{m,n,i,j}^8 \right) \right) + \\ & \quad + \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{A}_{n,j}^E(z) \left(F_{m,n}^2(z) \left(n\nu_{m,i} I_{m,n,i,j}^3 - m\nu_{n,j} I_{m,n,i,j}^2 \right) \right) + \\ & + \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{A}_{n,j}^M(z) \left(F_{m,n}^1(z) \left(mnI_{m,n,i,j}^4 - n\nu_{m,i} I_{m,n,i,j}^7 \right) + F_{m,n}^3(z) \left(mnI_{m,n,i,j}^{13} - n\nu_{m,i} I_{m,n,i,j}^{11} \right) \right) + \\ & + i \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{A}_{n,j}^M(z) \left(F_{m,n}^2(z) \left(m\mu_{n,j} I_{m,n,i,j}^6 + n\nu_{m,i} I_{m,n,i,j}^7 - \nu_{m,i} \mu_{n,j} I_{m,n,i,j}^{14} \right) \right) = \frac{Q_{mi}^1}{\varepsilon_0 \omega}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_{m,i}^1 = & \frac{I_0}{K} \sum_{k=1}^K e^{(m\varphi_k - \theta_k)i} \left(\rho_k \left(v_{m,i} J_{m+1}(v_{m,i}\rho_k) - m \frac{J_m(v_{m,i}\rho_k)}{\rho_k} \right) b(\varphi_k, z) \frac{\partial b(\varphi_k, z)}{\partial z} + \right. \\
 & \left. + \frac{\beta_{\varphi,k}}{\beta_{z,k}} \left(v_{m,i} J_{m+1}(v_{m,i}\rho_k) - m \frac{J_m(v_{m,i}\rho_k)}{\rho_k} \right) \frac{\partial b(\varphi_k, z)}{\partial \varphi} + \right. \\
 & \left. + \left(v_{m,i} J_{m+1}(v_{m,i}\rho_k) - m \frac{J_m(v_{m,i}\rho_k)}{\rho_k} \right) \frac{\beta_{r,k}}{\beta_{z,k}} \left(\frac{(1-b(\varphi_k, z))}{(b(\varphi_k, z))^2} \left(\frac{\partial b(\varphi_k, z)}{\partial \varphi} \right)^2 - b(\varphi_k, z) \right) + \right. \\
 & \left. + im \frac{J_m(v_{m,i}\rho_k)}{\rho_k} \left(\frac{\beta_{r,k}}{\beta_{z,k}} \left(\frac{\partial b(\varphi_k, z)}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{b(\varphi_k, z)} - 1 \right) \right) + \frac{\beta_{\varphi,k}}{\beta_{z,k}} b(\varphi_k, z) \right) \right); \\
 & 2\pi \left(\frac{d\dot{B}_{m,i}^M(z)}{\varepsilon_0 \omega dz} + i \dot{A}_{m,i}^M(z) \right) h_{m,i} + \frac{2\pi}{\varepsilon_0 \omega} \dot{D}_{m,i}(z) \mu_{m,i}^2 I_{m,i}^{22} + \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{C}_{n,j}(z) F_{m,n}^6 m I_{m,n,i,j}^{24} (z) + \\
 & + \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{A}_{n,j}^M(z) F_{m,n}^2(z) (m \mu_{n,j} I_{m,n,i,j}^{20} - n \mu_{m,i} I_{m,n,i,j}^{21}) - \\
 & - i \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{A}_{n,j}^M(z) mn (F_{m,n}^1(z) I_{m,n,i,j}^{18} + F_{m,n}^3(z) I_{m,n,i,j}^{22}) + \\
 & + \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{A}_{n,j}^E(z) m (F_{m,n}^1(z) (v_{n,j} I_{m,n,i,j}^{16} - n I_{m,n,i,j}^{19}) + F_{m,n}^3(z) (v_{n,j} I_{m,n,i,j}^{23} - n I_{m,n,i,j}^{24})) + \\
 & + i \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{A}_{n,j}^E(z) F_{m,n}^2(z) (n \mu_{m,i} I_{m,n,i,j}^{17} + m v_{n,j} I_{m,n,i,j}^{16} - \mu_{m,i} v_{n,j} I_{m,n,i,j}^{25}) = \frac{Q_{m,i}^2}{\varepsilon_0 \omega}; \\
 Q_{m,i}^2 = & \frac{I_0}{K} \sum_{k=1}^K e^{(m\varphi_k - \theta_k)i} \left(\left(\mu_{m,i} J_{m+1}(\mu_{m,i}\rho_k) - m \frac{J_m(\mu_{m,i}\rho_k)}{\rho_k} \right) \left(\frac{\beta_{r,k}}{\beta_{z,k}} \left(\frac{\partial b(\varphi_k, z)}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{b(\varphi_k, z)} - 1 \right) \right) + \frac{\beta_{\varphi,k}}{\beta_{z,k}} b(\varphi_k, z) \right) + \right. \\
 & \left. + im \frac{J_m(\mu_{m,i}\rho_k)}{\rho_k} \frac{\beta_{r,k}}{\beta_{z,k}} \left(\left(\frac{\partial b(\varphi_k, z)}{\partial \varphi} \right)^2 \frac{(b(\varphi_k, z) - 1)}{(b(\varphi_k, z))^2} + b(\varphi_k, z) \right) - \right. \\
 & \left. - im \frac{\beta_{\varphi,k}}{\beta_{z,k}} \frac{J_m(\mu_{m,i}\rho_k)}{\rho_k} \frac{\partial b(\varphi_k, z)}{\partial \varphi} - im J_m(\mu_{m,i}\rho_k) b(\varphi_k, z) \frac{\partial b(\varphi_k, z)}{\partial z}; \right. \\
 & \left. \frac{2\pi}{\varepsilon_0 \omega} \dot{B}_{m,i}^E(z) e_{m,i} - i \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{C}_{n,j}(z) F_{m,n}^5(z) I_{m,n,i,j}^{12} - \right. \\
 & \left. - \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{A}_{n,j}^M(z) n F_{m,n}^6(z) I_{m,n,i,j}^{13} + i \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{A}_{n,j}^E(z) F_{m,n}^6(z) (n I_{m,n,i,j}^{12} - v_{n,j} I_{m,n,i,j}^9) = \frac{Q_{m,i}^3}{\varepsilon_0 \omega}; \right. \\
 Q_{m,i}^3 = & \frac{I_0}{K} \sum_{k=1}^K e^{(m\varphi_k - \theta_k)i} J_m(v_{m,i}\rho_k) (b(\varphi_k, z))^2; \\
 & - 2\pi \left(\frac{d\dot{A}_{m,i}^E(z)}{\mu_0 \omega dz} + i \dot{B}_{m,i}^E(z) \right) e_{m,i} - \frac{2\pi}{\mu_0 \omega} v_{m,i}^2 I_{m,i}^{12} \dot{C}_{m,i}(z) + \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{D}_{n,j}(z) m F_{m,n}^6(z) I_{m,n,i,j}^{13} + \\
 & + \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^E(z) F_{m,n}^2(z) (n v_{m,i} I_{m,n,i,j}^3 - m v_{n,j} I_{m,n,i,j}^2) + i \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^E(z) mn (F_{m,n}^1(z) I_{m,n,i,j}^5 + F_{m,n}^3(z) I_{m,n,i,j}^{12}) + \\
 & + \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^M(z) m (F_{m,n}^1(z) (\mu_{n,j} I_{m,n,i,j}^6 - n I_{m,n,i,j}^4) + F_{m,n}^3(z) (\mu_{n,j} I_{m,n,i,j}^{26} - n I_{m,n,i,j}^{13})) + \\
 & + i \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^M(z) F_{m,n}^2(z) (n v_{m,i} I_{m,n,i,j}^7 + m \mu_{n,j} I_{m,n,i,j}^6 - v_{m,i} \mu_{n,j} I_{m,n,i,j}^{14}) = -\frac{W_{m,i}^1}{\mu_0 \omega};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W_{m,i}^1 = W_\sigma^0 & \left(\begin{aligned} & \left(mJ_m(v_{m,i}) - v_{m,i} J_{m+1}(v_{m,i}) \right) \sum_{n=-N}^N \left((F_{m,n}^7(z) + F_{m,n}^{10}(z)) \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^E(z) (nJ_n(v_{n,j}) - v_{n,j} J_{n+1}(v_{n,j})) \right) + \\ & \left(mJ_m(v_{m,i}) - v_{m,i} J_{m+1}(v_{m,i}) \right) \sum_{n=-N}^N \left((F_{m,n}^7(z) - F_{m,n}^8(z) + F_{m,n}^9(z) + F_{m,n}^{10}(z)) \sum_{j=1}^J \dot{D}_{n,j}(z) J_n(\mu_{n,j}) \right) + \\ & + i \left(mJ_m(v_{m,i}) - v_{m,i} J_{m+1}(v_{m,i}) \right) \sum_{n=-N}^N \left(n(F_{m,n}^7(z) + F_{m,n}^{10}(z)) \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^M(z) J_n(\mu_{n,j}) \right); \\ & - 2\pi \left(\frac{d\dot{A}_{m,i}^M(z)}{\mu_0 \omega dz} + i\dot{B}_{m,i}^M(z) \right) h_{m,i} + i \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{D}_{n,j}(z) F_{m,n}^6(z) (\mu_{m,i} I_{m,n,i,j}^{30} - mI_{m,n,i,j}^{22}) + \\ & + i \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^M(z) \left(F_{m,n}^1(z) (mnI_{m,n,i,j}^{18} + \mu_{m,i} \mu_{n,j} I_{m,n,i,j}^{15} - m\mu_{n,j} I_{m,n,i,j}^{20} - n\mu_{m,i} I_{m,n,i,j}^{21}) + \right. \\ & \left. + F_{m,n}^3(z) (mnI_{m,n,i,j}^{22} + \mu_{m,i} \mu_{n,j} I_{m,n,i,j}^{27} - m\mu_{n,j} I_{m,n,i,j}^{29} - n\mu_{m,i} I_{m,n,i,j}^{30}) \right) + \\ & + \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^M(z) F_{m,n}^2(z) (m\mu_{n,j} I_{m,n,i,j}^{20} - n\mu_{m,i} I_{m,n,i,j}^{21}) + \\ & + \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^E(z) (F_{m,n}^1(z) (mnI_{m,n,i,j}^{19} - n\mu_{m,i} I_{m,n,i,j}^{17}) + F_{m,n}^3(z) (mnI_{m,n,i,j}^{24} - n\mu_{m,i} I_{m,n,i,j}^{28})) + \\ & + i \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^E(z) F_{m,n}^2(z) (mv_{n,j} I_{m,n,i,j}^{16} + n\mu_{m,i} I_{m,n,i,j}^{17} - \mu_{m,i} v_{n,j} I_{m,n,i,j}^{25}) = \frac{W_{m,i}^2}{\mu_0 \omega}; \end{aligned} \right. \\
 W_{m,i}^2 = W_\sigma^0 & \left(\begin{aligned} & mJ_m(\mu_{m,i}) \sum_{n=-N}^N \left(n(F_{m,n}^7(z) + F_{m,n}^{10}(z)) \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^M(z) J_n(\mu_{n,j}) \right) + \\ & + imJ_m(\mu_{m,i}) \sum_{n=-N}^N \left((F_{m,n}^8(z) - F_{m,n}^7(z) - F_{m,n}^9(z) - F_{m,n}^{10}(z)) \sum_{j=1}^J \dot{D}_{n,j}(z) J_n(\mu_{n,j}) \right) + \\ & + imJ_m(\mu_{m,i}) \left(\sum_{n=-N}^N (F_{m,n}^7(z) + F_{m,n}^{10}(z)) \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^E(z) (v_{n,j} J_{n+1}(v_{n,j}) - nJ_n(v_{n,j})) \right); \\ & - \frac{2\pi}{\mu_0 \omega} \dot{A}_{m,i}^M(z) h_{m,i} + i \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{D}_{n,j}(z) F_{m,n}^5(z) I_{m,n,i,j}^{22} + \\ & + i \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^M(z) F_{m,n}^6(z) (\mu_{n,j} I_{m,n,i,j}^{29} - nI_{m,n,i,j}^{22}) - \sum_{n=-N}^N \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^E(z) nF_{m,n}^6(z) I_{m,n,i,j}^{24} = -\frac{W_{m,i}^3}{\mu_0 \omega}; \end{aligned} \right. \\
 W_{m,i}^3 = W_\sigma^0 & \left(\begin{aligned} & J_m(\mu_{m,i}) \sum_{n=-N}^N \left((F_{m,n}^7(z) + F_{m,n}^9(z) + F_{m,n}^{10}(z) - F_{m,n}^{11}(z)) \sum_{j=1}^J \dot{D}_{n,j}(z) J_n(\mu_{n,j}) \right) + \\ & + J_m(\mu_{m,i}) \sum_{n=-N}^N \left(F_{m,n}^8(z) \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^E(z) (v_{n,j} J_{n+1}(v_{n,j}) - nJ_n(v_{n,j})) \right) - \\ & - iJ_m(\mu_{m,i}) \left(\sum_{n=-N}^N nF_{m,n}^6(z) \sum_{j=1}^J \dot{B}_{n,j}^M(z) J_n(\mu_{n,j}) \right), \end{aligned} \right)
 \end{aligned}$$

где k – номер крупной частицы; $\beta_{r,k}, \beta_{\varphi,k}, \beta_{z,k}$ – соответственно $\frac{v_{r,k}}{c}, \frac{v_{\varphi,k}}{c}, \frac{v_{z,k}}{c}$ в исходной системе координат r, φ, z ; c – скорость света в пустоте; I_0 – ток пучка.

$$\begin{aligned}
 F_{m,n}^1(z) &= \int_0^{2\pi} \frac{e^{(n-m)\varphi i}}{(b(\varphi, z))^2} \left(\frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial \varphi} \right)^2 d\varphi; & F_{m,n}^2(z) &= \int_0^{2\pi} \frac{e^{(n-m)\varphi i}}{b(\varphi, z)} \frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial \varphi} d\varphi; \\
 F_{m,n}^3(z) &= \int_0^{2\pi} e^{(n-m)\varphi i} \left(\frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial z} \right)^2 d\varphi; & F_{m,n}^4(z) &= \int_0^{2\pi} e^{(n-m)\varphi i} \frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial z} d\varphi; \\
 F_{m,n}^5(z) &= \int_0^{2\pi} e^{(n-m)\varphi i} (b(\varphi, z))^2 d\varphi; & F_{m,n}^6(z) &= \int_0^{2\pi} e^{(n-m)\varphi i} b(\varphi, z) \frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial z} d\varphi; \\
 F_{m,n}^7(z) &= \int_0^{2\pi} \frac{e^{(n-m)\varphi i} d\varphi}{\sqrt{\left(\frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial \varphi} \right)^2 + (b(\varphi, z))^2 \left(1 + \left(\frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial z} \right)^2 \right)}}; \\
 F_{m,n}^8(z) &= \int_0^{2\pi} \frac{e^{(n-m)\varphi i} \frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial z} \frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial \varphi} d\varphi}{\sqrt{\left(\frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial \varphi} \right)^2 + (b(\varphi, z))^2 \left(1 + \left(\frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial z} \right)^2 \right)}}; \\
 F_{m,n}^9(z) &= \int_0^{2\pi} \frac{e^{(n-m)\varphi i} \left(\frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial \varphi} \right)^2 d\varphi}{(b(\varphi, z))^2 \sqrt{\left(\frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial \varphi} \right)^2 + (b(\varphi, z))^2 \left(1 + \left(\frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial z} \right)^2 \right)}}; \\
 F_{m,n}^{10}(z) &= \int_0^{2\pi} \frac{\left(\frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial z} \right)^2 e^{(n-m)\varphi i} d\varphi}{\sqrt{\left(\frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial \varphi} \right)^2 + (b(\varphi, z))^2 \left(1 + \left(\frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial z} \right)^2 \right)}}; \\
 F_{m,n}^{11}(z) &= \int_0^{2\pi} \frac{(b(\varphi, z))^2 \left(\frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial z} \right)^2 e^{(n-m)\varphi i} d\varphi}{\sqrt{\left(\frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial \varphi} \right)^2 + (b(\varphi, z))^2 \left(1 + \left(\frac{\partial b(\varphi, z)}{\partial z} \right)^2 \right)}}; \\
 I_{m,n,i,j}^1 &= \int_0^1 \rho J_{m+1}(v_{m,i}\rho) J_{n+1}(v_{n,j}\rho) d\rho; & I_{m,n,i,j}^2 &= \int_0^1 J_m(v_{m,i}\rho) J_{n+1}(v_{n,i}\rho) d\rho; \\
 I_{m,n,i,j}^3 &= \int_0^1 J_{m+1}(v_{m,i}\rho) J_n(v_{n,j}\rho) d\rho; & I_{m,n,i,j}^4 &= \int_0^1 \frac{J_m(v_{m,i}\rho) J_n(\mu_{n,j}\rho)}{\rho} d\rho; \\
 I_{m,n,i,j}^5 &= \int_0^1 \frac{J_m(v_{m,i}\rho) J_n(v_{n,j}\rho)}{\rho} d\rho; & I_{m,n,i,j}^6 &= \int_0^1 J_m(v_{m,i}\rho) J_{n+1}(\mu_{n,i}\rho) d\rho; \\
 I_{m,n,i,j}^7 &= \int_0^1 J_{m+1}(v_{m,i}\rho) J_n(\mu_{n,j}\rho) d\rho; & I_{m,n,i,j}^8 &= \int_0^1 \rho^3 J_{m+1}(v_{m,i}\rho) J_{n+1}(v_{n,j}\rho) d\rho; \\
 I_{m,n,i,j}^9 &= \int_0^1 \rho^2 J_m(v_{m,i}\rho) J_{n+1}(v_{n,j}\rho) d\rho; & I_{m,n,i,j}^{10} &= \int_0^1 \rho^2 J_{m+1}(v_{m,i}\rho) J_n(v_{n,j}\rho) d\rho; \\
 I_{m,n,i,j}^{11} &= \int_0^1 \rho^2 J_{m+1}(v_{m,i}\rho) J_n(\mu_{n,i}\rho) d\rho; & I_{m,n,i,j}^{12} &= \int_0^1 \rho J_m(v_{m,i}\rho) J_n(v_{n,j}\rho) d\rho; \\
 I_{m,n,i,j}^{13} &= \int_0^1 \rho J_m(v_{m,i}\rho) J_n(\mu_{n,j}\rho) d\rho; & I_{m,n,i,j}^{14} &= \int_0^1 \rho J_{m+1}(v_{m,i}\rho) J_{n+1}(\mu_{n,j}\rho) d\rho; \\
 I_{m,n,i,j}^{15} &= \int_0^1 \rho J_{m+1}(\mu_{m,i}\rho) J_{n+1}(\mu_{n,j}\rho) d\rho; & I_{m,n,i,j}^{16} &= \int_0^1 J_m(\mu_{m,i}\rho) J_{n+1}(v_{n,i}\rho) d\rho; \\
 I_{m,n,i,j}^{17} &= \int_0^1 J_{m+1}(\mu_{m,i}\rho) J_n(v_{n,j}\rho) d\rho; & I_{m,n,i,j}^{18} &= \int_0^1 \frac{J_m(\mu_{m,i}\rho) J_n(\mu_{n,j}\rho)}{\rho} d\rho;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{m,n,i,j}^{19} &= \int_0^1 \frac{J_m(\mu_{m,i}\rho)J_n(\nu_{n,j}\rho)}{\rho} d\rho; \quad I_{m,n,i,j}^{20} = \int_0^1 J_m(\mu_{m,i}\rho)J_{n+1}(\mu_{n,j}\rho) d\rho; \\
 I_{m,n,i,j}^{21} &= \int_0^1 J_{m+1}(\mu_{m,i}\rho)J_n(\mu_{n,j}\rho) d\rho; \quad I_{m,n,i,j}^{22} = \int_0^1 \rho J_m(\mu_{m,i}\rho)J_n(\mu_{n,j}\rho) d\rho; \\
 I_{m,n,i,j}^{23} &= \int_0^1 \rho^2 J_m(\mu_{m,i}\rho)J_{n+1}(\nu_{n,j}\rho) d\rho; \quad I_{m,n,i,j}^{24} = \int_0^1 \rho J_m(\mu_{m,i}\rho)J_n(\nu_{n,j}\rho) d\rho; \\
 I_{m,n,i,j}^{25} &= \int_0^1 \rho J_{m+1}(\mu_{m,i}\rho)J_{n+1}(\nu_{n,j}\rho) d\rho; \quad I_{m,n,i,j}^{26} = \int_0^1 \rho^2 J_m(\nu_{m,i}\rho)J_{n+1}(\mu_{n,j}\rho) d\rho; \\
 I_{m,n,i,j}^{27} &= \int_0^1 \rho^3 J_{m+1}(\mu_{m,i}\rho)J_{n+1}(\mu_{n,j}\rho) d\rho; \quad I_{m,n,i,j}^{28} = \int_0^1 \rho^2 J_{m+1}(\mu_{m,i}\rho)J_n(\nu_{n,j}\rho) d\rho; \\
 I_{m,n,i,j}^{29} &= \int_0^1 \rho^2 J_m(\mu_{m,i}\rho)J_{n+1}(\mu_{n,j}\rho) d\rho; \quad I_{m,n,i,j}^{30} = \int_0^1 \rho^2 J_{m+1}(\mu_{m,i}\rho)J_n(\mu_{n,j}\rho) d\rho; \\
 e_{m,i} &= (m\nu_{m,i}I_{m,m,i,i}^2 + m\nu_{m,i}I_{m,m,i,i}^3 - 2m^2I_{m,m,i,i}^5 - \nu_{m,i}^2I_{m,m,i,i}^1) = -\nu_{m,i}^2I_{m,m,i,i}^{12} = -0,5\nu_{m,i}^2J_{m+1}^2(\nu_{m,i}); \\
 h_{m,i} &= (m\mu_{m,i}I_{m,m,i,i}^{20} + m\mu_{m,i}I_{m,m,i,i}^{21} - 2m^2I_{m,m,i,i}^{18} - \mu_{m,i}^2I_{m,m,i,i}^{15}) = -\mu_{m,i}^2I_{m,m,i,i}^{22} = \\
 &= m\mu_{m,i}J_m(\mu_{m,i})J_{m+1}(\mu_{m,i}) - 0,5\mu_{m,i}^2(J_m^2(\mu_{m,i}) + J_{m+1}^2(\mu_{m+1,i})).
 \end{aligned}$$

Заключение

1. Общая теория возбуждения продольно-азимутально нерегулярных волноводов, развитая в статье, позволяет проводить моделирование и оптимизацию ряда СВЧ и КВЧ-устройств (электронных приборов, фильтров и антенных устройств), что существенным образом дополняет возможности их машинного моделирования.

2. Полученные уравнения возбуждения вместе со стандартными граничными условиями на регулярных концах волновода [3, 16, 17] решают поставленную задачу.

Список литературы

1. Никольский, В. В. Электродинамика и распространение радиоволн / В. В. Никольский, Т. И. Никольская. М.: Наука, 1989.
2. Вольман, В. И. Техническая электродинамика / В. И. Вольман, Ю. В. Пименов. М.: Связь, 1971.
3. Кураев, А. А. Электродинамика и распространение радиоволн / А. А. Кураев, Т. Л. Попкова, А. К. Сеницын. Минск: Бестпринт, 2004.
4. Альтман, Дж. Устройства СВЧ / Дж. Альтман. М.: Мир, 1968.
5. Тараненко, З. И. Замедляющие системы / З. И. Тараненко, Я. К. Трохименко. Киев: Киев. политех. ин-т им. Игоря Сикорского, 1965.
6. Нефедов, Е. И. Электродинамика периодических структур / Е. И. Нефедов, А. Н. Сивов. М.: Наука, 1977.
7. Илларионов, Ю. А. Расчет гофрированных и частично заполненных волноводов / Ю. А. Илларионов, С. Б. Раевский, В. Я. Сморгонский. М.: Сов. радио, 1980.
8. Юрцев, О. А. Спиральные антенны / О. А. Юрцев, А. В. Рунов, А. Н. Казарин. М.: Сов. радио, 1974.
9. Юрцев, О. А. Антенны и техника сверхвысоких частот в БГУИР / О. А. Юрцев, Н. М. Наумович // Доклады БГУИР. 2014. № 2. С. 87–95.
10. Релятивистский карсинотрон с длиной волны 3 см и длительностью импульса 0,4 мкс / Н. И. Зайцев [и др.] // Письма в Журнал технической физики. 1981. Т. 7, № 14.
11. Кравченко, В. Ф. Гирорезонансные приборы: принцип действия, нелинейная теория, достижения и перспективы / В. Ф. Кравченко А. А. Кураев // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. 2006. № 9. С. 13–60.
12. Карцев, В. П. Приключение великих уравнений / В. П. Карцев. М.: Знание, 1971.
13. Ильинский, А. С. Колебания и волны в электродинамических системах с потерями / А. С. Ильинский, Г. Я. Слепян. М.: Изд-во Москов. госуд. ун-та им. М. В. Ломоносова, 1983.
14. Кураев, А. А. Возбуждение произвольно нерегулярных волноводов с круглым сечением / А. А. Кураев // Известия Академии наук БССР. Серия физико-технических наук. 1979. С. 121–127.
15. Кураев, А. А. Мощные приборы СВЧ. Методы анализа и оптимизации параметров / А. А. Кураев. М.: Радио и связь, 1986.
16. Кураев, А. А. Влияние конечной проводимости металлических стенок на характеристики мощных релятивистских приборов СВЧ с нерегулярными электродинамическими системами / А. А. Кураев, А. К. Сеницын // Доклады БГУИР. 2006. № 3. С. 82–92.
17. Кураев, А. А. Мощные электронные приборы СВЧ и КВЧ со специальными видами взаимодействия / А. А. Кураев, В. В. Матвеев. Минск: Бестпринт, 2022.

References

1. Nikolsky V. V., Nikolskaya T. I. (1989) *Electrodynamics and Propagation of Radio Waves*. Moscow, Nauka Publ. (in Russian).
2. Volman V. I., Pimenov Yu. V. (1971) *Technical Electrodynamics*. Moscow, Svyaz Publ. (in Russian).
3. Kurayev A. A., Popkova T. L., Sinitsyn A. K. (2004) *Electrodynamics and Propagation of Radio Waves*. Minsk, Bestprint Publ. (in Russian).
4. Altman J. (1968) *Microwave Devices*. Moscow, Mir Publ. (in Russian).
5. Taranenko Z. I., Trokhimenko Ya. K. (1965) *Slowing Down Systems*. Kyiv, Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute Publ. (in Russian).
6. Nefedov E. I., Sivov A. N. (1977) *Electrodynamics of Periodic Structures*. Moscow, Nauka Publ. (in Russian).
7. Illarionov Yu. A., Raevsky S. B., Smorgonsky V. Ya. (1980) *Calculation of Corrugated and Partially Filled Waveguides*. Moscow, Sovetskoe Radio Publ. (in Russian).
8. Yurtsev O. A., Runov A. V., Kazarin A. N. (1974) *Spiral Antennas*. Moscow, Sovetskoe Radio Publ. (in Russian).
9. Yurtsev O. A., Naumovich N. M. (2014) Antennas and Microwave Technology at BSUIR. *Doklady BGUIR*. (2), 87–95 (in Russian).
10. Zaitsev N. I., Kovalev N. F., Korablev G. S., Kulagin I. S. (1981) Relativistic Carsinotron with a Wavelength of 3 cm and a Pulse Duration of 0.4 μ s. *Letters to the Journal of Technical Physics*. 7 (14) (in Russian).
11. Kravchenko V. F., Kurayev A. A. (2006) Gyroresonance Devices: Principle of Operation, Nonlinear Theory, Achievements and Prospects. *Foreign Radioelectronics. Advances in Modern Radio Electronics*. (9), 13–60 (in Russian).
12. Kartsev V. P. (1971) *Adventure of the Great Equations*. Moscow, Znanie Publ. (in Russian).
13. Il'insky A. S., Slepyan G. Ya. (1983) *Oscillations and Waves in Electrodynamical Systems with Losses*. Moscow, Lomonosov Moscow State University Publ. (in Russian).
14. Kurayev A. A. (1979) Excitation of Arbitrarily Irregular Waveguides with a Circular Cross Section. *News of the Academy of Sciences of the BSSR. Physical and Technical Sciences Series*. 121–127 (in Russian).
15. Kurayev A. A. (1986) *Powerful Microwave Devices. Methods of Analysis and Optimization of Parameters*. Moscow, Radio and Svyaz Publ. (in Russian).
16. Kurayev A. A., Sinitsyn A. K. (2006) Influence of Finite Conductivity of Metal Walls on the Characteristics of High-Power Relativistic Microwave Devices with Irregular Electrodynamical Systems. *Doklady BGUIR*. (3), 82–92 (in Russian).
17. Kurayev A. A., Matveyenka V. V. (2022) *Powerful Electronic Microwave and EHF Devices with Special Types of Interaction*. Minsk, Bestprint Publ. (in Russian).

Вклад авторов / Authors' contribution

Авторы внесли равный вклад в написание статьи / The authors contributed equally to the writing of the article.

Сведения об авторах

Кураев А. А., д-р физ.-мат. наук, проф., проф. каф. информационных радиотехнологий, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Матвеенко В. В., канд. физ.-мат. наук, доц., доц. каф. вычислительных методов и программирования, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,
г. Минск, ул. П. Бровки, 6
Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники
Тел.: +375 17 293-89-56
E-mail: kurayev@bsuir.by
Кураев Александр Александрович

Information about the authors

Kurayev A. A., Dr. of Sci. (Phys. and Math.), Professor, Professor at the Information Radiotechnologies Department, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics

Matveyenka V. V., Cand. of Sci., Associate Professor, Associate Professor at the Computational Methods and Programming Department, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics

Address for correspondence

220013, Republic of Belarus,
Minsk, P. Brovki St., 6
Belarusian State University
of Informatics and Radioelectronics
Tel.: +375 17 293-89-56
E-mail: kurayev@bsuir.by
Kurayev Alexander Alexandrovich



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-22-29>

Оригинальная статья
Original paper

УДК 519.61

СИММЕТРИЧНЫЕ МНОГОМЕРНЫЕ МАТРИЦЫ И ИХ ОБРАЩЕНИЕ

В. С. МУХА

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
(г. Минск, Республика Беларусь)

Поступила в редакцию 30.06.2023

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2024
Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2024

Аннотация. Статья представляет собой развитие теории многомерных матриц в части, относящейся к симметричным многомерным матрицам. Свойство симметричности рассмотрено с точки зрения структуры многомерных матриц. Наряду с симметричными матрицами, рассматриваются так называемые kq -симметричные, то есть матрицы, симметричные по отношению к мультииндексам, содержащим q индексов. Рассмотрены единичные, единичные симметричные и единичные kq -симметричные матрицы. Определены матрицы, обратные многомерным матрицам по отношению к единичным, единичным симметричным и единичным kq -симметричным. Доказано, что матрицами, обратными многомерным матрицам по отношению к единичным симметричным и единичным kq -симметричным матрицам, являются матрицы Мура–Пенроуза. Приведены различные примеры.

Ключевые слова: симметричная многомерная матрица, единичная многомерная матрица, обратная многомерная матрица, многомерно-матричный полином, матрица Мура–Пенроуза.

Конфликт интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования. Муха, В. С. Симметричные многомерные матрицы и их обращение / В. С. Муха // Доклады БГУИР. 2024. Т. 22, № 1. С. 22–29. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-22-29>.

SYMMETRICAL MULTIDIMENSIONAL MATRICES AND THEIR INVERSION

VLADIMIR S. MUKHA

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (Minsk, Republic of Belarus)

Submitted 30.06.2023

Abstract. The article discusses the development of the theory of the multidimensional matrices in the part regarding the symmetrical multidimensional matrices. The symmetry property is considered in terms of the structure of the multidimensional matrix. The so called kq -dimensional symmetrical matrices are considered along with the multidimensional symmetrical matrices, i. e. the matrices symmetrical to the multi-indices containing q indices. Unit, unit symmetrical and unit kq -symmetric matrices are considered. The matrices inverse to the multidimensional matrices with respect to the unit, unit symmetrical, and unit kq -symmetrical matrices are defined. It is proven that the matrices, inverse to the multidimensional matrices with respect to the unit symmetrical and unit kq -symmetrical matrices are the Moore–Penrose matrices. The distinct instances are given.

Keywords: symmetrical multidimensional matrix, unit multidimensional matrix, inverse multidimensional matrix, multidimensional-matrix polynomial, Moore–Penrose matrix.

Conflict of interests. The author declares no conflict of interests.

For citation. Mukha V. S. (2024) Symmetrical Multidimensional Matrices and Their Inversion. *Doklady BGUIR*. 22 (1), 22–29. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-22-29> (in Russian).

Введение

Симметричные многомерные матрицы занимают важное место в практике работы с многомерными матрицами. Такие матрицы возникают при аппроксимации многомерных нелинейных зависимостей полиномами с многомерно-матричными переменными [1, 2]. Многомерную матрицу A будем называть q -мерной, если ее элементы содержат q индексов i_1, i_2, \dots, i_q

$$A = (a_{i_1, i_2, \dots, i_q}), \quad i_1 = \overline{1, n_1}, \quad i_2 = \overline{1, n_2}, \quad \dots, \quad i_q = \overline{1, n_q}. \quad (1)$$

В [3] введены симметричные q -мерные матрицы. Они рассматриваются также в [4]. Большое значение имеют так называемые kq -мерные матрицы, введенные в [4]. Они вводятся следующим образом. Индексы элементов многомерных матриц удобно объединять в наборы, которые будем называть мультииндексами: $i_{(q)} = (i_1, i_2, \dots, i_q)$ – q -мультииндекс, где $i_1 = \overline{1, n_1}$, $i_2 = \overline{1, n_2}$, \dots , $i_q = \overline{1, n_q}$. Мультииндекс пробегает свое множество значений, мощность которого для мультииндекса $i_{(q)} = (i_1, i_2, \dots, i_q)$ равна $n = n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_q$. Набор чисел (n_1, n_2, \dots, n_q) назовем размером мультииндекса. Будем использовать различные обозначения мультииндексов: $i_{(q)}$ – когда требуется указать количество индексов мультииндекса, и \bar{i} – когда количество индексов мультииндекса известно из иных соображений, или когда оно не важно с точки зрения изложения вопроса.

Kq -мерной назовем многомерную матрицу, элементы которой содержат k q -мультииндексов. Матрица $A = (a_{i_1, i_2, \dots, i_q})$ (1) в мультииндексной форме записи имеет вид: $A = (a_{i_{(q)}})$, $i_{(q)} = \overline{1, n}$, $n = n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_q$. В [4] введены также kq -мерные симметричные матрицы и kq -мерные симметричные единичные матрицы, однако вопросы симметричных q -мерных и kq -мерных матриц требуют более детального анализа в связи с их большой практической значимостью. В статье изложены эти вопросы. Содержание статьи является дополнением, уточнением и развитием материала [4], но не его заменой. Для понимания вопросов следует иметь представление об основных положениях теории многомерных матриц [3, 4].

Структура элементов q -мерной матрицы n -го порядка и симметричные q -мерные матрицы

Рассмотрим вопрос q -мерных симметричных матриц с несколько иных позиций по сравнению с [3, 4], а именно – с позиций структуры многомерной матрицы. Пусть A – это q -мерная матрица n -го порядка (1), а $i'_{(q)} = (i'_1, i'_2, \dots, i'_q)$ – фиксированное значение ее мультииндекса $i_{(q)} = (i_1, i_2, \dots, i_q)$. Это значение указывает на конкретный элемент $a_{i'_{(q)}}$ матрицы A . В последовательности чисел $i'_{(q)} = (i'_1, i'_2, \dots, i'_q)$ находятся числа от 1 до n , которые могут повторяться. Пусть число m повторяется в последовательности $i'_{(q)} = (i'_1, i'_2, \dots, i'_q)$ q_m раз, $m \in \{1, 2, \dots, n\}$, $q_1 + q_2 + \dots + q_n = q$. Мультииндекс с повторениями (частотами) чисел 1, 2, \dots , n q_1, q_2, \dots, q_n раз соответственно будем называть мультииндексом структуры (q_1, q_2, \dots, q_n) . Очевидно, что у элементов q -мерной матрицы n -го порядка может быть несколько мультииндексов одной и той же структуры, поскольку от перестановки чисел мультииндекса местами его структура не меняется. Например, у трехмерной матрицы второго порядка $A = (a_{i, j, l})$, $i, j, l = 1, 2$, имеется по одному мультииндексу структуры (3,0), (0,3) (мультииндексы элементов $a_{1,1,1}$, $a_{2,2,2}$), три мультииндекса структуры (1,2) (мультииндексы элементов $a_{1,2,2}$, $a_{2,1,2}$, $a_{2,2,1}$) и три мультииндекса структуры (2,1) (мультииндексы элементов $a_{1,1,2}$, $a_{1,2,1}$, $a_{2,1,1}$). Поскольку указанные перестановки являются перестановками с повторениями, их число определяется формулой [3]

$$M_{i'_{(q)}} = \frac{q!}{q_1! q_2! \dots q_n!}. \quad (2)$$

Таким образом, элементы q -мерной матрицы n -го порядка можно разбить на группы элементов с одинаковой структурой индексов. Число элементов в группе (q_1, q_2, \dots, q_n) определяется формулой (2), а число групп – формулой, приведенной в [3]:

$$N = C_{n+q-1}^q = \frac{n(n+1)\dots(n+q-1)}{q!}. \quad (3)$$

Многомерная матрица (1) называется симметричной относительно двух своих индексов i_α, i_β , если каждые два ее элемента, получающиеся один из другого перестановкой этих индексов, одинаковы, т. е. если $a_{i_1, \dots, i_\alpha, \dots, i_\beta, \dots, i_q} = a_{i_1, \dots, i_\beta, \dots, i_\alpha, \dots, i_q}$. Многомерная матрица A (1) называется симметричной относительно нескольких индексов, если она симметрична относительно любой пары из них. Многомерная матрица A (1) называется просто симметричной, если она симметрична относительно всех своих индексов. Число N отличающихся друг от друга (различных) элементов симметричной q -мерной матрицы n -го порядка определяется формулой (3) [3].

Поскольку в симметричной матрице перестановки индексов фиксированной структуры не меняют как структуру перестановки, так и значения элементов матрицы, элементы симметричной матрицы объединяются в группы одинаковых элементов. Каждая группа характеризуется мультииндексом структуры (q_1, q_2, \dots, q_n) . Количество групп определяется формулой (3), а количество элементов в группе – формулой (2). Иными словами, у симметричной матрицы все элементы каждой группы структуры (q_1, q_2, \dots, q_n) одинаковы.

Симметричные q -мерные матрицы возникают, как уже отмечалось во введении, при возведении в $(0,0)$ -свернутую m -ю степень некоторой одномерной матрицы $u = (u_i), i = 1, 2, \dots, n$. Они могут также и не быть степенями какой-либо одномерной матрицы. Приведем примеры симметричных многомерных матриц. Многомерные матрицы будем изображать в виде ассоциированных с ними двумерных матриц [3, 4] и называть их также многомерными.

Пример 1. Пусть $u = (u_i) = (2,3)$ – одномерная матрица второго порядка (вектор с двумя компонентами). Тогда $v = u^4 = (v_{i,j,k,l})$ ($(0,0)$ -свернутая четвертая степень матрицы u) будет симметричной четырехмерной матрицей второго порядка ($q = 4, n = 2$), которая представляется в виде следующей $(2,0,2)$ -ассоциированной матрицы:

$$v = \begin{matrix} & \begin{matrix} (1,1) & (2,1) & (1,2) & (2,2) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (1,1) \\ (2,1) \\ (1,2) \\ (2,2) \end{matrix} & \begin{pmatrix} 16 & 24 & 24 & 36 \\ 24 & 36 & 36 & 54 \\ 24 & 36 & 36 & 54 \\ 36 & 54 & 54 & 81 \end{pmatrix} \end{matrix}. \quad (4)$$

Матрица (4) содержит $N = C_{n+q-1}^q = C_5^4 = 5$ различных элементов (формула (3)), которые повторяются определенное число раз. Например, элемент $v_{1,1,2,1} = 24$ этой матрицы повторяется $M_{1,1,2,1} = \frac{q!}{q_1!q_2!\dots q_n!} = \frac{4!}{3!1!} = 4$ раза (формула (2)), а элемент $v_{1,1,2,2} = 36$ повторяется

$M_{1,1,2,2} = \frac{q!}{q_1!q_2!\dots q_n!} = \frac{4!}{2!2!} = 6$ раз (формула (2)), что подтверждается видом матрицы (4).

Аналогичным образом можно определить kq -мерную симметричную матрицу. Пусть $\bar{i} = (i_1, i_2, \dots, i_q)$ – q -мультииндекс, и некоторая матрица A имеет вид

$$A = (a_{\bar{i}_1, \bar{i}_2, \dots, \bar{i}_k}) = (a_{\bar{i}_{(k)}}), \quad (5)$$

где $\bar{i}_{(k)} = (\bar{i}_1, \bar{i}_2, \dots, \bar{i}_k)$ – набор q -мультииндексов, содержащий k q -мультииндексов; матрицу A (5) будем называть kq -мерной матрицей или k -мерной матрицей по отношению к q -мультииндексу. Любая q -мерная матрица является $1q$ -мерной, т. е. одномерной по отношению к q -мультииндексу.

kq -мерную матрицу A (5) назовем симметричной относительно k ее q -мультииндексов, если она симметрична относительно любой пары мультииндексов.

К симметричной kq -мерной матрице можно применять теорию, относящуюся к q -мерной матрице. Для этого мультииндекс следует считать индексом, пробегающим значения от 1 до $n = n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_q$.

Пример 2. Пусть $u = (u_{i_1, i_2})$, $i_1 = 1, 2$, $i_2 = 1, 2, 3$, – двумерная прямоугольная матрица, в частности

$$u = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \alpha & \beta & \gamma \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Вводя в рассмотрение мультииндекс $\bar{i} = (i_1, i_2)$ размером $(2, 3)$, можно считать матрицу (6) одномерной по отношению к мультииндексу $\bar{i} = (i_1, i_2)$: $u = (u_{\bar{i}})$ ($1q$ -матрицей с $q = 2$). Мультииндекс $\bar{i} = (i_1, i_2)$ пробегает при этом $2 \cdot 3 = 6$ значений, $(1, 1), (2, 1), (1, 2), (2, 2), (1, 3), (2, 3)$, которые можно заменить числами $1, 2, 3, 4, 5, 6$. Матрица $v = u^2 = (v_{\bar{i}_1, \bar{i}_2, \bar{i}_3, \bar{i}_4}) = (u_{\bar{i}_1} u_{\bar{i}_2})$ является четырехмерной размером $(2, 3, 2, 3)$ и имеет как $(2, 0, 2)$ -ассоциированная следующий вид:

$$v = \begin{matrix} & \begin{matrix} (1,1) & (2,1) & (1,2) & (2,2) & (1,3) & (2,3) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (1,1) \\ (2,1) \\ (1,2) \\ (2,2) \\ (1,3) \\ (2,3) \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & \alpha & 2 & \beta & 3 & \gamma \\ \alpha & \alpha^2 & 2\alpha & \alpha\beta & 3\alpha & \alpha\gamma \\ 2 & 2\alpha & 2^2 & 2\beta & 6 & 2\gamma \\ \beta & \beta\alpha & 2\beta & \beta^2 & 3\beta & \beta\gamma \\ 3 & 3\alpha & 6 & 3\beta & 9 & 3\gamma \\ \gamma & \gamma\alpha & 2\gamma & \gamma\beta & 3\gamma & \gamma^2 \end{pmatrix} \end{matrix}, \quad (7)$$

она также – двумерная матрица ($k = 2$) по отношению к 2-мультииндексу ($q = 2$) размером $(2, 3)$. Каждый из мультииндексов \bar{i}_1, \bar{i}_2 пробегает значения, упорядоченные как $(1, 1), (2, 1), (1, 2), (2, 2), (1, 3), (2, 3)$. Применяя к матрице (7) формулу (3) с $k = 2$, $n = 2 \cdot 3 = 6$, получаем, что данная матрица содержит $N = C_{n+k-1}^k = C_7^2 = 7! / (2! \cdot 5!) = 21$ различных элементов. По формуле (2) получаем, что, например, элемент $v_{1,3,1,2} = 6$ повторяется $M_{(1,3),(1,2)} = 2! / (1! \cdot 1!) = 2$ раза, а $v_{2,2,2,2} = \beta^2 - M_{(2,2),(2,2)} = 2! / 2! = 1$ раз, что подтверждается видом матрицы (7).

Единичные многомерные и единичные симметричные многомерные матрицы

В [3] введена (λ, μ) -единичная многомерная матрица $E(\lambda, \mu)$ как матрица, удовлетворяющая равенствам

$$\lambda, \mu (AE(\lambda, \mu)) = \lambda, \mu (E(\lambda, \mu)A) = A \quad (8)$$

для любой матрицы A , допускающей указанное (λ, μ) -свернутое произведение. Эта матрица определяется выражением

$$E(\lambda, \mu) = (e_{\bar{c}, \bar{s}, \bar{m}}) = (\delta_{\bar{c}, \bar{m}}) = \begin{pmatrix} 1, & \bar{c} = \bar{m}, \\ 0, & \bar{c} \neq \bar{m} \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где $\bar{c}, \bar{s}, \bar{m}$ – μ, λ, μ -мультииндексы соответственно; $\delta_{\bar{c}, \bar{m}}$ – символ Кронекера.

Из (9) видно, что это $(\lambda + 2\mu)$ -мерная матрица.

Для симметричной матрицы A (1) n -го порядка существует также так называемая симметричная (λ, μ) -единичная матрица $E^{(s)}(\lambda, \mu)$, удовлетворяющая равенству для симметричной матрицы A , допускающей указанное (λ, μ) -свернутое произведение:

$$\lambda, \mu (AE^{(s)}(\lambda, \mu)) = \lambda, \mu (E^{(s)}(\lambda, \mu)A) = A. \quad (10)$$

Данная матрица определяется выражением, приведенным в [4]:

$$E^{(s)}(\lambda, \mu) = (e_{\bar{c}, \bar{s}, \bar{m}}^{(s)}) = \begin{pmatrix} \frac{\mu_1! \mu_2! \dots \mu_n!}{\mu!}, & \text{если } perm(\bar{c}) = \bar{m}, \\ 0, & \text{если } perm(\bar{c}) \neq \bar{m} \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где μ_i – число повторений числа i в мультииндексе \bar{c} (или \bar{m}), $i = 1, 2, \dots, n$, $\mu = \mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_n$; $perm(\bar{c})$ – некоторая перестановка индексов в \bar{c} ; μ – число индексов в мультииндексе \bar{c} (или \bar{m}).

Многомерные единичные матрицы для kq -мерных матриц определяются аналогично (8)–(11) путем замены индексов на q -мультииндексы. В частности, $(\lambda q, \mu q)$ -единичная матрица $E(\lambda q, \mu q)$ определяется как матрица, удовлетворяющая равенству для любой kq -мерной матрицы A (5), допускающей указанное $(\lambda q, \mu q)$ -свернутое произведение:

$${}^{\lambda q, \mu q}(AE(\lambda q, \mu q)) = {}^{\lambda q, \mu q}(E(\lambda q, \mu q)A) = A.$$

Эта матрица определяется выражением

$$E(\lambda q, \mu q) = (e_{\bar{c}, \bar{s}, \bar{m}}) = (\delta_{\bar{c}, \bar{m}}) = \begin{pmatrix} 1, & \bar{c} = \bar{m}, \\ 0, & \bar{c} \neq \bar{m} \end{pmatrix},$$

где $\bar{c}, \bar{s}, \bar{m}$ – наборы мультииндексов, содержащие μ, λ, μ q -мультииндексов соответственно; $\delta_{\bar{c}, \bar{m}}$ – символ Кронекера.

Симметричная $(\lambda q, \mu q)$ -единичная матрица $E^{(s)}(\lambda q, \mu q)$ удовлетворяет равенству для симметричной kq -мерной матрицы A (5), допускающей указанное $(\lambda q, \mu q)$ -свернутое произведение:

$${}^{\lambda q, \mu q}(AE^{(s)}(\lambda q, \mu q)) = {}^{\lambda q, \mu q}(E^{(s)}(\lambda q, \mu q)A) = A.$$

Эта матрица определяется выражением, приведенным в [4]:

$$E^{(s)}(\lambda q, \mu q) = \left(e_{\bar{c}, \bar{s}, \bar{m}}^{(s)} \right) = \begin{pmatrix} \frac{\mu_1! \mu_2! \dots \mu_n!}{\mu!}, & \text{если } perm(\bar{c}) = \bar{m}; \\ 0, & \text{если } perm(\bar{c}) \neq \bar{m} \end{pmatrix}, \quad (12)$$

где μ_i – число повторений числа i в наборе мультииндексов \bar{c} (или \bar{m}), $i = 1, 2, \dots, n$, $\mu = \mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_n$; $perm(\bar{c})$ – некоторая перестановка мультииндексов в \bar{c} ; μ – число мультииндексов в наборе мультииндексов \bar{c} (или \bar{m}); $n = n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_q$ (n_1, n_2, n_q) – размер q -мультииндекса.

Понятно, что матрица $E^{(s)}(\lambda, \mu)$ является частным случаем матрицы $E^{(s)}(\lambda q, \mu q)$ при $q = 1$.

Обратные многомерные симметричные матрицы

Вопрос обращения многомерных симметричных матриц является ключевым в решении многих многомерно-матричных проблем. Нас интересуют алгоритмы обращения, имеющие практическое применение, т. е. численные алгоритмы для матриц больших размеров. Такие алгоритмы хорошо разработаны для двумерных матриц, в связи с чем целесообразно обращение многомерной матрицы рассматривать как обращение ассоциированной с ней двумерной матрицы. Под определителем и рангом многомерной матрицы будем понимать определитель и ранг соответствующей ассоциированной матрицы. Симметричные многомерные матрицы являются вырожденными, т. е. их определитель равен нулю, поскольку ассоциированные с ними двумерные матрицы имеют одинаковые строки и столбцы. Примером может служить матрица (4). Это значит, что для симметричных многомерных матриц A (1) не существует (λ, μ) -обратных матриц ${}^{\lambda, \mu}A^{-1}$ по отношению к обычной единичной матрице, т. е. удовлетворяющих равенству:

$${}^{\lambda, \mu}({}^{\lambda, \mu}A^{-1}A) = {}^{\lambda, \mu}(A{}^{\lambda, \mu}A^{-1}) = E(\lambda, \mu).$$

В связи с этим в [4] определена матрица ${}^{\lambda, \mu}A_s^{-1}$, (λ, μ) -обратная к симметричной матрице A по отношению к симметричной единичной матрице, т. е. удовлетворяющая равенству:

$${}^{\lambda, \mu}({}^{\lambda, \mu}A_s^{-1}A) = {}^{\lambda, \mu}(A{}^{\lambda, \mu}A_s^{-1}) = E^{(s)}(\lambda, \mu). \quad (13)$$

Возникает вопрос нахождения такой обратной матрицы. Можно показать, что эта матрица является обратной матрицей Мура–Пенроуза [5] (МП-обратной матрицей). МП-обратная матрица называется также псевдообратной матрицей Мура–Пенроуза. Действительно, пользуясь опре-

делением ассоциированных матриц, можно утверждать, что многомерная МП-обратная матрица ${}^{\lambda,\mu}A_s^+$ – это такая матрица, которая удовлетворяет следующим условиям [5]:

- 1) ${}^{\lambda,\mu}(A_s^+ A) = {}^{\lambda,\mu}(A {}^{\lambda,\mu}A_s^+)$ – симметричная матрица;
- 2) ${}^{\lambda,\mu}(A {}^{\lambda,\mu}(A_s^+ A)) = A$;
- 3) ${}^{\lambda,\mu}({}^{\lambda,\mu}A_s^+ {}^{\lambda,\mu}(A {}^{\lambda,\mu}A_s^+)) = {}^{\lambda,\mu}A_s^+$.

Теорема. Симметричная (λ,μ) -обратная матрица ${}^{\lambda,\mu}A_s^{-1}$ (13) удовлетворяет условиям 1–3.

Доказательство. Если в условиях 1–3 принять ${}^{\lambda,\mu}A_s^+ = {}^{\lambda,\mu}A_s^{-1}$, то выполнение условия 1 следует из выражения (13) и симметричности матрицы $E^{(s)}(\lambda,\mu)$, а условия 2 и 3 выполняются в силу (13) и (10).

Таким образом, показано, что многомерная МП-обратная матрица ${}^{\lambda,\mu}A_s^+$ является обратной для симметричной многомерной матрицы: ${}^{\lambda,\mu}A_s^{-1} = {}^{\lambda,\mu}A_s^+$, где ${}^{\lambda,\mu}A_s^{-1}$ – матрица, определяемая по (13), а ${}^{\lambda,\mu}A_s^+$ – МП-обратная матрица, определяемая условиями 1–3.

Матрица ${}^{\lambda,\mu}A_s^{-1}$ (13) для симметричной матрицы A может не существовать, в то время как МП-обратная матрица ${}^{\lambda,\mu}A_s^+$ существует для любой матрицы. В этом случае МП-обратная матрица не будет обратной для симметричной матрицы A . Алгоритм нахождения обратной многомерной симметричной матрицы следующий:

- 1) формируется двумерная матрица, ассоциированная с обращаемой многомерной матрицей;
- 2) находится МП-обратная матрица для ассоциированной матрицы;
- 3) выполняется преобразование двумерной МП-обратной матрицы в многомерную МП-обратную матрицу.

В системах программирования имеются функции для получения МП-обратной матрицы. В системе программирования MATLAB это функция `pinv`. Для нахождения МП-обратной матрицы можно воспользоваться следующим предельным соотношением [5]:

$$A^+ = \lim_{t \rightarrow 0} A^T (AA^T + tI)^{-1},$$

где A – исходная матрица; A^+ – МП-обратная матрица; I – единичная матрица.

В практических расчетах при достаточно малом значении параметра t следует воспользоваться выражением

$$A^+ = A^T (AA^T + tI)^{-1}.$$

Представленный результат обобщается на kq -мерные симметричные матрицы. Если матрица ${}^{\lambda q, \mu q}A_s^{-1}$ является $(\lambda q, \mu q)$ -обратной к симметричной kq -мерной матрице A по отношению к симметричной единичной матрице $E^{(s)}(\lambda q, \mu q)$, т. е. удовлетворяет равенству ${}^{\lambda q, \mu q}({}^{\lambda q, \mu q}A_s^{-1} A) = {}^{\lambda q, \mu q}(A {}^{\lambda q, \mu q}A_s^{-1}) = E^{(s)}(\lambda q, \mu q)$, и существует, то она удовлетворяет следующим условиям Мура–Пенроуза:

- 1) ${}^{\lambda q, \mu q}({}^{\lambda q, \mu q}A_s^+ A) = {}^{\lambda q, \mu q}(A {}^{\lambda q, \mu q}A_s^+)$ – симметричная матрица;
- 2) ${}^{\lambda q, \mu q}\left(A {}^{\lambda q, \mu q}({}^{\lambda q, \mu q}A_s^+ A)\right) = A$;
- 3) ${}^{\lambda q, \mu q}\left({}^{\lambda q, \mu q}A_s^+ {}^{\lambda q, \mu q}(A {}^{\lambda q, \mu q}A_s^+)\right) = {}^{\lambda q, \mu q}A_s^+$.

Таким образом, указан реальный содержательный смысл псевдообратной матрицы Мура–Пенроуза, и в этом смысле термин «псевдообратная матрица» представляется неуместным. Речь идет о реально обратной матрице для симметричной многомерной матрицы.

Численный пример обратной симметричной матрицы

Пример 3. Рассмотрим четырехмерную матрицу второго порядка $A = (a_{ij,k,l})$, $i, j, k, l = 1, 2$, и пусть она как $(2,0,2)$ -ассоциированная имеет вид:

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} (1,1) & (2,1) & (1,2) & (2,2) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (1,1) \\ (2,1) \\ (1,2) \\ (2,2) \end{matrix} & \begin{pmatrix} -3 & -4 & -4 & 5 \\ -4 & 5 & 5 & -5 \\ -4 & 5 & 5 & -5 \\ 5 & -5 & -5 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}. \quad (14)$$

Ранг этой матрицы равен трем, определитель – нулю. Найдем матрицу ${}^{0,2}A_s^{-1}$, (0,2)-обратную к A относительно (0,2)-единичной симметричной матрицы $E^{(s)}(0,2)$. В этом случае должно выполняться равенство

$${}^{0,2}({}^{0,2}A_s^{-1}A) = {}^{0,2}(A {}^{0,2}A_s^{-1}) = E^{(s)}(0,2).$$

С помощью программы псевдообращения двумерных матриц, примененной к матрице (14), получаем следующую (2,0,2)-ассоциированную МП-обратную матрицу:

$$A_s^+ = \begin{matrix} & \begin{matrix} (1,1) & (2,1) & (1,2) & (2,2) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (1,1) \\ (2,1) \\ (1,2) \\ (2,2) \end{matrix} & \begin{pmatrix} -0.16807 & -0.088235 & -0.088235 & -0.042017 \\ -0.088235 & -0.058824 & -0.058824 & -0.14706 \\ -0.088235 & -0.058824 & -0.058824 & -0.14706 \\ -0.042017 & -0.14706 & -0.14706 & -0.2605 \end{pmatrix} \end{matrix}. \quad (15)$$

Выполняя умножение двумерных матриц A и A_s^+ , получаем следующую матрицу:

$$AA_s^+ = \begin{matrix} & \begin{matrix} (1,1) & (2,1) & (1,2) & (2,2) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (1,1) \\ (2,1) \\ (1,2) \\ (2,2) \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & -2.2204e-16 & -2.2204e-16 & 6.6613e-16 \\ 2.2204e-16 & 0.5 & 0.5 & -1.1102e-16 \\ 2.2204e-16 & 0.5 & 0.5 & 2.7756e-16 \\ 4.4409e-16 & 6.6613e-16 & 6.6613e-16 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

Данная матрица является (2,0,2)-ассоциированной единичной симметричной матрицей $E^{(s)}(0,2)$, определенной в (13). Для сравнения, рассчитанная по формуле (11) (2,0,2)-ассоциированная единичная симметричная матрица $E^{(s)}(0,2)$ имеет вид:

$$E^{(s)}(0,2) = \begin{matrix} & \begin{matrix} (1,1) & (2,1) & (1,2) & (2,2) \end{matrix} \\ \begin{matrix} (1,1) \\ (2,1) \\ (1,2) \\ (2,2) \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

Это обстоятельство позволяет утверждать, что полученная обратная матрица A_s^+ (15) является искомой обратной матрицей ${}^{0,2}A_s^{-1}$.

Заключение

Основной результат статьи – это теорема, устанавливающая, что обратной к многомерной симметричной матрице является матрица Мура–Пенроуза. Хотя доказательство результата в итоге оказалось несложным, но все равно потребовало возврата к работе [4] и пересмотра соответствующего материала.

Список литературы

1. Муха, В. С. Многомерно-матричный полиномиальный регрессионный анализ. Оценки параметров / В. С. Муха // Весці Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі. Серыя фізіка-матэматычных навук. 2007. № 1. С. 45–51.

2. Муха, В. С. Наилучшая полиномиальная многомерно-матричная регрессия / В. С. Муха // Кибернетика и системный анализ. 2007. Т. 43, № 3. С. 138–143.
3. Соколов, Н. П. Введение в теорию многомерных матриц / Н. П. Соколов. Киев: Наукова думка, 1972.
4. Муха, В. С. Анализ многомерных данных / В. С. Муха. Минск: Технопринт, 2004.
5. Хорн, Р. Матричный анализ / Р. Хорн, Ч. Джонсон. М.: Мир, 1989.

References

1. Mukha V. S. (2007) Multidimensional-Matrix Regression Analysis. Estimations of the Parameters. *Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics Series*. (1), 45–51 (in Russian).
2. Mukha V. S. (2007) The Best Polynomial Multidimensional-Matrix Regression. *Cybernetics and Systems Analysis*. 43 (3), 138–143 (in Russian).
3. Sokolov N. P. (1972) *Introduction to the Theory of Multidimensional Matrices*. Kiev, Naukova Dumka Publ. (in Russian).
4. Mukha V. S. (2004) *Analysis of Multidimensional Data*. Minsk, Technoprint Publ. (in Russian).
5. Horn R., Johnson Ch. (1989) *Matrix Analysis*. Cambridge University Press. (in Russian).

Сведения об авторе

Муха В. С., д-р техн. наук, проф., Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,
г. Минск, ул. П. Бровки, 6
Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники
Тел.: +375 44 781-16-51
E-mail: mukha@bsuir.by
Муха Владимир Степанович

Information about the author

Mukha V. S., Dr. of Sci. (Tech.), Professor, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics

Address for correspondence

220013, Republic of Belarus,
Minsk, P. Brovki St., 6
Belarusian State University
of Informatics and Radioelectronics
Tel.: +375 44 781-16-51
E-mail: mukha@bsuir.by
Mukha Vladimir Stepanovich



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-30-38>

Оригинальная статья
Original paper

УДК 621.3.049.774.3

ПРЕЦИЗИОННЫЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ ПЕРЕМЕННОГО НАПРЯЖЕНИЯ В ПОСТОЯННОЕ ПО УРОВНЮ СРЕДНЕКВАДРАТИЧЕСКОГО ЗНАЧЕНИЯ

Я. Д. ГАЛКИН^{1,2}, О. В. ДВОРНИКОВ³, В. А. ЧЕХОВСКИЙ²

¹Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
(г. Минск, Республика Беларусь)

²Институт ядерных проблем Белорусского государственного университета
(г. Минск, Республика Беларусь)

³ОАО «Минский научно-исследовательский приборостроительный институт»
(г. Минск, Республика Беларусь)

Поступила в редакцию 15.09.2023

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2024
Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2024

Аннотация. Рассмотрены разработанная модель резистивно-транзисторного термоэлектрического преобразователя, методика идентификации ее параметров и результаты схемотехнического моделирования с применением предложенной модели преобразователя переменного напряжения в постоянное по уровню среднеквадратического значения. Приведена электрическая схема преобразователя переменного напряжения в постоянное, полученная при схемотехническом моделировании зависимости погрешности преобразования от уровня входного напряжения, на основании которой сформулированы основные требования для уменьшения погрешности. Применение ранее разработанных на базовом матричном кристалле МН2ХА031 операционных усилителей типа ОАmp11.2 с входными полевыми транзисторами, управляемыми $p-n$ -переходом, позволяет реализовать прецизионный преобразователь переменного напряжения в постоянное по уровню среднеквадратического значения в виде микросборки, содержащей два кристалла термоэлектрического преобразователя ПН001, один кристалл МН2ХА031 со схемой обработки сигналов и внешние фильтрующие конденсаторы. Схемотехническое моделирование показало, что такой преобразователь сохраняет работоспособность при поглощенной дозе гамма-излучения, равной 1 Мрад, и воздействию флюенса нейтронов $1 \cdot 10^{13}$ н/см².

Ключевые слова: термоэлектрический преобразователь, преобразователь переменного напряжения в постоянное, измерение среднеквадратического значения, измерение переменного напряжения, радиационно-стойкие операционные усилители.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования. Галкин, Я. Д. Прецизионный преобразователь переменного напряжения в постоянное по уровню среднеквадратического значения / Я. Д. Галкин, О. В. Дворников, В. А. Чеховский // Доклады БГУИР. 2024. Т. 22, № 1. С. 30–38. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-30-38>.

PRECISION RMS-TO-DC CONVERTER

YAROSLAV D. GALKIN^{1,2}, OLEG V. DVORNIKOV³, VLADIMIR A. TCHEKHOVSKI²

¹Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (Minsk, Republic of Belarus)

²Institute for Nuclear Problems of Belarusian State University (Minsk, Republic of Belarus)

³JSC "Minsk Research Instrument-Making Institute" (Minsk, Republic of Belarus)

Submitted 15.09.2023

Abstract. The developed model of a resistive-transistor thermoelectric converter, the technique for identifying its parameters and the results of circuit simulation using the proposed model of an RMS-DC converter are considered. The electrical circuit of the RMS-DC converter is given, the dependences of the conversion error on the input voltage level obtained by circuit modeling, on the basis of which the main requirements for reducing the error are formulated. The application of operational amplifiers of the OAmpl1.2 type with input junction field-effect transistors, previously developed on the master slice array MH2XA031, makes it possible to implement a precision RMS-DC converter in the form of a microassembly containing two crystals of the ПН001 thermoelectric converter, one MH2XA031 crystal with a signal processing circuit and external filter capacitors. Circuit simulation showed that such a converter remains operational at an absorbed dose of gamma radiation equal to 1 Mrad and exposure to a neutron fluence of $1 \cdot 10^{13}$ n/cm².

Keywords: thermoelectrical converter, RMS-DC converter, RMS measurement, AC voltage measurement, radiation hardened operational amplifiers.

Conflict of interests. The authors declare no conflict of interests.

For citation. Galkin Y. D., Dvornikov O. V., Tchekhovski V. A. (2024) Precision RMS-to-DC Converter. *Doklady BGUIR*. 22 (1), 30–38. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-30-38> (in Russian).

Введение

В различной радиоэлектронной аппаратуре (вольтметрах, калибраторах, системах автоматической регулировки усиления, биомедицинских приборах, измерителях мощности сигналов, электронных блоках регулировки мощности и проч.) необходимо оценивать уровень переменного напряжения. Наиболее точно описывает сигнал сложной формы среднеквадратическое значение (СКЗ) напряжения, которое позволяет строго сравнивать действие сигналов различной формы: постоянных, периодических, коммутируемых периодических, случайных и др.

Для определения СКЗ напряжения применяются преобразователи переменного напряжения в постоянное по уровню среднеквадратического значения (ПСКЗ), причем их способность обрабатывать сигналы сложной формы обычно описывается коэффициентом амплитуды, определяемым как отношение амплитуды сигнала к его СКЗ. Существующая потребность объясняет наличие широкой номенклатуры серийно выпускаемых ПСКЗ, основными из которых являются:

– ПСКЗ с экспоненциально-логарифмическим преобразованием (AD536, AD636, AD637, AD736, AD737, MX536, MX636). Такие устройства характеризуются высокой точностью преобразования в диапазоне частот до 200 кГц и при коэффициентах амплитуды до 5 [1];

– ПСКЗ на умножителях напряжения (AD834, AD8361, AD8362, AD8317) сохраняют работоспособность в полосе частот до 3 ГГц, однако не допускают наличия постоянной и низкочастотной составляющих в спектре сигнала, и их погрешность довольно велика [2];

– малую погрешность преобразования в широкой полосе частот обеспечивают ПСКЗ с термоэлектрическим преобразователем (ТЭП). Серийно выпускаются резистивно-диодный дифференциальный ТЭП LT1088, резистивно-транзисторные ВВ4131 и ПН001. Кроме того, доступен ПСКЗ с ТЭП LP34, и разработаны микромеханические ПСКЗ с ТЭП [3];

– ПСКЗ (LT1966), применяющие $\Delta\Sigma$ -преобразование. Погрешность таких ПСКЗ очень мала, но только для низкочастотного сигнала;

– высокочастотные измерители мощности (AD8313, AD8317, AD8318, AD8361, AD8362, LMN2120, LT5534), не обрабатывающие низкочастотные сигналы.

В последнее время для обработки сигналов некоторых типов датчиков возникла необходимость применения радиационно-стойких ПСКЗ, отсутствующих в свободной продаже.

Целью исследований являлось изучение возможности создания прецизионного радиационно-стойкого ПСКЗ в виде микросборки, содержащей два кристалла ТЭП ПН001 [4], схему обработки сигналов на операционных усилителях (ОУ), реализованных на базовом матричном кристалле (БМК) МН2ХА031 [5], и внешние фильтрующие конденсаторы.

Модель дифференциального термоэлектрического преобразователя

Для схемотехнического моделирования и оптимизации ПСКЗ, прежде всего, необходима адекватная модель ТЭП в виде эквивалентной электрической схемы. Разработанная модель дифференциального ТЭП ПН001, содержащего два одинаковых кристалла, собранных в 16-выводном корпусе Н04.16, показана на рис. 1, а схема включения для идентификации ее параметров – на рис. 2.

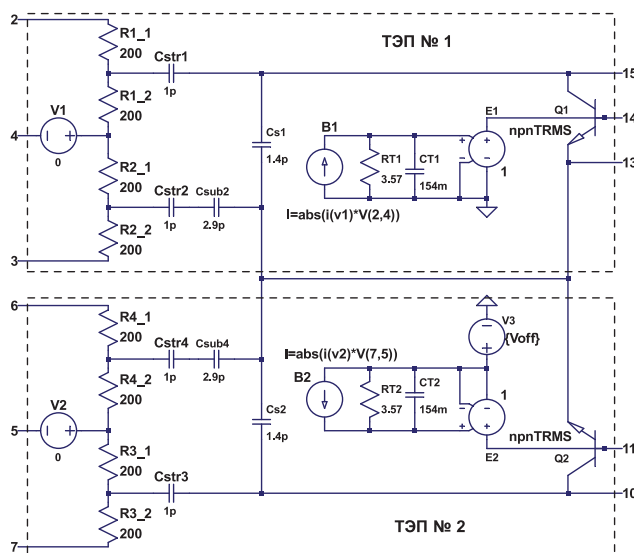


Рис. 1. Эквивалентная электрическая схема для LTSpice дифференциального термоэлектрического преобразователя ПН001 с нумерацией выводов корпуса

Fig. 1. LTSpice equivalent electrical circuit for differential thermoelectrical converter PN001 with package pin numbering

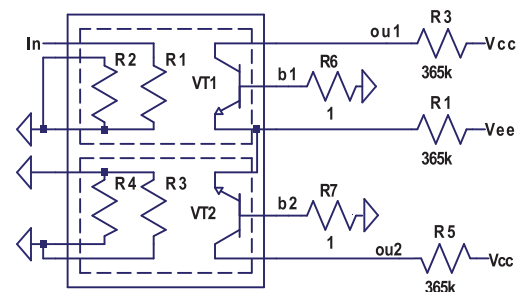


Рис. 2. Схема включения дифференциального термоэлектрического преобразователя ПН001 при идентификации параметров его модели, $V_{CC} = 6 \text{ В}$, $V_{EE} = -6 \text{ В}$

Fig. 2. Connection circuit of differential thermoelectrical converter PN001 when identifying the parameters of its model, $V_{CC} = 6 \text{ V}$, $V_{EE} = -6 \text{ V}$

Эквивалентная электрическая схема базируется на известной термоэлектрической модели [6], учитывает конструктивные особенности ТЭП ПН001 и возможности применяемого программного обеспечения LTSpice, а именно:

- в микросборке ПН001 каждый ТЭП содержит два нагревательных резистора с сопротивлением $R_H = 400 \text{ Ом}$ ($R1, R2$ в ТЭП № 1; $R3, R4$ в ТЭП № 2). Эти резисторы расположены на разном расстоянии от термочувствительных транзисторов $Q1, Q2$ и поэтому имеют разное подключение паразитной емкости C_{STR} . Конденсаторы C_{STR1}, C_{STR3} соединены с коллекторами $Q1, Q2$ и через C_{S1}, C_{S2} с полупроводниковой подложкой p -типа проводимости, на которую поступает самый отрицательный потенциал схемы с вывода 13 корпуса. Конденсаторы C_{STR2}, C_{STR4} соединены с полупроводниковой подложкой через C_{SUB2}, C_{SUB4} ;
- коэффициент преобразования рассеиваемой на нагревательных резисторах мощности в напряжение на прямосмещенных эмиттерных переходах $Q1, Q2$ описан резисторами $RT1, RT2$, которые совместно с конденсаторами $CT1, CT2$ характеризуют тепловую постоянную ТЭП;
- влияние мощности, рассеиваемой на нагревательных резисторах, на параметры $Q1, Q2$ учтено в функциональных источниках $B1, B2$, выходной ток которых равен абсолютной величине произведения тока, протекающего через нулевой источник напряжения $V1$ ($V2$), на напряжение между узлами 2 и 4 (5 и 7);

– не идентичность транзисторов $Q1, Q2$ по падению напряжения на прямосмещенных эмиттерных переходах ΔV_{BE} и разной величине статического коэффициента усиления тока базы в схеме с общим эмиттером $\Delta\beta$ описана источником напряжения $V3$, величина которого задается напряжением смещения нуля V_{OFF} дифференциального ТЭП.

Для идентификации параметров модели $RT1, RT2, CT1, CT2$ было выполнено измерение и моделирование в LTSpice схемы рис. 2 с последующей настройкой указанных параметров для получения удовлетворительного совпадения результатов моделирования и измерений (рис. 3).

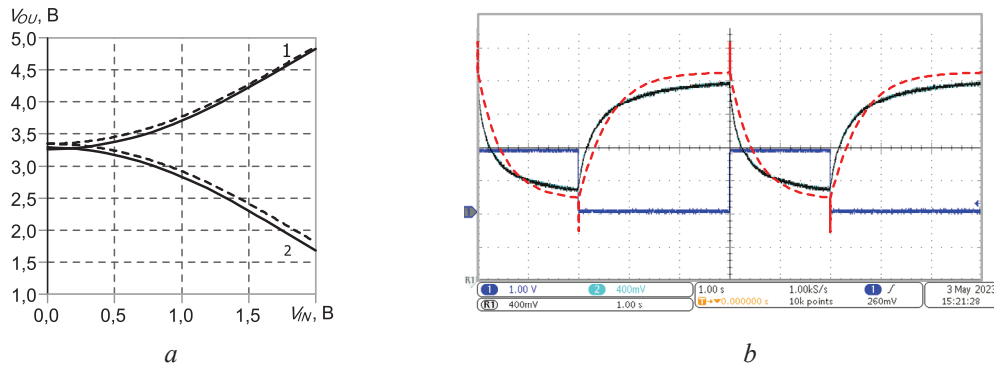


Рис. 3. Результаты измерений и моделирования (пунктирная линия)

дифференциального термоэлектрического преобразователя ПН001: a – передаточная характеристика; b – переходная характеристика; 1, 2 – напряжение в узлах OU_2 и OU_1 на рис. 2

Fig. 3. Results of measurements and simulations (dash line) of differential thermoelectrical converter ПН001: a – transfer characteristic; b – transient response; 1, 2 – voltage at nodes OU_2 and OU_1 in Fig. 2

Результаты схемотехнического моделирования преобразователя переменного напряжения в постоянное по уровню среднеквадратического значения

Электрическая схема ПСКЗ, показанная на рис. 4, ранее была экспериментально апробирована с применением ОУ OP27 в первом и AD711 в остальных каскадах [4].

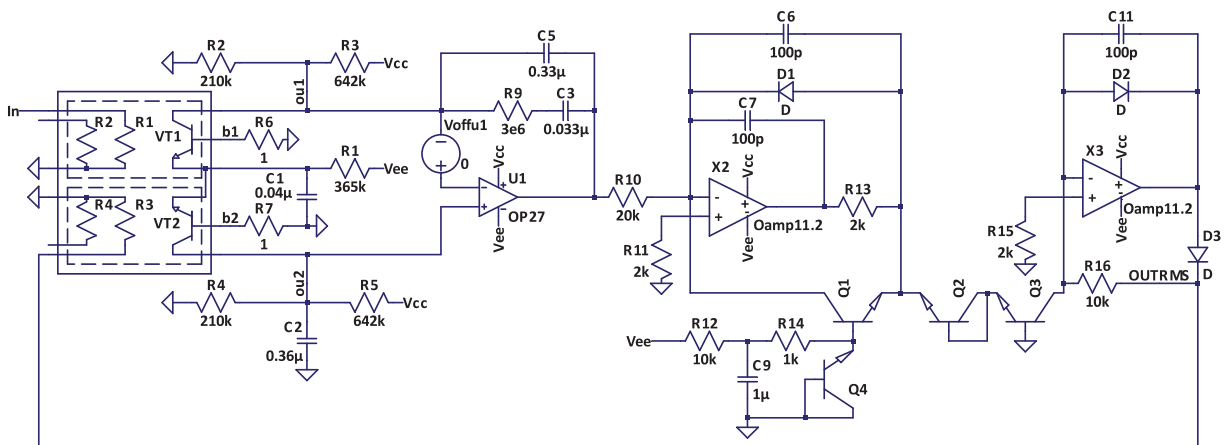


Рис. 4. Электрическая схема преобразователя переменного напряжения в постоянное по уровню среднеквадратического значения

Fig. 4. Electrical circuit of the RMS-DC converter

Поскольку основная цель проводимых работ заключается в создании радиационно-стойкого ПСКЗ в виде микросборки с минимальным количеством кристаллов, во втором и третьем каскадах рассматриваемой схемы применен ОУ Oamp11.2 с входными JFET, разработанный для элементов БМК МН2ХА031, и в первом каскаде – ОУ OP27, макромодель которого содержится в библиотеке компонентов LTSpice. В соответствии с макромоделью коэффициент усиления напряжения ОУ OP27 составляет $2,4 \cdot 10^6$, напряжение смещения нуля и входные токи имеют нулевые значения. Все остальные активные элементы ПСКЗ на рис. 4 (транзисторы $Q1-Q4$, диоды $D1-D3$) реализованы на элементах БМК. Напряжение смещения нуля OP27 описывается отдельным источником напряжения V_{OFFU1} . Такое описание ПСКЗ позволяет, с одной стороны,

учесть влияние параметров элементов БМК МН2ХА031 на характеристики ПСКЗ и, с другой, отдельно изучить воздействие напряжения смещения нуля ОУ в первом каскаде на работоспособность и погрешность ПСКЗ.

Моделирование осуществлялось в LTSpice при подаче в узел In прямоугольного импульса напряжения с различной амплитудой и длительностью 10 с, на выходе OUTRMS регистрировалась амплитуда установившегося импульса (рис. 5). При моделировании поочередно изменялся один из параметров: напряжение смещения нуля транзисторов ТЭП (V_{OFF}), сопротивление нагревательного резистора R_H , напряжение смещения нуля ОУ в первом каскаде (V_{OFFU1}). Основные результаты моделирования иллюстрируют рис. 6–8.

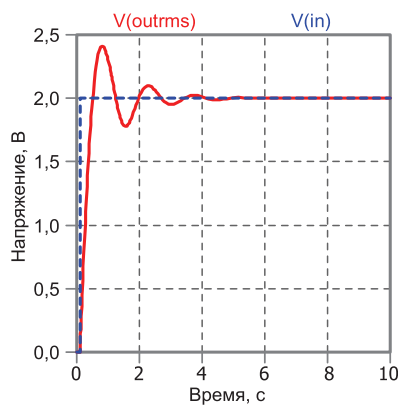


Рис. 5. Импульсы на входе и выходе преобразователя переменного напряжения в постоянное по уровню средноквадратического значения при моделировании в LTSpice, $R_H = 400$ Ом, $V_{OFF} = V_{OFFU1} = 0$ В

Fig. 5. Transient response of the RMS-DC converter at LTSpice simulation, $R_H = 400$ Ohm, $V_{OFF} = V_{OFFU1} = 0$ V

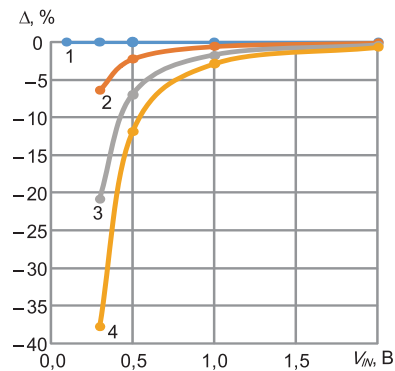


Рис. 6. Погрешность преобразователя переменного напряжения в постоянное по уровню средноквадратического значения при $R_H = 400$ Ом, $V_{OFFU1} = 0$ В: 1 – $V_{OFF} = 0$ В; 2 – $V_{OFF} = 0,1$ мВ; 3 – $V_{OFF} = 0,3$ мВ; 4 – $V_{OFF} = 0,5$ мВ

Fig. 6. Conversion error of the RMS-DC converter at $R_H = 400$ Ohm, $V_{OFFU1} = 0$ V: 1 – $V_{OFF} = 0$ V; 2 – $V_{OFF} = 0.1$ mV; 3 – $V_{OFF} = 0.3$ mV; 4 – $V_{OFF} = 0.5$ mV

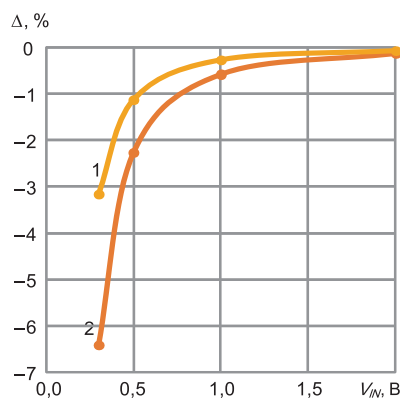


Рис. 7. Погрешность преобразователя переменного напряжения в постоянное по уровню средноквадратического значения при $V_{OFF} = 0,1$ мВ, $V_{OFFU1} = 0$ В: 1 – $R_H = 200$ Ом; 2 – $R_H = 400$ Ом

Fig. 7. Conversion error of the RMS-DC converter at $V_{OFF} = 0.1$ mV, $V_{OFFU1} = 0$ V: 1 – $R_H = 200$ Ohm; 2 – $R_H = 400$ Ohm

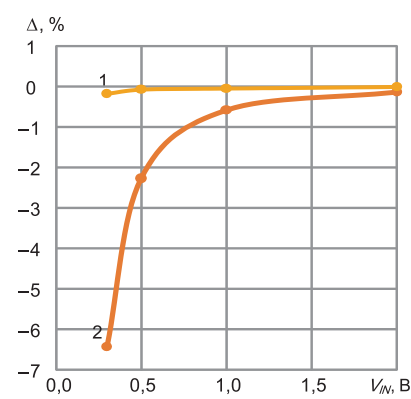


Рис. 8. Погрешность преобразователя переменного напряжения в постоянное по уровню средноквадратического значения при $R_H = 400$ Ом: 1 – $V_{OFFU1} = 0,1$ мВ; 2 – $V_{OFF} = 0,1$ мВ

Fig. 8. Conversion error of the RMS-DC at $R_H = 400$ Ohm: 1 – $V_{OFFU1} = 0.1$ mV; 2 – $V_{OFF} = 0.1$ mV

На основе результатов схемотехнического моделирования установлено:

– на работоспособность и погрешность ПСКЗ при малых входных сигналах значительно влияет напряжение смещения нуля транзисторов ТЭП. Так, при $V_{OFF} = 0$ В и отсутствии напряжения смещения нуля ОУ ОР27 ($V_{OFFU1} = 0$ В) погрешность ПСКЗ незначительна (менее 0,02 %) даже при $V(in) = 10$ мВ. При значениях V_{OFF} в диапазоне от 0,1 мВ до 0,5 мВ ПСКЗ не работоспособен при $V(in) < 300$ мВ (рис. 6);

– параллельное включение в каждом ТЭП ПН001 двух резисторов, т. е. уменьшение суммарного сопротивления нагревательного резистора R_H с 400 до 200 Ом, уменьшает погрешность ПСКЗ (рис. 7);

– влияние на погрешность ПСКЗ напряжения смещения нуля транзисторов ТЭП существенно больше, чем напряжения смещения нуля ОУ ОР27 (рис. 8), что обусловлено усилением, равным 35, дифференциального каскада, состоящего из транзисторов ТЭП и нагрузочных резисторов $R2-R5$.

Таким образом, для реализации прецизионного радиационно-стойкого ПСКЗ необходимо, главным образом, уменьшить напряжение смещения нуля транзисторов ТЭП, например, подачей напряжения в узлы $b1$ или $b2$ на рис. 4, а также минимизировать напряжение смещения нуля и разность входных токов ОУ в первом каскаде ПСКЗ.

Радиационно-стойкий операционный усилитель

При схемотехническом синтезе ОУ для микросборки радиационно-стойкого ПСКЗ необходимо учитывать особенности радиационного изменения вольт-амперных характеристик (ВАХ) элементов БМК МН2ХА031, главными из которых являются [5, 7]:

– зависимости статического коэффициента усиления тока в схеме с общим эмиттером $n-p-n$ - (β_N) и $p-n-p$ -транзисторов (β_P) от эмиттерного тока I_E при воздействии флюенса нейтронов F_N и поглощенной дозы гамма-излучения (рис. 9, 10), показывающие значительное падение β_N и β_P при $F_N > 1 \cdot 10^{14}$ н/см², приводящее к потере работоспособности аналоговых ИС, и допустимое при проектировании многих схем уменьшение β_N и β_P при $D_G < 1$ Мрад;

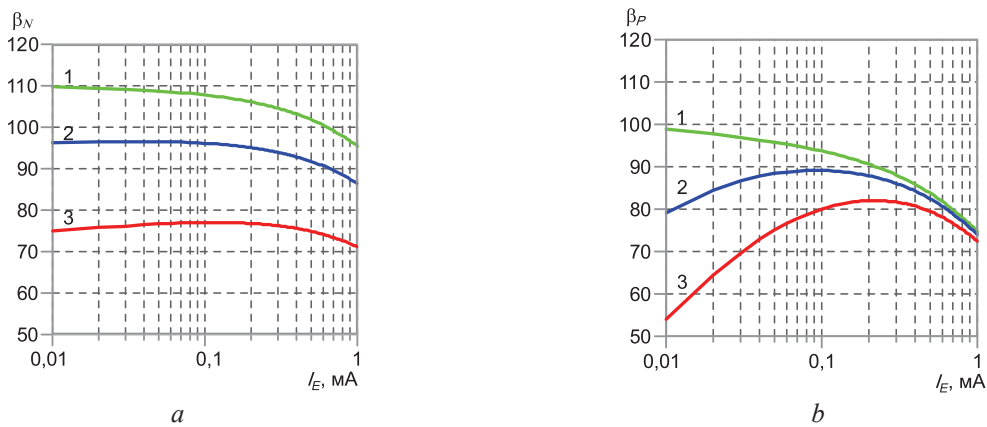


Рис. 9. Зависимость статического коэффициента усиления тока базы в схеме с общим эмиттером $n-p-n$ - (β_N) (a) и $p-n-p$ - (β_P) (b) транзисторов от эмиттерного тока I_E : 1 – нормальные условия; 2 – $D_G = 300$ крад; 3 – $D_G = 1$ Мрад

Fig. 9. Static base current gain in a common-emitter circuit $n-p-n$ - (β_N) (a) and $p-n-p$ - (β_P) (b) transistors versus emitter current I_E : 1 – normal conditions; 2 – $D_G = 300$ krad; 3 – $D_G = 1$ Mrad

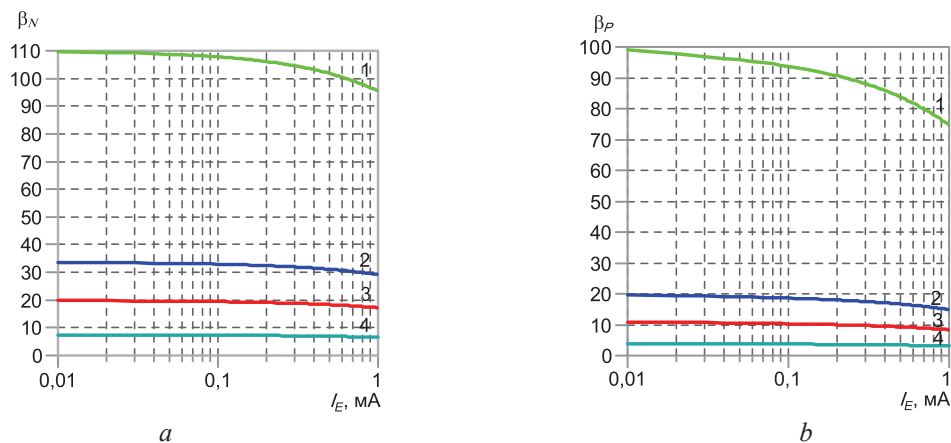


Рис. 10. Зависимость β_N (a) и β_P (b) от эмиттерного тока I_E : 1 – нормальные условия; 2 – $F_N = 5 \cdot 10^{13}$ н/см²; 3 – $F_N = 1 \cdot 10^{14}$ н/см²; 4 – $F_N = 3 \cdot 10^{14}$ н/см²

Fig. 10. β_N (a) and β_P (b) versus emitter current I_E : 1 – normal conditions; 2 – $F_N = 5 \cdot 10^{13}$ n/cm²; 3 – $F_N = 1 \cdot 10^{14}$ n/cm²; 4 – $F_N = 3 \cdot 10^{14}$ n/cm²

– крайне незначительное (менее 1 %) изменение максимального тока стока I_{Dmax} и напряжения отсечки V_{TH} JFET, расположенных на БМК, при $D_G < 1$ Мрад;

– радиационное ухудшение параметров JFET, наступающее при воздействии больших флюенсов нейтронов, но оно все равно намного меньше радиационного падения β_N и β_P . Так, $\Delta I_{Dmax} < 4 \%$, $\Delta V_{TH} < 2 \%$ при $F_N = 3 \cdot 10^{13}$ н/см² и $\Delta I_{Dmax} < 37 \%$, $\Delta V_{TH} < 18 \%$ при $F_N = 3 \cdot 10^{14}$ н/см².

С учетом указанных факторов в ПСКЗ использован разработанный путем схемотехнического моделирования для элементов БМК ОУ типа ОАmp11.2 [7], который в нормальных условиях при работе на 400-омную нагрузку обеспечивает $V_{OFFU1} = 0,08$ мВ, коэффициент усиления напряжения $K_V = 9 \cdot 10^4$, входной ток $I_{IN} = 33,1$ пА. Допустимый уровень радиационной стойкости ОАmp11.2 позволяет оценить схемотехническое моделирование с применением моделей транзисторов, обеспечивающих получение зависимостей на рис. 9, 10.

Так, для ОАmp11.2 при поглощенной дозе $D_G = 1$ Мрад $V_{OFFU1} = 0,07$ мВ, $K_V = 8,8 \cdot 10^4$. Передаточные характеристики ОАmp11.2 при различных флюенсах нейтронов показаны на рис. 11.

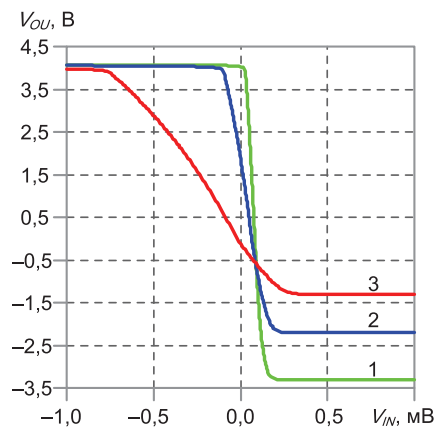


Рис. 11. Зависимость выходного напряжения V_{OU} от входного V_{IN} операционного усилителя ОАmp11.2 при 400-омной нагрузке: 1 – нормальные условия; 2 – $F_N = 1 \cdot 10^{13}$ н/см²; 3 – $F_N = 3 \cdot 10^{13}$ н/см²

Fig. 11. Output voltage V_{OU} versus input V_{IN} of an ОАmp11.2 operational amplifier at 400 Ohm load: 1 – normal conditions; 2 – $F_N = 1 \cdot 10^{13}$ н/см²; 3 – $F_N = 3 \cdot 10^{13}$ н/см²

По передаточным характеристикам можно определить, что $V_{OFFU1} = 0,06$ мВ, $K_V = 3,2 \cdot 10^4$ при $F_N = 1 \cdot 10^{13}$ н/см², а $V_{OFFU1} = -0,03$ мВ, $K_V = 7,4 \cdot 10^3$ при $F_N = 3 \cdot 10^{13}$ н/см². Таким образом, ПСКЗ с ОАmp11.2 будет работоспособен при $D_G = 1$ Мрад и $F_N = 1 \cdot 10^{13}$ н/см². Однако уменьшение выходного напряжения при $F_N = 1 \cdot 10^{13}$ н/см² не допускает параллельное соединение двух нагревательных резисторов ($R_H = 200$ Ом) для уменьшения погрешности преобразования ПСКЗ и, таким образом, рекомендуется модернизация ОАmp11.2 с целью увеличения его нагрузочной способности.

Заключение

1. На основе результатов схемотехнического моделирования преобразователя переменного напряжения в постоянное с применением созданной эквивалентной электрической схемы резистивно-транзисторного термоэлектрического преобразователя сформулированы рекомендации к компонентам преобразователя переменного напряжения в постоянное для уменьшения его погрешности.

2. Применение операционного усилителя с входным JFET типа ОАmp11.2 позволяет реализовать прецизионный преобразователь переменного напряжения в постоянное в виде микросборки, содержащей два кристалла дифференциального термоэлектрического преобразователя ПН001, один базовый матричный кристалл МН2ХА031 со схемой обработки сигналов и внешние фильтрующие конденсаторы.

3. Схемотехническое моделирование показало, что применение ОАmp11.2 обеспечивает работоспособность преобразователя переменного напряжения в постоянное при поглощенной дозе гамма-излучения, равной 1 Мрад, и воздействии флюенса нейтронов $F_N = 1 \cdot 10^{13}$ н/см².

4. Дальнейшее увеличение радиационной стойкости и уменьшение погрешности преобразователя переменного напряжения в постоянное возможно при модернизации операционных усилителей OAmpl1.2, направленной на увеличение его нагрузочной способности.

Список литературы

1. Дворников, О. В. Микроэлектронные преобразователи переменного напряжения в постоянное по уровню среднеквадратического значения. Ч. 1. Преобразователи с экспоненциально-логарифмической обратной связью / О. В. Дворников, В. А. Чеховский, Ю. Ф. Шульгевич // Компоненты и технологии. 2004. № 9. С. 62–69.
2. Дворников, О. В. Микроэлектронные преобразователи переменного напряжения в постоянное по уровню среднеквадратического значения. Ч. 2. Преобразователи на аналоговых умножителях напряжения / О. В. Дворников, В. А. Чеховский, Ю. Ф. Шульгевич // Компоненты и технологии. 2005. № 1. С. 34–39.
3. Yoon, E. A Wideband Monolithic RMS-DC Converter Using Micromachined Diaphragm Structures / E. Yoon, K. D. Wise // IEEE Transactions on Electron Devices. 1994. Vol. 41, No 9. P. 1666–1668. DOI: 10.1109/16.310122.
4. Дворников, О. В. Измерительный преобразователь для широкополосных вольтметров переменного тока / О. В. Дворников, В. А. Чеховский, Ю. Ф. Шульгевич // Новости науки и технологий. 2007. Т. 2, № 6. С. 13–17.
5. Проектирование аналоговых микросхем для экстремальных условий эксплуатации на основе базового матричного кристалла МН2ХА031 / О. В. Дворников [и др.] // Проблемы разработки перспективных микро- и нанoeлектронных систем. 2021. № 2. С. 37–46. DOI: 10.31114/2078-7707-2021-2-37-46.
6. Ott, W. E. A New Technique of Thermal RMS Measurement / W. E. Ott // IEEE Journal of Solid-State Circuits. 1974. Vol. 9, No 6. P. 374–380. DOI: 10.1109/JSSC.1974.1050530.
7. Прокопенко, Н. Н. Проектирование низкотемпературных и радиационно-стойких аналоговых микросхем для обработки сигналов датчиков / Н. Н. Прокопенко, О. В. Дворников, А. В. Бугакова. М.: СОЛОН-Пресс, 2021.

References

1. Dvornikov O. V., Tchekhovsky V. A., Shulgeevich U. F. (2004) Microelectronic Converters of Alternating Voltage to Direct Voltage Based on the Level of the Root Mean Square Value. Part 1. Converters with Exponential-Logarithmic Feedback. *Components and Technologies*. (9), 62–69 (in Russian).
2. Dvornikov O. V., Tchekhovsky V. A., Shulgeevich U. F. (2005) Microelectronic Converters of Alternating Voltage to Direct Voltage Based on the Level of the Root Mean Square Value. Part 2. Converters Based on Analog Voltage Multipliers. *Components and Technologies*. (1), 34–39 (in Russian).
3. Yoon E., Wise K. D. (1994) A Wideband Monolithic RMS-DC Converter Using Micromachined Diaphragm Structures. *IEEE Transactions on Electron Devices*. 41 (9), 1666–1668. DOI: 10.1109/16.310122.
4. Dvornikov O. V., Tchekhovsky V. A., Shulgeevich U. F. (2007) Measuring Transducer for Wideband AC Voltmeters. *Science and Technology News*. 2 (6), 13–17 (in Russian).
5. Dvornikov O. V., Tchekhovsky V. A., Prokopenko N. N., Galkin Y. D., Kunts A. V., Chumakov V. E. (2021) Analog Integrated Circuits Design for Extreme Environmental Conditions on the Base of Master Slice Array МН2ХА031. *Problems of Advanced Micro- and Nanoelectronic Systems Development*. (2), 37–46. DOI: 10.31114/2078-7707-2021-2-37-46 (in Russian).
6. Ott W. E. (1974) A New Technique of Thermal RMS Measurement. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*. 9 (6), 374–380. DOI: 10.1109/JSSC.1974.1050530.
7. Prokopenko N. N., Dvornikov O. V., Bugakova A. V. (2021) *Design of Low-Temperature and Radiation-Resistant Analog Microcircuits for Processing Sensor Signals*. Moscow, SOLON-Press Publ. (in Russian).

Вклад авторов

Галкин Я. Д. разработал модель термоэлектрического преобразователя и выполнил идентификацию ее параметров.

Дворников О. В. выполнил анализ современного состояния проблемы по теме работы, сформулировал цель и задачи исследований, разработал рекомендации по уменьшению погрешности преобразования.

Чеховский В. А. выполнил измерения и схемотехническое моделирование.

Authors' contribution

Galkin Y. D. has developed a model of a thermoelectric converter and performed the identification of its parameters.

Dvornikov O. V. has analyzed the current state of the problem, formulated the goal and objectives of the work, developed recommendations for reducing the conversion error.

Tchekhovski V. A. has performed measurements and IC simulation.

Сведения об авторах

Галкин Я. Д., асп., Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники; мл. науч. сотр. лаб. электронных методов и средств эксперимента, Институт ядерных проблем Белорусского государственного университета

Дворников О. В., д-р техн. наук, доц., гл. науч. сотр., ОАО «Минский научно-исследовательский приборостроительный институт»

Чеховский В. А., зав. лаб. электронных методов и средств эксперимента, Институт ядерных проблем Белорусского государственного университета

Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,
г. Минск, ул. П. Бровки, 6
Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники
Тел.: +375 25 725-07-75
E-mail: galkinyaroslav@gmail.com
Галкин Ярослав Денисович

Information about the authors

Galkin Y. D., Postgraduate, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics; Junior Researcher of Electronic Methods and Experiment Means Laboratory, Institute for Nuclear Problems of Belarusian State University

Dvornikov O. V., Dr. of Sci. (Tech.), Associate Professor, Principal Researcher, JSC "Minsk Research Instrument-Making Institute"

Tchekhovski V. A., Head of the Electronic Methods and Experiment Means Laboratory, Institute for Nuclear Problems of Belarusian State University

Address for correspondence

220013, Republic of Belarus,
Minsk, P. Brovki St., 6
Belarusian State University
of Informatics and Radioelectronics
Tel.: +375 25 725-07-75
E-mail: galkinyaroslav@gmail.com
Galkin Yaroslav Denisovich



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-39-47>

Оригинальная статья
Original paper

УДК 621.391.82

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК И РАЗРАБОТКА МОДЕЛЕЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ УСИЛИТЕЛЕЙ РАДИОЧАСТОТЫ ДИАПАЗОНА FR1

В. И. МОРДАЧЕВ¹, Е. В. СИНЬКЕВИЧ¹, ФАЮ ВАН², Д. А. ЦИОНЕНКО¹,
И. В. ШАКИНКО¹, А. А. ДУБОВИК¹

¹Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
(г. Минск, Республика Беларусь)

²Нанкинский университет информационных наук и технологий
(г. Нанкин, Китайская Народная Республика)

Поступила в редакцию 06.07.2023

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2024
Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2024

Аннотация. Выполнены экспериментальные исследования нелинейных свойств маломощных усилителей радиочастоты, аналогичных используемым в оборудовании мобильной связи 4G/5G диапазона FR1. Измерения характеристик усилителей проведены с применением технологии двухчастотного зондирования на частотах полосы n7 (2500–2570 / 2620–2690 МГц), выделенной в республике для систем мобильной связи 4G, и полосы n78 (3300–3800 МГц), которую планируется использовать в республике для систем мобильной связи 5G. На основе результатов измерений двухчастотных характеристик усилителей, их односигнальных амплитудных характеристик, а также двухсигнальных амплитудных характеристик и значений динамического диапазона по интермодуляции 3-, 5-, 7- и 9-го порядков в первой гармонической зоне синтезированы полиномиальные модели высоких порядков, описывающие передаточные характеристики исследуемых усилителей. Синтезированные модели пригодны для применения в широком динамическом диапазоне входных воздействий при одновременном анализе нелинейных эффектов всех видов, представляющих опасность для радиоприема в сложной электромагнитной обстановке в полосах частот мобильной (сотовой) связи, – как «тонких» (интермодуляция), так и «грубых» (блокирование, перекрестные искажения) эффектов. При использовании технологии дискретного нелинейного анализа поведения радиооборудования в сложной электромагнитной обстановке полученные модели обеспечивают высокую эффективность количественного анализа нелинейных процессов и радиопомех, возникающих в оборудовании и радиосетях 4G/5G/6G в сложной электромагнитной обстановке.

Ключевые слова: мобильная связь, 4G, 5G, электромагнитная обстановка, усилитель радиочастоты, нелинейность, интермодуляция, блокирование, динамический диапазон, полиномиальная модель.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Благодарность. Работа выполнена в рамках совместного научного проекта T22КИТГ-018 (2022YFE0122700) при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований и Национальной программы ключевых исследований и разработок (КНР).

Для цитирования. Экспериментальные исследования характеристик и разработка моделей нелинейности усилителей радиочастоты диапазона FR1 / В. И. Мордачев [и др.] // Доклады БГУИР. 2024. Т. 22, № 1. С. 39–47. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-39-47>.

EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF CHARACTERISTICS AND DEVELOPMENT OF NONLINEARITY MODELS FOR FR1-RANGE RADIO-FREQUENCY AMPLIFIERS

VLADIMIR I. MORDACHEV¹, EUGENE V. SINKEVICH¹, FAYU WAN²,
DZMITRY A. TSYANENKA¹, IVAN V. SHAKINKA¹, ARTHUR A. DUBOVIK¹

¹Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (Minsk, Republic of Belarus)

²Nanjing University of Information Science and Technology (Nanjing, People's Republic of China)

Submitted 06.07.2023

Abstract. Experimental studies of nonlinear properties of low-power radio-frequency amplifiers similar to those used in 4G/5G mobile communication equipment of the FR1 frequency range are carried out. The measurements of the characteristics of the amplifiers are performed by using the double-frequency testing technique at frequencies of the n7 band (2500–2570 / 2620–2690 MHz), which is allocated in Belarus for 4G mobile communication systems, and the n78 band (3300–3800 MHz), which is planned to be used in Belarus for 5G mobile communications. Based on the results of the measurements of double-frequency characteristics of the amplifiers, their single-tone amplitude characteristics, as well as two-tone characteristics and values of the dynamic range of 3-, 5-, 7-, and 9th order intermodulation in the first harmonic zone, high-order polynomial models of transfer characteristics of the investigated amplifiers are synthesized. The synthesized models are suitable for use in a wide dynamic range of input signals in case of simultaneous modeling of nonlinear effects of all kinds that pose a danger to radio reception in a complex electromagnetic environment created in the frequency bands of mobile (cellular) communications: both “subtle” effects (intermodulation) and “rough” effects (desensitization, cross-modulation). When using the technology of discrete nonlinear analysis of the behavior of radio equipment in a complex electromagnetic environment, the obtained models provide high efficiency of simulation and quantitative analysis of nonlinear processes and radio interference occurring in 4G/5G/6G radio equipment and networks in a complex electromagnetic environment.

Keywords: mobile communications, 4G, 5G, electromagnetic environment, radio-frequency amplifier, nonlinearity, intermodulation, desensitization, dynamic range, polynomial model.

Conflict of interests. The authors declare no conflict of interests.

Gratitude. The research was carried out within the framework of joint scientific project T22KITG-018 (2022YFE0122700) with the financial support of the Belarusian Republication Foundation for Fundamental Research and the National Key Research and Development Program (People's Republic of China).

For citation. Mordachev V. I., Sinkevich E. V., Fayu Wan, Tsyankenka D. A., Shakinka I. V., Dubovik A. A. (2024) Experimental Investigation of Characteristics and Development of Nonlinearity Models for FR1-Range Radio-Frequency Amplifiers. *Doklady BGUIR*. 22 (1), 39–47. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-39-47> (in Russian).

Введение

Чрезвычайно интенсивное развитие и проникновение во все сферы человеческой деятельности беспроводных технологий и сервисов в рамках эволюции мобильной связи (МС) 4G→5G→6G связано с ожидаемым увеличением на несколько порядков пространственной плотности источников радиочастотных (РЧ) электромагнитных полей (ЭМП) – до 10^6 ед./км² в рамках пятого (5G) и до 10^7 ед./км² – шестого (6G) поколений при одновременном декларируемом увеличении на много порядков территориальной плотности мобильного трафика – до 10 Мбит/с/м² для 5G и до 1 Гбит/с/м² для 6G [1]. Это неизбежно приведет к существенному усложнению электромагнитной обстановки (ЭМО) и условий радиоприема в местах интенсивного использования оборудования 4G/5G/6G производственного и бытового назначения, включая рост динамического диапазона РЧ ЭМП по меньшей мере на 10–20 дБ при полномасштабной реализации систем и сервисов 5G и 6G (принимая во внимание установленную в [2] количественную связь между

числом РЧ ЭМП, присутствующих на входе радиоприемника (РП), и их динамическим диапазоном). При существующих значениях динамического диапазона линейности РЧ входа современных РП базовых (БС) и периферийных (ПС) станций систем 4G/5G/6G на уровне 60–75 дБ это неизбежно явится причиной весьма значительного увеличения опасности нелинейных помех радиоприему, в первую очередь интермодуляционных. Без повышения линейности радиотрактов РП БС и ПС и разработки адекватных моделей характеристик нелинейности их входных элементов (описывающих поведение РП при существенном превышении мощными сигналами входной ЭМО верхней границы линейного режима работы этих элементов), а также без эффективного управления сложностью ЭМО, создаваемой системами МС 5G/6G, обеспечить эффективное функционирование данных радиотрактов при полномасштабной реализации систем и услуг 5G/6G будет практически невозможно. В связи с этим актуальными являются исследования характеристик нелинейности и разработка адекватных моделей передаточных характеристик усилителей радиочастоты (УРЧ) РП в полосах частот 5G диапазонов УВЧ, СВЧ и КВЧ.

Цель настоящей работы – создание адекватных моделей передаточных характеристик УРЧ диапазона FR1 5G (410–7125 МГц), обеспечивающих возможность анализа поведения этих усилителей при большом динамическом диапазоне входных воздействий, на основе результатов экспериментальных исследований характеристик нелинейности таких УРЧ с использованием технологии двухчастотного зондирования (ДЧЗ) [3].

Экспериментальные исследования характеристик нелинейности усилителей радиочастоты

Проведены экспериментальные исследования нелинейных свойств УРЧ, аналогичных используемым в оборудовании МС 4G/5G диапазона FR1, – усилителей ZJL-6G+ и ZX60-6013E-S+ производства компании Mini-Circuits (США). Измерения характеристик нелинейности этих УРЧ выполнены на частотах полосы n7 (2500–2570 / 2620–2690 МГц), выделенной в Беларуси для систем МС 4G, и полосы n78 (3300–3800 МГц), которую планируется применять в республике для систем МС 5G. Структурная схема автоматизированной системы (АС) ДЧЗ, использованной при проведении измерений, приведена на рис. 1.



Рис. 1. Структурная схема автоматизированной системы двухчастотного зондирования при испытаниях усилителей радиочастоты: 1, 2, 3 – генераторы Agilent N5181A, E8257D, E4438C; анализатор спектра – Agilent N9020A

Fig. 1. Block diagram of the automated double-frequency test system used in the tests of radio-frequency amplifiers: 1, 2, 3 – generators Agilent N5181A, E8257D, E4438C; spectrum analyzer – Agilent N9020A

При проведении исследований в окрестности частот 2551 и 3501 МГц измерены следующие характеристики, отражающие нелинейные свойства рассматриваемых УРЧ: 3D двухчастотные характеристики (ДЧХ, в примере на рис. 2 амплитуды входных испытательных сигналов одинаковы и равны (–6) дБм), 2D двухчастотные диаграммы (ДЧД, в примере на рис. 3 минимальный отображаемый уровень отклика на выходе УРЧ равен (–61,5) дБм), односигнальные амплитудные характеристики (АХ-1), а также амплитудные характеристики (АХ-ИМ) и значения динамического диапазона (ДДИ) анализируемых УРЧ по двухсигнальной интермодуляции 3-, 5-, 7- и 9-го порядков в первой гармонической зоне (табл. 1).

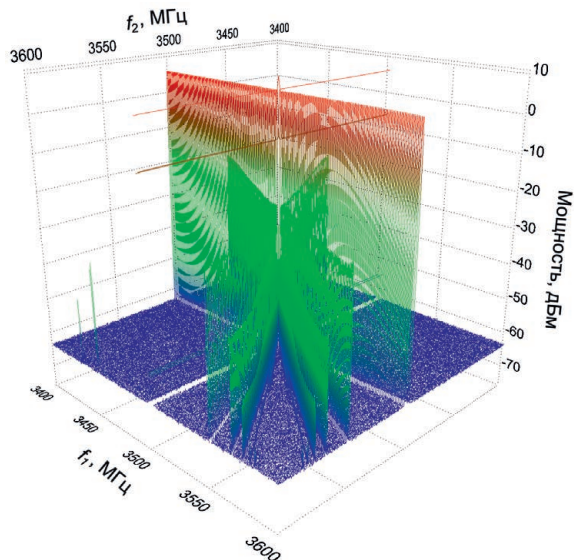


Рис. 2. Двухчастотная характеристика усилителя радиочастоты ZX60-6013E-S+
Fig. 2. Double-frequency characteristic of the ZX60-6013E-S+ radio-frequency amplifier

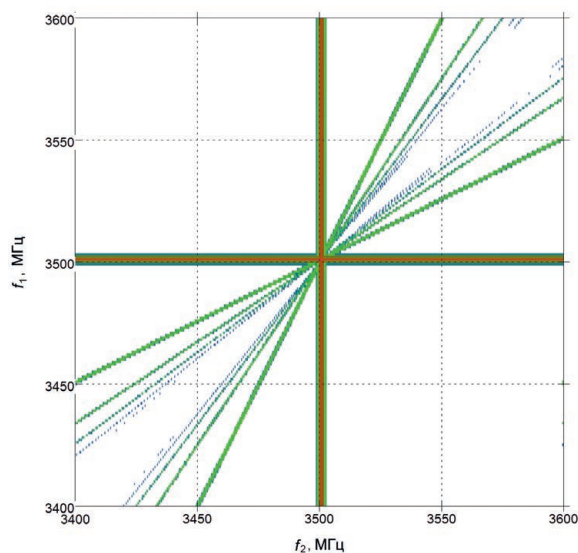


Рис. 3. Двухчастотная характеристика усилителя радиочастоты ZX60-6013E-S+ (рис. 2) в виде двухчастотной диаграммы
Fig. 3. Double-frequency characteristic of the ZX60-6013E-S+ radio-frequency amplifier (Fig. 2) in the form of a double-frequency diagram

Таблица 1. Значения динамического диапазона по интермодуляции нечетных порядков для анализируемых усилителей радиочастоты

Table 1. The values of the dynamic range for intermodulation of odd orders for the analyzed radio-frequency amplifiers

Порядок / Order	Динамический диапазон, дБ, на разных частотах для усилителей / Dynamic range, dB, at different frequencies for amplifiers			
	ZX60-6013E-S+		ZJL-6G+	
	2551 МГц	3501 МГц	2551 МГц	3501 МГц
3	71,6	70,9	71,2	71,8
5	82,3	81,5	81,4	82,0
7	85,9	84,8	84,7	85,1
9	87,1	86,2	86,5	86,5

АХ-1 и АХ-ИМ УРЧ измерены в большом динамическом диапазоне уровней входных сигналов (от приведенного уровня собственных шумов до уровня насыщения), что обеспечивает возможность синтеза математических моделей нелинейности, пригодных для одновременного анализа нелинейных явлений всех основных видов, возникающих в УРЧ: интермодуляции, блокирования, перекрестных искажений. Корректность результатов измерений обеспечена высокой линейностью используемого измерительного оборудования и подтверждена соответствием между измеренными значениями основных числовых характеристик УРЧ (коэффициента усиления, точки 1-дБ компрессии) и их номинальными значениями, приведенными в спецификациях производителя.

Синтез моделей нелинейности усилителей радиочастоты по результатам испытаний

На основе измеренных АХ-1 и значений ДДИ нечетных порядков (табл. 1) выполнен синтез полиномиальных моделей нелинейности УРЧ ZX60-6013E-S+ и ZJL-6G+ на частотах 4G и 5G по методикам [4]. Результаты синтеза представлены в табл. 2, 3 в виде коэффициентов полиномиальных моделей передаточных характеристик исследуемых УРЧ по мгновенному значению сигнала. В табл. 2 приведены коэффициенты при степени k классических моделей 9-го порядка $C09rpnH$, полученных на основе малосигнального коэффициента усиления

и ДДИ 3-, 5-, 7- и 9-го порядков, в табл. 3 – коэффициенты при степени k комбинированных моделей, полученных на основе АХ-1 по полезному сигналу и ДДИ тех же порядков.

Таблица 2. Коэффициенты при степени k классических полиномиальных моделей C09pnnnnH
Table 2. Coefficients of the k -th degree term of classical polynomial models C09pnnnnH

k	Коэффициент на разных частотах для усилителей / Coefficient at different frequencies for amplifiers			
	ZX60-6013E-S+		ZJL-6G+	
	2551 МГц	3501 МГц	2551 МГц	3501 МГц
1	5,01187233627272E+00	4,46683592150963E+00	4,67735141287198E+00	4,41570447353312E+00
3	-3,79115739525804E+00	-3,41875895026638E+00	-3,53813178804219E+00	-2,41065362321554E+00
5	-2,91186662445994E+01	-2,41015325335133E+01	-2,56237392271981E+01	-1,74863305413972E+01
7	3,98147207773823E+02	3,00164254336830E+02	1,59417667531407E+02	2,17449779770705E+02
9	-6,49934244508732E+03	-5,85961956190790E+03	-6,49934244508734E+03	-3,87141225236983E+03

Таблица 3. Коэффициенты при степени k комбинированных полиномиальных моделей
Table 3. Coefficients of the k -th degree term of combined polynomial models

k	Коэффициент на разных частотах для усилителей / Coefficient at different frequencies for amplifiers			
	ZX60-6013E-S+		ZJL-6G+	
	2551 МГц, A37C09pnnnnH	3501 МГц, A27C07pnnnH	2551 МГц, A27C05pnnH	3501 МГц, A27C09pnnnnH
1	5,01187233627272E+00	4,46683592150963E+00	4,67735141287198E+00	4,41570447353312E+00
3	-3,79115739525804E+00	-3,44609013850997E+00	-3,53814123356727E+00	-2,41065362321554E+00
5	-2,91186662445994E+01	-9,70028140264253E+00	-2,53582910793778E+01	-1,74863305413972E+01
7	3,98147207773823E+02	-2,70465533836469E+02	7,05992100234347E+02	2,17449779770705E+02
9	-6,49934244508732E+03	4,58787524879355E+03	-5,48724517538845E+04	-3,87141225236983E+03
11	1,01480030648706E+05	-1,21172658596110E+05	8,84405634294431E+05	-5,61302923440314E+04
13	-7,75265511468785E+06	1,42210112573335E+06	-6,84016625357666E+06	1,18032587231114E+06
15	1,71406007469750E+08	-8,52923908140936E+06	3,12212580730648E+07	-8,24969126534329E+06
17	-1,87031429832840E+09	3,00968498916697E+07	-9,11981992595364E+07	3,12228105659215E+07
19	1,24549865886867E+10	-6,65953658263093E+07	1,75737016912818E+08	-7,19951931445232E+07
21	-5,56627201956479E+10	9,38547224449889E+07	-2,22855400361206E+08	1,04348024983096E+08
23	1,75172335386893E+11	-8,20192144456022E+07	1,79182893656428E+08	-9,31063883242535E+07
25	-3,97447720477309E+11	4,05857091359126E+07	-8,28792772064902E+07	4,68323085663531E+07
27	6,54730911301783E+11	-8,70302968072780E+06	1,68075326139024E+07	-1,01779297720287E+07
29	-7,77165806704896E+11	-	-	-
31	6,48378065905609E+11	-	-	-
33	-3,61006508824642E+11	-	-	-
35	1,20491966249457E+11	-	-	-
37	-1,82393438286767E+10	-	-	-

Проверка корректности и анализ качества синтезированных моделей нелинейности УРЧ выполнены путем сравнения характеристик (АХ-1 и АХ-ИМ 3-, 5-, 7- и 9-го порядков) моделей с измеренными характеристиками УРЧ. В качестве примеров на рис. 4–7 показаны графики амплитудных характеристик различных моделей УРЧ ZX60-6013E-S+ и результаты измерений в окрестности частоты 3501 МГц. Обозначения линий на рис. 4–7: 1 – измеренная АХ-1 УРЧ; 2, 3 – одно- и двухсигнальная АХ-1 модели УРЧ соответственно; 4, 5 – равносигнальные АХ-ИМ 3-го порядка – модель и измерения соответственно; 6, 7 – равносигнальные АХ-ИМ 5-го порядка – модель и измерения соответственно; 8, 9 – равносигнальные АХ-ИМ 7-го порядка – модель и измерения соответственно; 10, 11 – равносигнальные АХ-ИМ 9-го порядка – модель и измерения соответственно; 12 – уровень восприимчивости к интермодуляции на выходе УРЧ; 13 – нижняя граница области блокирования для односигнальных амплитудных характеристик (точка децибельной компрессии односигнальной АХ-1); 14 – нижняя граница области блокирования для двухсигнальных амплитудных характеристик (точка децибельной компрессии двухсигнальной АХ-1).

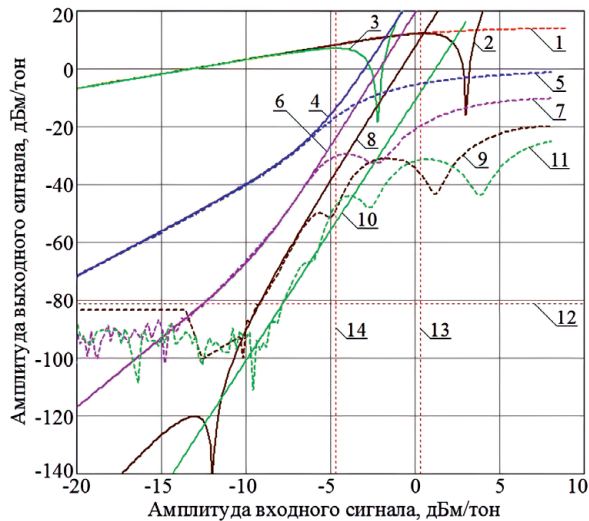


Рис. 4. Амплитудные характеристики усилителя радиочастоты ZX60-6013E-S+ и классической модели C09pnnnnH его нелинейности в окрестности частоты 3501 МГц

Fig. 4. Amplitude characteristics of the radio-frequency amplifier ZX60-6013E-S+ and the classical model C09pnnnnH of its nonlinearity in the vicinity of 3501 MHz

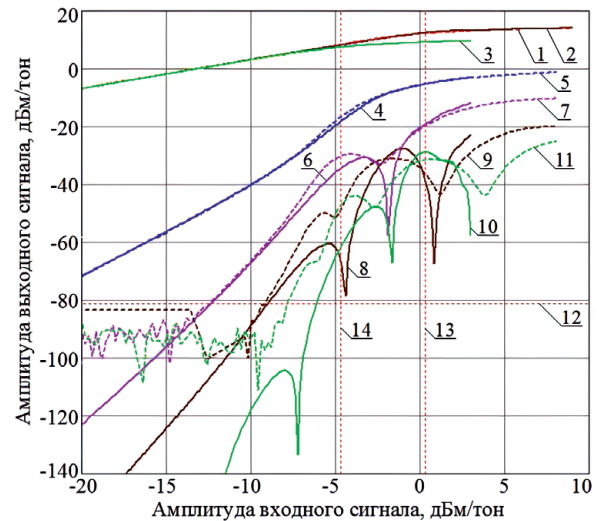


Рис. 5. Амплитудные характеристики усилителя радиочастоты ZX60-6013E-S+ и комбинированной модели A27C07pnnnH его нелинейности в окрестности частоты 3501 МГц

Fig. 5. Amplitude characteristics of the radio-frequency amplifier ZX60-6013E-S+ and the combined model A27C07pnnnH of its nonlinearity in the vicinity of 3501 MHz

Как следует из приведенных на рис. 4 и 5 результатов сравнения, в данной ситуации классическая модель 9-го порядка C09pnnnnH удовлетворительно аппроксимирует АХ-1 и АХ-ИМ 3-, 5-, 7- и 9-го порядков в режиме малой нелинейности (в котором уровень входного сигнала не превышает нижней границы области блокирования), а комбинированная модель 27-го порядка A27C07pnnnH адекватно воспроизводит уровни АХ-1 и АХ-ИМ 3-го и 5-го порядков в области не только малой, но и существенной нелинейности.

Установлено, что существует оптимальный порядок комбинированной полиномиальной модели. Например, A27C07pnnnH (рис. 5) получена в результате оптимизации полного порядка модели и порядка встроенной классической модели. Если при фиксированном порядке встроенной классической модели (в данном случае 7-м) уменьшать полный порядок модели менее оптимального (в данном случае 27-го), то аппроксимация амплитудных характеристик усилителя моделью ухудшается, особенно в области ограничения и колена (перехода от области малой нелинейности к области ограничения), из-за нехватки степеней свободы полинома (на рис. 6 в качестве примера приведена модель 13-го порядка A13C07pnnnH). Если же полный порядок модели увеличивать более оптимального, то ухудшается аппроксимация моделью амплитудных характеристик усилителя по интермодуляции в области малой нелинейности, поскольку полиномиальная модель начинает воспроизводить погрешности измерения АХ-1 (на рис. 7 в качестве примера приведена модель 39-го порядка A39C07pnnnH).

Для оценки частотной зависимости нелинейных свойств исследуемых УРЧ и моделей их нелинейности на рис. 8, 9 показаны результаты измерений и моделирования характеристик УРЧ ZX60-6013E-S+, аналогичные приведенным на рис. 4, 5, но для центральной частоты 2551 МГц. Их анализ свидетельствует об относительно малой частотной зависимости размеров линейной области одно- и двухсигнальной АХ-1 и о более существенной (и усиливающейся с ростом порядка интермодуляции) зависимости формы АХ-ИМ от частоты.

Синтезированные комбинированные полиномиальные модели (описывающие как область малой нелинейности, так и область насыщения) пригодны для одновременного анализа нелинейных явлений всех основных видов, возникающих в УРЧ: интермодуляции, блокирования, перекрестных искажений. Это полезное свойство обеспечивает возможность моделирования поведения рассмотренных УРЧ в электромагнитной обстановке различной сложности, создаваемой системами МС 4G/5G/6G с разной пространственной плотностью источников РЧ ЭМП.

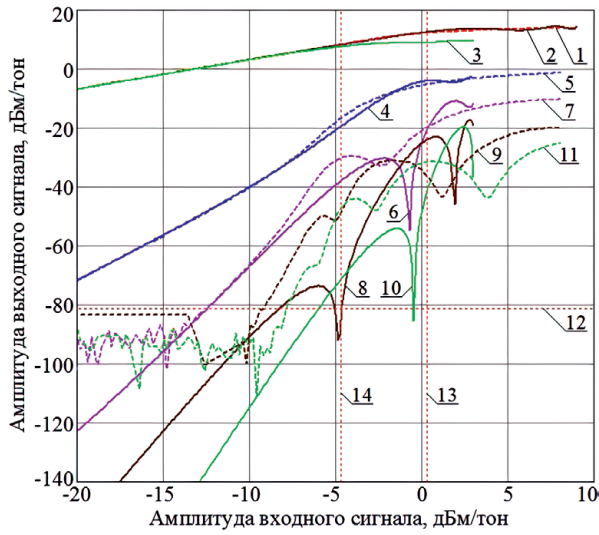


Рис. 6. Амплитудные характеристики усилителя радиочастоты ZX60-6013E-S+ и комбинированной модели A13C07pnnnH его нелинейности в окрестности частоты 3501 МГц
Fig. 6. Amplitude characteristics of the radio-frequency amplifier ZX60-6013E-S+ and the combined model A13C07pnnnH of its nonlinearity in the vicinity of 3501 MHz

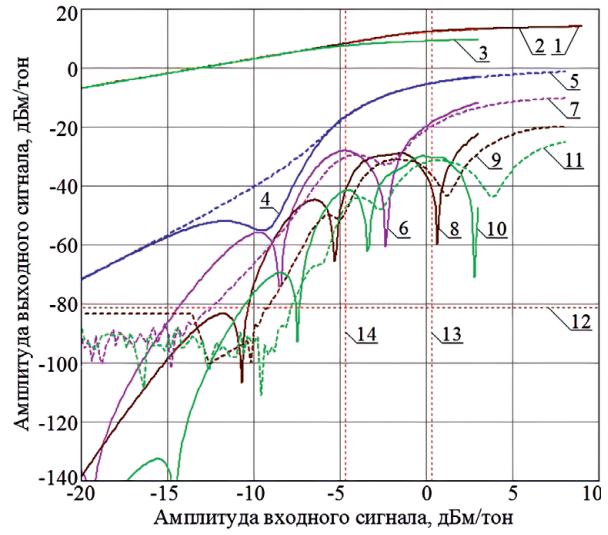


Рис. 7. Амплитудные характеристики усилителя радиочастоты ZX60-6013E-S+ и комбинированной модели A39C07pnnnH его нелинейности в окрестности частоты 3501 МГц
Fig. 7. Amplitude characteristics of the radio-frequency amplifier ZX60-6013E-S+ and the combined model A39C07pnnnH of its nonlinearity in the vicinity of 3501 MHz

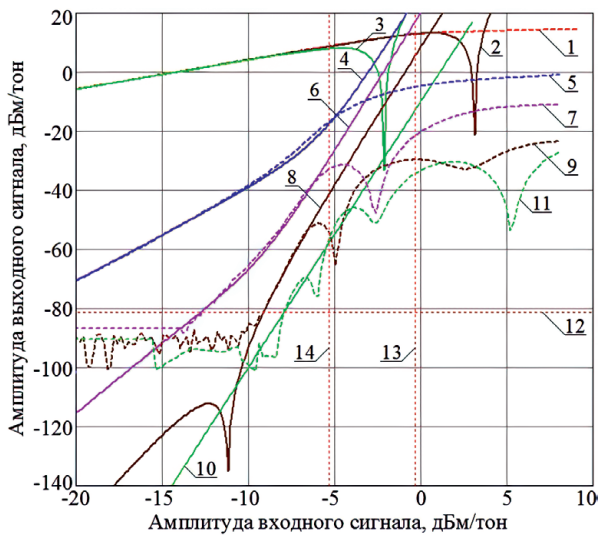


Рис. 8. Амплитудные характеристики усилителя радиочастоты ZX60-6013E-S+ и классической модели C09pnnnnH его нелинейности в окрестности частоты 2551 МГц
Fig. 8. Amplitude characteristics of the radio-frequency amplifier ZX60-6013E-S+ and the classical model C09pnnnnH of its nonlinearity in the vicinity of 2551 MHz

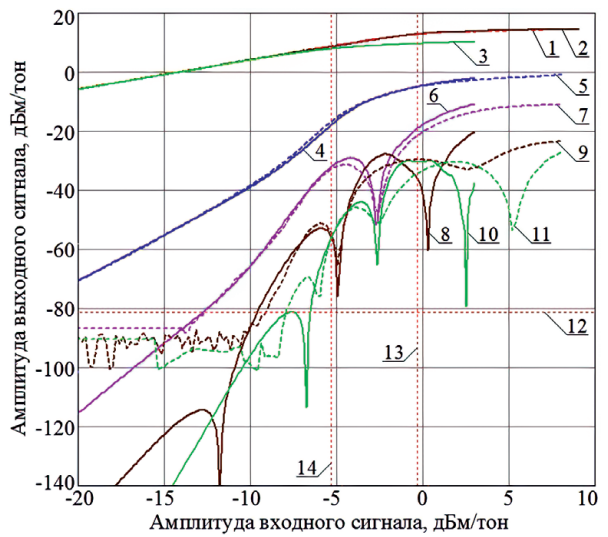


Рис. 9. Амплитудные характеристики усилителя радиочастоты ZX60-6013E-S+ и комбинированной модели A37C09pnnnnH его нелинейности в окрестности частоты 2551 МГц
Fig. 9. Amplitude characteristics of the radio-frequency amplifier ZX60-6013E-S+ and the combined model A37C09pnnnnH of its nonlinearity in the vicinity of 2551 MHz

Заключение

1. В статье синтезированы полиномиальные модели передаточных характеристик усилителей радиочастоты, пригодные для использования в широком динамическом диапазоне входных воздействий при одновременном моделировании нелинейных эффектов всех видов, представляющих опасность для радиоприема в сложной электромагнитной обстановке в полосах частот мобильной связи, – как «тонких» (интермодуляция), так и «грубых» эффектов (блокирование, перекрестные искажения).

2. В связи с отсутствием в научной литературе параметров полиномиальных моделей высоких порядков, пригодных для описания нелинейности современных маломощных усилителей радиочастоты диапазона FR1 в большом динамическом диапазоне входных воздействий, данные табл. 2 и 3 могут использоваться в качестве справочных. Это обеспечивает возможность исследований, эффективного моделирования и количественного анализа нелинейных процессов и радиопомех, возникающих в оборудовании и радиосетях мобильной связи 4G/5G/6G при работе в сложной электромагнитной обстановке, с использованием технологии [5] дискретного нелинейного анализа поведения радиооборудования, которая при фиксированном порядке полиномиальных моделей передаточных характеристик инвариантна к сложности электромагнитной обстановки.

Список литературы / References

1. Zhang Z., Xiao Y., Ma Z., Xiao M., Ding Z., Lei X., et al. (2019) 6G Wireless Networks: Vision, Requirements, Architecture, and Key Technologies. *IEEE VT Magazine*. 14 (3), 28–41.
2. Mordachev V. I. (2009) *System Ecology of Cellular Communications*. Belarus State University Publishers Publ. (in Russian).
3. Mordachev V. I. (2000) Automated Double-Frequency Testing Technique for Mapping Receiver Interference Responses. *IEEE Trans. on EMC*. 42 (2), 213–225.
4. Sinkevich E. V. (2015) Composite Model of Radio-Frequency Path Nonlinearity for Discrete Analysis of Electromagnetic Compatibility. *Doklady BGUIR*. (3), 36–42 (in Russian).
5. Mordachev V. I., Sinkevich E. V. (2008) “EMC-Analyzer” Expert System: Improvement of IEMCAP Models. *XIX Int. Wroclaw Symp. on EMC*. 423–428.

Вклад авторов

Мордачев В. И. выполнил постановку задачи, участвовал в обсуждении методик синтеза моделей и полученных результатов исследований, а также в подготовке рукописи статьи.

Синькевич Е. В. выполнил обоснование и экспериментальную проверку методик измерений и синтеза моделей нелинейности, принял участие в обсуждении результатов.

Фаю Ван участвовал в обсуждении методик измерений и полученных результатов.

Ционенко Д. А. выполнил проверку и оформление результатов синтеза моделей.

Шакинко И. В. участвовал в обсуждении методик измерений и проверки моделей.

Дубовик А. А. принял участие в измерениях характеристик нелинейности усилителей радиочастоты.

Authors' contribution

Mordachev V. I. stated the research problem, participated in the discussion of models synthesis techniques and obtained results, in preparation of the article manuscript.

Sinkevich E. V. performed the substantiation and validation of the techniques of measurements and nonlinearity model synthesis, took part in the discussion of the obtained results.

Fayu Wan participated in the discussion of measurement techniques and the obtained results.

Tsyankenka D. A. performed the verification and the presentation of the model synthesis results.

Shakinka I. V. participated in the discussion of measurements and model models verification.

Dubovik A. A. took part in the measurements of the nonlinearity characteristics of the radio-frequency amplifiers.

Сведения об авторах

Мордачев В. И., канд. техн. наук, доц., зав. науч.-исслед. лаб. электромагнитной совместимости радиоэлектронных средств НИЧ (НИЛ «ЭМС РЭС» НИЧ), Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники (БГУИР)

Синькевич Е. В., зам. зав. НИЛ «ЭМС РЭС» НИЧ, БГУИР

Фаю Ван, д-р филос. Нанкинского университета информационных наук и технологий

Ционенко Д. А., канд. физ.-мат. наук, доц., ст. науч. сотр. НИЛ «ЭМС РЭС» НИЧ, БГУИР

Шакинко И. В., науч. сотр. НИЛ «ЭМС РЭС» НИЧ, БГУИР

Дубовик А. А., инж. НИЛ «ЭМС РЭС» НИЧ, БГУИР

Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,
г. Минск, ул. П. Бровки, 6
Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники
Тел.: +375 17 293-84-38
E-mail: mordachev@bsuir.by
Мордачев Владимир Иванович

Information about the authors

Mordachev V. I., Cand. of Sci., Associate Professor, Head of the EMC R&D Laboratory, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (BSUIR)

Sinkevich E. V., Deputy Head of the EMC R&D Laboratory, BSUIR

Fayu Wan, PhD, Professor, Nanjing University of Information Science and Technology

Tsyanenka D. A., Cand. of Sci., Associate Professor, Senior Researcher at the EMC R&D Laboratory, BSUIR

Shakinka I. V., Researcher at the EMC R&D Laboratory, BSUIR

Dubovik A. A., Engineer at the EMC R&D Laboratory, BSUIR

Address for correspondence

220013, Republic of Belarus,
Minsk, P. Brovki St., 6
Belarusian State University
of Informatics and Radioelectronics
Tel.: +375 17 293-84-38
E-mail: mordachev@bsuir.by
Mordachev Vladimir Ivanovich



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-48-55>

Оригинальная статья
Original paper

УДК 681.518.5

АЛГОРИТМ БЕСКОНТАКТНОГО КОНТРОЛЯ РАБОТОСПОСОБНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ

А. В. ГРИНКЕВИЧ, А. А. ДЕНИС, Т. М. МАРЧУК

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
(г. Минск, Республика Беларусь)*

Поступила в редакцию 01.08.2023

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2024
Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2024

Аннотация. Исследования, описанные в статье, относятся к области технической диагностики – одной из составных частей процесса ремонта радиоэлектронной аппаратуры. Определены основные причины, оказывающие влияние на корректную работу радиоэлектронной аппаратуры, выявлены виды технических неисправностей, возникающих в процессе ее эксплуатации. Выделены и систематизированы виды неисправностей печатных узлов, выполнена классификация способов их диагностики, разработан алгоритм бесконтактного контроля работоспособности элементов радиоэлектронной аппаратуры и предложена структура устройства для его реализации.

Ключевые слова: радиоэлектронная аппаратура, диагностика, работоспособность, ремонт, неисправность.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования. Гринкевич, А. В. Алгоритм бесконтактного контроля работоспособности элементов радиоэлектронной аппаратуры / А. В. Гринкевич, А. А. Денис, Т. М. Марчук // Доклады БГУИР. 2024. Т. 22, № 1. С. 48–55. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-48-55>.

ALGORITHM FOR NON-CONTACT MONITORING OF THE PERFORMANCE OF ELECTRONIC EQUIPMENT ELEMENTS

ANTON V. GRINKEVICH, ANASTASIA A. DENIS, TIMYR M. MARCHUK

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (Minsk, Republic of Belarus)

Submitted 01.08.2023

Abstract. The research, described in the article, relates to the field of technical diagnostics – one of the components of the process of repairing electronic equipment. The main reasons that influence the correct operation of radio-electronic equipment are identified, and the types of technical malfunctions that arise during its operation are identified. The types of faults in printed circuit units have been identified and systematized, a classification of methods for their diagnosis has been made, an algorithm for contactless monitoring of the performance of radio-electronic equipment elements has been developed, and a device structure for its implementation has been proposed.

Keywords: radioelectronic equipment, diagnostics, performance, repair, malfunction.

Conflict of interests. The authors declare no conflict of interests.

For citation. Grinkevich A. V., Denis A. A., Marchuk T. M. (2024) Algorithm for Non-Contact Monitoring of the Performance of Electronic Equipment Elements. *Doklady BGUIR*. 22 (1), 48–55. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-48-55> (in Russian).

Введение

В современной радиоэлектронной аппаратуре (РЭА) рост количества комплектующих элементов опережает рост их безотказности, что приводит к уменьшению среднего времени безотказной работы аппаратуры и увеличению времени ее вынужденного простоя. По мере увеличения сложности электронного оборудования роль технической диагностики становится все более важной, а процесс тестирования усложняется. В настоящее время широкое распространение получили четыре метода поиска неисправностей, которые можно разделить на две группы: неэлектрические, включающие в себя визуальный и рентген-контроль, и электрические, состоящие из внутрисхемного и функционального тестирования.

Визуальный контроль печатных плат реализуется зрительно с применением оптических инструментов. Используются разнообразные системы автоматического оптического контроля, оснащенные системой технического зрения и программами экспресс-анализа изображений. Такие системы выявляют отсутствие компонентов на печатной плате, дефекты монтажа, обрывы проводников, паразитные перемычки, нарушение целостности покрытий. К недостаткам оптической инспекции можно отнести отсутствие возможности контроля проводников, контактных площадок и выводов, которые размещены на печатной плате под корпусами электронных компонентов и инструментов для проверки работоспособности.

Рентген-контроль основан на использовании рентгеновского излучения. Интенсивность излучения, попадающего на детектор, обратно пропорциональна величине поглощения рентгеновских лучей контролируемым объектом. Метод применяется для определения скрытых дефектов, способен выявить наличие пустот между электронным компонентом и площадкой, короткие замыкания, микротрещины компонентов. Функциональное тестирование подразумевает проверку объекта технического ремонта на выполнение заданной функциональности и соответствие показателям, которые заложены в документации на оборудование, однако требует изготовления специальной оснастки и не позволяет локализовать неисправности печатных плат. Внутрисхемное тестирование представляет собой проверку соединений и измерение электрических параметров схемы, отдельных ее узлов и элементов и позволяет выявить отсутствующие компоненты, короткие замыкания, обрывы проводников, отклонение от требуемого номинала или активных характеристик элемента [1].

Работа радиоэлектронной аппаратуры и виды ее технических неисправностей

Основными факторами, влияющими на корректность работы электронного оборудования и приборов, являются:

- температурный режим;
- уровень влажности;
- присутствие механических воздействий;
- наличие перегрузок по току и напряжению [2].

Температура окружающей среды оказывает существенную тепловую нагрузку на РЭА. Зависимость проявляется следующим образом: если температура окружающей среды выше нормированной, то вероятность выхода из строя компонентов увеличивается. Это обусловлено физико-химическими свойствами полупроводниковых элементов, в которых при повышенной температуре внутренние процессы протекают быстрее, вследствие чего большой процент всех отказов, происходящих в радиоэлектронных устройствах, возникает из-за нарушения температурного режима [3].

Температурная диагностика нашла широкое применение в промышленности при контроле качества выпускаемой продукции. Применяемые тепловые методы позволяют определить не только работоспособность, но и скрытые дефекты в элементах РЭА, которые в последующем могут привести к выходу ее из строя [4]. В качестве примера на рис. 1 представлена тепловая картина печатной платы (ПП), работающей в нормальных температурных условиях и при повышении температуры окружающей среды на 10 °С в течение часа. Продолжительная работа печатной платы в условиях повышенной температуры приводит к выходу из строя транзистора. Тепловая картина такой платы представлена на рис. 2.

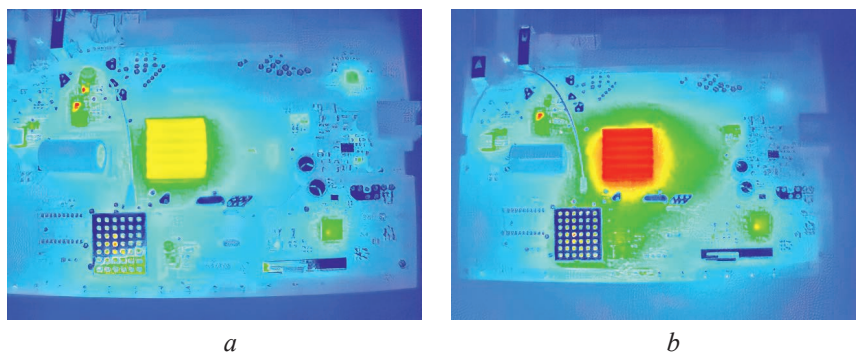


Рис. 1. Тепловая картина печатной платы, работающей: *a* – в нормальных температурных условиях; *b* – при повышении температуры окружающей среды на 10 °С в течение часа

Fig. 1. Thermal picture of a printed circuit board operating: *a* – under normal temperature conditions; *b* – when the ambient temperature is increased by 10 °C within an hour

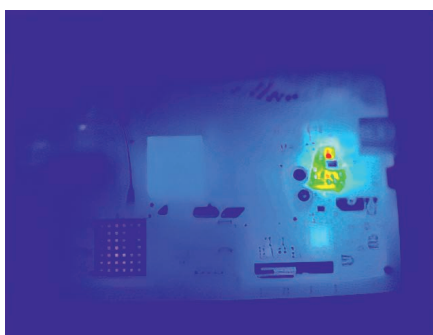


Рис. 2. Тепловая картина печатной платы с вышедшим из строя транзистором

Fig. 2. Thermal image of a printed circuit board with a failed transistor

Кроме температурной чувствительности, все без исключения электронные компоненты имеют повышенную восприимчивость к влажности. Влага, присутствующая в окружающем воздухе, способна проникать в элементы, располагающиеся на печатной плате, даже через их защитные корпуса. Это может значительно ускорять повреждение и износ металлов, изменять технические характеристики диэлектриков, способствовать тепловому распаду материалов, вызывать рост грибов и плесени [5, 6]. На рис. 3 изображены печатная плата, подвергшаяся воздействию повышенной влажности, и ее тепловая картина.

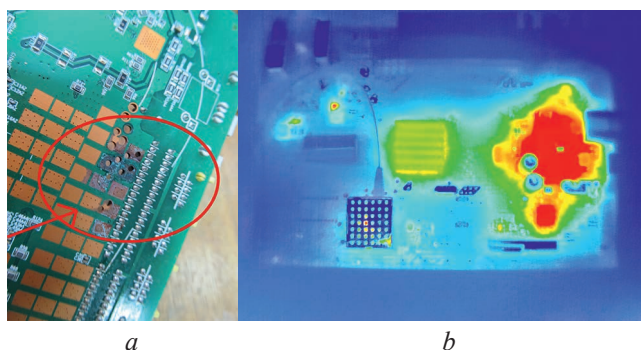


Рис. 3. Печатная плата, подвергшаяся воздействию повышенной влажности (*a*), и ее тепловая картина (*b*)

Fig. 3. Printed circuit board exposed to high humidity (*a*) and its thermal pattern (*b*)

В процессе эксплуатации РЭА и приборов неизбежно возникают механические воздействия различной природы. Они выражаются ударами, линейными ускорениями, вибрациями. Все эти воздействия вызывают повреждения механического плана и изменения электрических характеристик компонентов. Печатная плата с механическим повреждением и ее тепловая картина представлены на рис. 4.

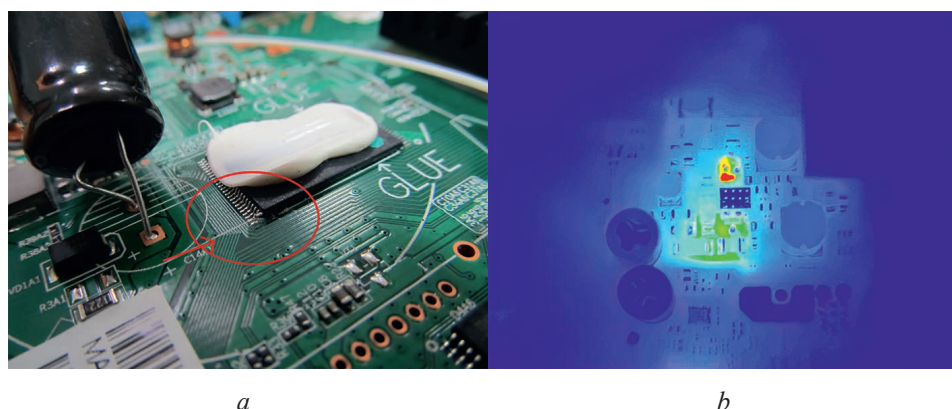


Рис. 4. Печатная плата с механическим повреждением (a) и ее тепловая картина (b)
Fig. 4. Printed circuit board with mechanical damage (a) and its thermal pattern (b)

Эксплуатация радиоэлектронных устройств приводит к возникновению электрических перегрузок различных видов. Они могут возникнуть из-за электромагнитных импульсов естественного и искусственного происхождения, внутренних переходных процессов. Наиболее серьезные и опасные перегрузки – это перепады напряжения. Основной же причиной токовых перегрузок считается повышенный пусковой ток при включении приборов в электросеть. Его значение может в разы превышать значение номинального тока. Такой повышенный ток может стать причиной перегорания предохранителя в цепи питания, выхода из строя входных цепей электронных узлов, а также перегорания выходных силовых транзисторов источников питания [7]. На рис. 5 изображены печатная плата со следами электрической перегрузки и ее тепловая картина.

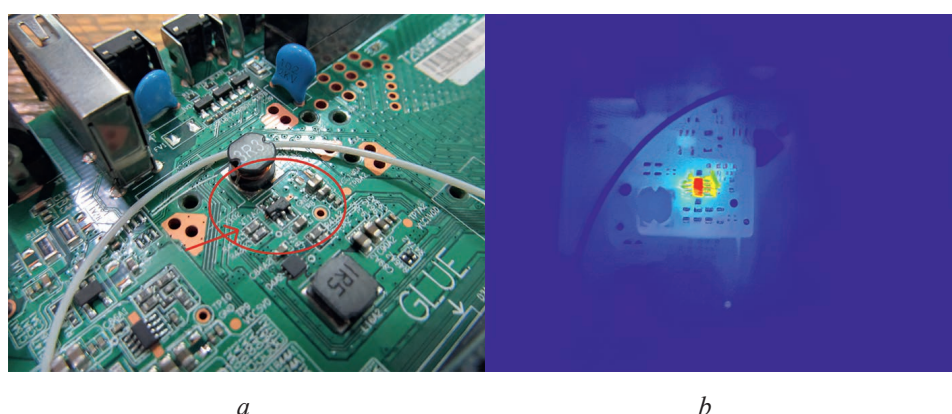


Рис. 5. Печатная плата со следами электрической перегрузки (a) и ее тепловая картина (b)
Fig. 5. Printed circuit board with traces of electrical overload (a) and its thermal pattern (b)

Подводя итоги проведенного анализа факторов, воздействующих на РЭА, следует отметить, что возникающие неисправности проявляются в виде следующих дефектов:

- поврежденные компоненты или печатная плата;
- компоненты, параметры которых под действием указанных факторов стали отличаться от своих заданных значений;
- логические ошибки.

Неисправность каждого вида связана со специфическим изменением характеристик изделия, свойственным только этой неисправности. Учитывая это, можно определить три категории неисправностей (рис. 6):

- полная неработоспособность устройства (элемента);
- частичная неработоспособность, проявляющаяся в сбоях работы (как правило, вызывается коротким замыканием припоя и отсутствием или разориентацией компонент при неправильной сборке);
- эксплуатационная неисправность (проблема синхронизации, возникающая из-за неисправных компонентов).

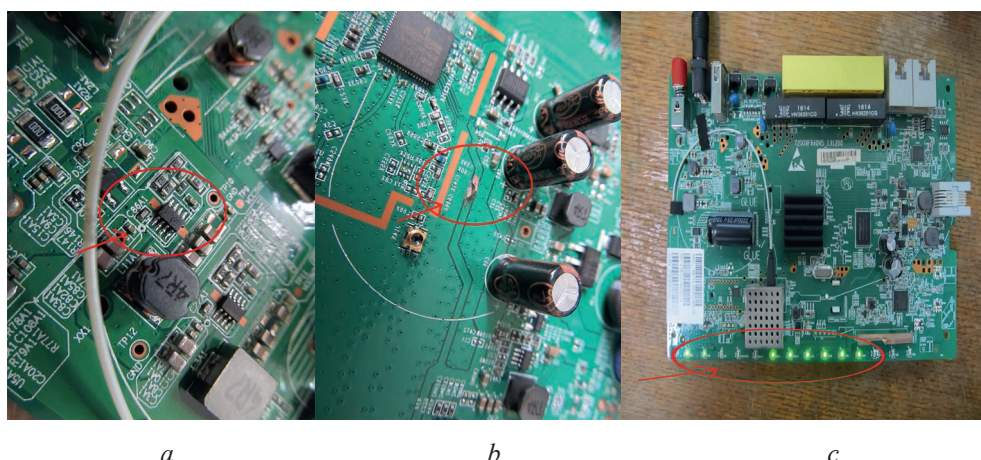


Рис. 6. Категории неисправностей: *a* – устройства; *b* – сборки; *c* – эксплуатационной
Fig. 6. Categories of malfunctions: *a* – devices; *b* – assemblies; *c* – operational

Указанные неисправности могут возникнуть в разное время и по различной причине. При этом выбор оптимального метода диагностики таких неисправностей становится сложной задачей и требует выполнения определенных действий в строгой последовательности [8].

Алгоритм бесконтактного контроля работоспособности

В целях систематизации действий специалиста, выполняющего техническую диагностику РЭА, на основе опыта практического применения различных методов диагностики разработан универсальный алгоритм, представленный на рис. 7. В первую очередь при диагностике внимание уделяется визуальному осмотру. Проверяется наличие компонентов, имеющих видимые повреждения, разрывы проводников, признаки повреждения подложки. Если электронное устройство не включается, проводится электрическое тестирование при помощи традиционных инструментов с целью выявления коротких замыканий в цепи, обрывов цепи, измерения электрических параметров элементов сопротивления, емкости, индуктивности. При наличии образцовой ПП необходимо провести ее сравнение с диагностируемой.

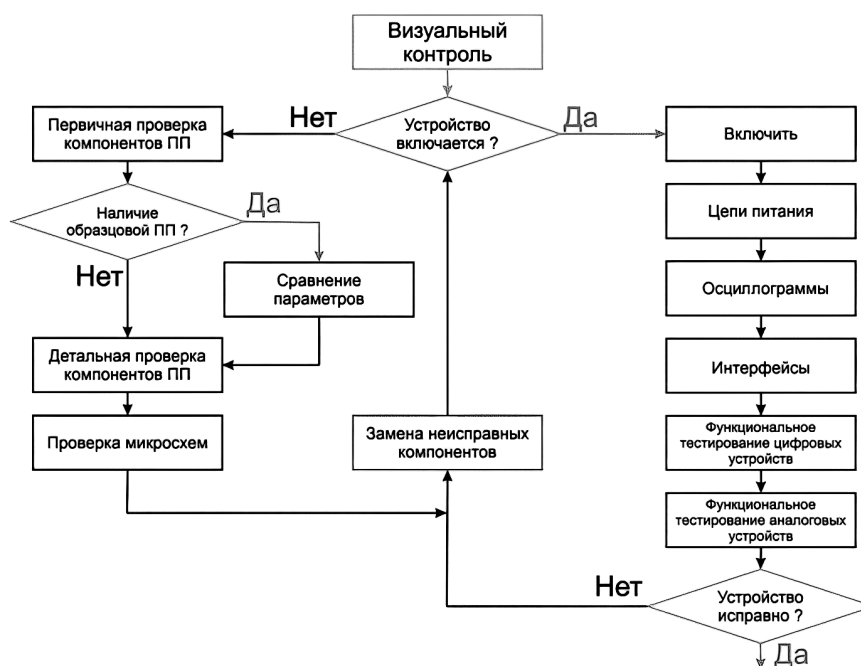


Рис. 7. Алгоритм бесконтактного контроля работоспособности элементов радиоэлектронной аппаратуры
Fig. 7. Algorithm for contactless monitoring of the performance of electronic equipment elements

Следующим шагом производится проверка параметров всех дискретных элементов, таких как транзисторы, диоды, тиристоры и т. д., и микросборок на соответствие заданным. Проводится замена компонентов по мере необходимости.

Если электронное устройство включается, но работает некорректно, то выполняется проверка потребления тока и наличия теплонагруженных областей на печатной плате, измерение напряжения в контрольных точках, на трансформаторных обмотках, преобразователях, известных микросхемах. Совершается проверка тактовых сигналов, интерфейсов человек-машина (переключателей, светодиодов, дисплеев). После осуществляется функциональное тестирование цифровых (таблиц истинности, соединения, напряжения) и аналоговых компонентов (функционирование, напряжение, соединения). Проводится запуск пользовательских тестов, которые заключаются в проверке срабатывания реле, в определении работоспособности цифроаналоговых и аналого-цифровых преобразователей и т. д.

Последовательное выполнение действий в соответствии с предлагаемым алгоритмом бесконтактного контроля работоспособности элементов РЭА позволяет с высокой скоростью локализовать неисправности. Для технической поддержки данного алгоритма и проверки наиболее часто выходящих из строя цепей питания разработано устройство диагностики, структурная схема и внешний вид которого представлены на рис. 8, 9.

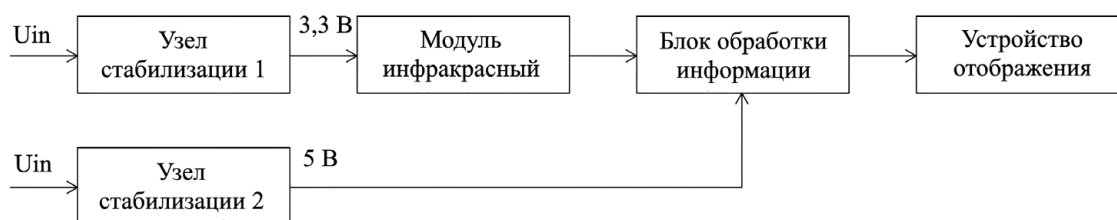


Рис. 8. Структурная схема устройства диагностики
Fig. 8. Diagnostic device block diagram

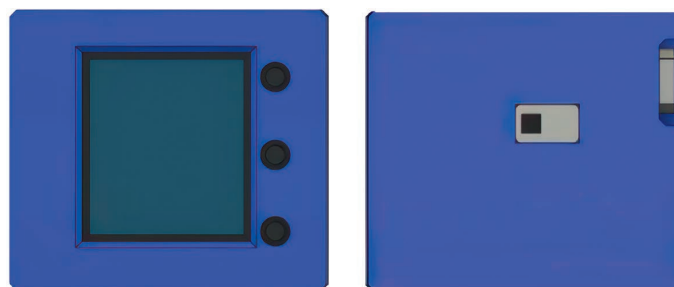


Рис. 9. Внешний вид устройства бесконтактного контроля работоспособности элементов радиоэлектронной аппаратуры

Fig. 9. Appearance of the device for non-contact control of the operability of electronic equipment elements

Основой предлагаемого устройства является инфракрасный модуль, задача которого зафиксировать тепловое излучение, которое после обработки поступает на устройство отображения, где представляется в виде, удобном для визуального восприятия пользователя. Для практического опробования результатов исследования с целью получения оценки работоспособности был выбран участок по ремонту оборудования связи. Испытания проводились на партии оптических сетевых терминалов серии ZTE F660v5. При использовании традиционных методов определения неисправности время восстановления работоспособности для 200 объектов составило 531 ч. В случае применения устройства бесконтактного контроля работоспособности это время удалось уменьшить на 10 % (рис. 10).

Главным недостатком такого способа неразрушающего контроля является необходимость анализа данных оператором для оценки состояния элементов РЭА. Поэтому есть необходимость использования алгоритма сверхразрешения для повышения качества изображений, что в последующем позволит автоматизировать процесс принятия решений о корректной работе функциональных частей объекта технического ремонта. Такой алгоритм целесообразно реализовать

в блоке обработки информации, где будет происходить сравнение каждого пикселя исследуемого изображения с эталонным и вывод на дисплей информации о возможных неисправностях.

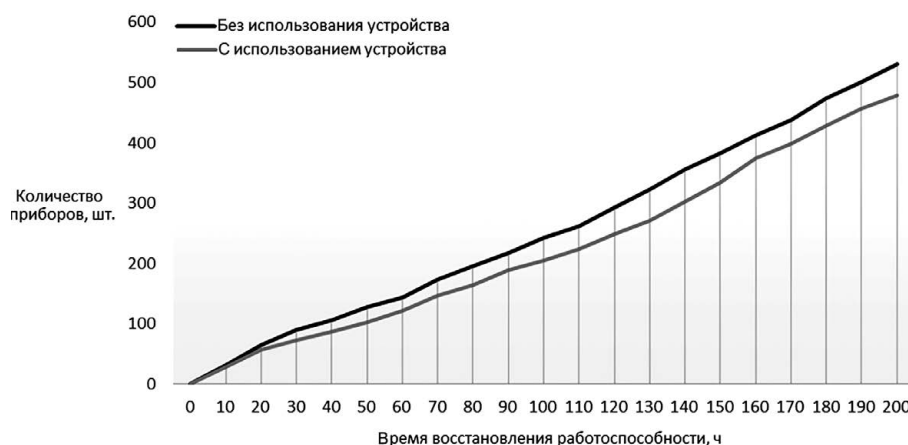


Рис. 10. Сравнение времени, затрачиваемого на восстановление работоспособности объекта ремонта
Fig. 10. Comparison of the time spent on restoring the operability of the repair object

Заключение

Практический опыт диагностики неисправностей радиоэлектронной аппаратуры обеспечил получение достаточного количества данных о различных видах неисправностей, а подробный анализ результатов действий специалистов по их устранению позволил разработать алгоритм диагностики бесконтактного контроля работоспособности элементов радиоэлектронной аппаратуры. Практическую реализацию алгоритма в части проверки наиболее часто выходящих из строя цепей питания предлагается осуществлять при помощи теплового устройства бесконтактного контроля, состоящего из пяти функционально законченных узлов, основной из которых – инфракрасный модуль.

Список литературы

1. Ковалев, С. Тестирование электронных устройств на производстве: обзор методов, анализ достоинств и недостатков / С. Ковалев // Технологии в электронной промышленности. 2013. Т. 64, № 4. С. 66–68.
2. Зеленский, А. В. Основы конструирования электронных средств / А. В. Зеленский, Г. Ф. Краснощекова. Самара, 2008. Ч. 1.
3. Семенцов, С. Г. Тепловизионные методы оценки влияния температурных режимов на надежность электронной аппаратуры / С. Г. Семенцов, В. Н. Гриднев, Н. А. Сергеева // Вестник Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана. Серия «Приборостроение». 2016. № 1. С. 3–14.
4. Бесконтактный тепловой контроль изделий электронной техники / С. П. Панфилова [и др.] // Производство электроники: технологии, оборудование, материалы. 2007. № 3. С. 25–32.
5. Порядин, Р. Электрохимическая миграция. Борьба с невидимым врагом / Р. Порядин // Вектор высоких технологий. 2019. № 3.
6. Гамова, А. Путь к обеспечению надежности электронных приборов. Контроль влажности [Электронный ресурс] / А. Гамова, А. Черных // Электроника: наука, технологии, бизнес. 2009. № 5. С. 84–85. Режим доступа: <https://www.electronics.ru/journal/article/242>.
7. Кюль, Т. Решение проблем, связанных с электрической перегрузкой усилителя [Электронный ресурс] / Т. Кюль, Б. Бейкер // Компоненты и технологии. 2010. № 1. С. 95–100. Режим доступа: <https://kit-e.ru/powerel/reshenie-problem-svyazannyh-s-elektricheskoy-peregruzkoj-usilitelya/>.
8. Кацуба, Ю. Н. Применение искусственных нейронных сетей для диагностирования изделий. Ч. 1 / Ю. Н. Кацуба, И. В. Власова // Технические науки. 2015. Т. 34, № 3. С. 68–70.

References

1. Kovalev S. (2013) Testing of Electronic Devices in Production: a Review of Methods, Analysis of Advantages and Disadvantages. *Technologies in the Electronics Industry*. 64 (4), 66–68 (in Russian).

2. Zelensky A. V., Krasnoshchekova G. F. (2008) *Fundamentals of the Design of Electronic Means. Part 1. Samara* (in Russian).
3. Sementsov S. G., Gridnev V. N., Sergeeva N. A. (2016) Thermal Imaging Methods for Assessing the Temperature Regimes of the Reliability of Electronic Equipment. *Bulletin of Moscow State Technical University named after N. E. Bauman. Series "Instrument Making"*. (1), 3–14 (in Russian).
4. Panfilova S. P., Vlasov A. I., Gridnev V. N., Chervinsky A. S. (2007) Non-Contact Control of the Control of Electronic Products. *Production of Electronics: Technologies, Equipment, Materials*. (3), 25–32 (in Russian).
5. Poryadin R. (2019) Electrochemical Migration. Fighting an Invisible Enemy. *Vector of High Technologies*. (3) (in Russian).
6. Gamova A., Chernykh A. (2009) The Path to the Reliability of Electronic Devices. Evaluation Control. *Electronics: Science, Technology, Business*. (5), 84–85. Available: <https://www.electronics.ru/journal/article/242> (in Russian).
7. Kuehl T., Baker B. (2010) Problem Solving is Probably Related to Overloading the Amplifier. *Components and Technologies*. (1), 95–100. Available: <https://kit-e.ru/powerel/reshenie-problem-svyazannyh-s-elektricheskoy-peregruzkoj-usilitelya/> (in Russian).
8. Katsuba Yu. N., Vlasova I. V. (2015) The Use of Artificial Neural Networks for Product Diagnostics. Part 1. *Technical Science*. 34 (3), 68–70 (in Russian).

Вклад авторов

Гринкевич А. В. осуществил постановку задачи, выполнил ряд электрофизических измерений.
Денис А. А. разработала алгоритм бесконтактного контроля работоспособности элементов радиоэлектронной аппаратуры.

Марчук Т. М. провел практическое опробование результатов исследования с целью получения оценки работоспособности.

Authors' contribution

Grinkevich A. V. carried out the problem statement, performed a number of electrophysical measurements.

Denis A. A. developed an algorithm for non-contact control of the operability of electronic equipment elements.

Marchuk T. M. conducted a practical testing of research results in order to obtain an assessment of performance.

Сведения об авторах

Гринкевич А. В., канд. техн. наук, доц., Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники (БГУИР)

Денис А. А., аспирант, БГУИР

Марчук Т. М., аспирант, БГУИР

Адрес для корреспонденции

220113, Республика Беларусь,
г. Минск, Логойский тракт, 8–27
Тел.: +375 29 861-12-75
E-mail: den.rayker@mail.ru
Денис Анастасия Андреевна

Information about the authors

Grinkevich A. V., Cand. of Sci., Associate Professor, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (BSUIR)

Denis A. A., Postgraduate, BSUIR

Marchuk T. M., Postgraduate, BSUIR

Address for correspondence

220113, Republic of Belarus,
Minsk, Logoiskij Tract, 8–27
Tel.: + 375 29 861-12-75
E-mail: den.rayker@mail.ru
Denis Anastasia Andreevna



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-56-63>

Оригинальная статья
Original paper

УДК 681.518.5

ЗАВИСИМОСТЬ ЗНАЧЕНИЙ МЕЖКОМПОНЕНТНЫХ ФАЗОВЫХ ОТНОШЕНИЙ ГАРМОНИЧЕСКИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ ВИБРАЦИИ ОТ СМЕЩЕНИЯ НЕСООСНЫХ ВАЛОВ

Д. А. КЕЧИК, И. Г. ДАВЫДОВ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
(г. Минск, Республика Беларусь)*

Поступила в редакцию 28.08.2023

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2024
Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2024

Аннотация. Представлена аналитическая зависимость фаз и значений межкомпонентных фазовых отношений гармонических составляющих виброперемещения несоосных валов от их смещения. Гармонические колебания валов моделировали при помощи лагранжиана, связывающего вибросмещение и действующие в системе силы. Для удобства вывода лагранжиан переписан в комплексном виде. Полученные алгебраические уравнения связывают комплексные амплитуды компонентов вибрации с амплитудами периодических сил на тех же частотах и с параметрами механической системы (жесткостью, затуханием). Амплитуды периодических сил связаны с величиной параллельной и угловой расцентровок валов согласно принятой модели. Вычисление значений межкомпонентных фазовых отношений используется, чтобы избавиться от случайного начального сдвига фаз, обусловленного выбором начала отсчета времени. Оценена величина эффекта, производимого расцентровкой валов, на амплитуды и значения межкомпонентных фазовых отношений составляющих сигнала. Полученный результат может быть использован для построения устройств оценки смещений валов и состояния оборудования, основанных на анализе сигналов вибрации.

Ключевые слова: вибрация, вибродиагностика, цифровая обработка сигналов, несоосность (расцентровка), межкомпонентные фазовые отношения.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования. Кечик, Д. А. Зависимость значений межкомпонентных фазовых отношений гармонических составляющих вибрации от смещения несоосных валов / Д. А. Кечик, И. Г. Давыдов // Доклады БГУИР. 2024. Т. 22, № 1. С. 56–63. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-56-63>.

DEPENDENCE OF THE VALUES OF INTER-COMPONENT PHASE RELATIONS OF THE HARMONIC COMPONENTS OF VIBRATION ON THE DISPLACEMENT OF MISALIGNED SHAFTS

DANIIL A. KECHIK, IGOR G. DAVYDOV

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (Minsk, Republic of Belarus)

Submitted 28.08.2023

Abstract. The analytical dependence of the phases and values of intercomponent phase relations of the harmonic components of vibration displacement of misaligned shafts on their displacement has been presented in the article. Harmonic vibrations of the shafts were modeled using a Lagrangian connecting vibration displacement and forces acting in the system. For ease of derivation, the Lagrangian is rewritten in complex form. The resulting algebraic equations connect the complex amplitudes of vibration components with the amplitudes of periodic

forces at the same frequencies and the parameters of the mechanical system (stiffness, damping). The amplitudes of periodic forces are related to the magnitude of the shafts angular and parallel misalignment according to the accepted model. Calculation of intercomponent phase relations values is used to get rid of the random initial phase shift caused by the choice of the timing reference. The magnitude of the effect produced by the misalignment of the shafts on the amplitudes and values of the intercomponent phase relations of the signal components is estimated. The obtained result can be used to construct devices for estimation shaft displacements and devices for assessing the condition of equipment based on the analysis of vibration signals.

Keywords: vibration, vibrational diagnosing, digital signal processing, misalignment, inter-component phase relations.

Conflict of interests. The authors declare no conflict of interests.

For citation. Kechik D. A., Davydov I. G. (2024) Dependence of the Values of Inter-Component Phase Relations of the Harmonic Components of Vibration on the Displacement of Misaligned Shafts. *Doklady BGUIR*. 22 (1), 56–63. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-56-63> (in Russian).

Введение

Планирование обслуживания с учетом оценки и предсказания технического состояния промышленного оборудования методами виброакустической диагностики показало свою высокую экономическую эффективность [1]. Одной из распространенных проблем сборки оборудования, приводящей к значительному росту частоты отказа его узлов, является расцентровка (несоосность) соединяемых валов [2]. Расцентровка валов, как и ряд других дефектов, характеризуется наличием в спектре виброускорения трех гармонических составляющих с частотами, кратными частоте вращения вала [3]. Помимо обнаружения расцентровки валов, остро стоит проблема определения ее величины.

Зависимость фаз гармонических составляющих вибрации от параметров механической системы мало изучена. В [4] опытным путем показано наличие зависимости значений межкомпонентных фазовых отношений (МКФО) составляющих сигнала вибрации расцентрованных валов от их смещения. МКФО представляют собой линейные комбинации полных фаз гармонических составляющих сигнала, не зависящих от начала отсчета времени. Реальный сигнал вибрации моделируется суммой гармонических составляющих и аддитивного белого гауссовского шума:

$$s(t) = \sum_{h=1}^H A(h) \cos(2\pi h F_{rot} t + \phi(h)) + n(t) = \sum_{h=1}^H A(h) \cos(2\pi h F_{rot} t + \hat{\phi}(h));$$

$$\phi(h) = h\phi_0 + \theta(h) = E[\hat{\phi}(h)], \quad (1)$$

где $\phi(h)$ – начальная фаза чистого колебания, циркумфлекс над переменной означает ее оценку; $A(h)$ – амплитуда колебания; h – индекс гармонической составляющей, $h = 1 \dots H$; $\phi_0 = 2\pi h F_{rot} t_0$ – фазовый сдвиг, обусловленный случайным начальным моментом времени t_0 ; $n(t)$ – аддитивный белый гауссовский шум; $E[x]$ – математическое ожидание величины x ; $\theta(h)$ – сдвиг фазы на частоте hF_{rot} , вносимый системой; F_{rot} – частота основного тона, равная частоте вращения вала.

Общее выражение вычисления величины МКФО $\Theta(k)$ компонентов сигнала $s(t)$ можно записать как

$$\Theta(k) = \sum_{h=1}^H k(h) \hat{\phi}(h) = \sum_{h=1}^H k(h) (h\phi_0 + \theta(h) + \gamma(h)) = \phi_0 \sum_{h=1}^H k(h) h + \sum_{h=1}^H k(h) (\theta(h) + \gamma(h)), \quad (2)$$

где $k \in Z$ – коэффициент линейной комбинации; $\gamma(h) = \hat{\phi}(h) - \phi(h)$ – величина, обусловленная влиянием шума.

Выражение (2) не зависит от ϕ_0 при условии

$$\sum_{h=1}^H k(h) h = 0. \quad (3)$$

Более ранние попытки диагностики оборудования с использованием МКФО были сделаны, опираясь исключительно на опытные данные. Для различения сигналов вибрации, записанных при разных значениях смещений параллельной и угловой расцентровок, использовались фазовый инвариант (ФИ, $k = \{0,5, -1, 0,5\}$), фазовый квазиинвариант (ФКИ, $k = \{1, -1/p, 0\}$), где $h_2 = ph_1$, бифаза ($k = \{1, 1, -1\}$) [5] и пропорциональные им комбинации [4]: $k_1 = \{1, -2, 1\}$, $k_2 = \{p, -1, 0\}$.

Цель исследований авторов – аналитически показать наличие зависимости значений МКФО от величины и угла смещения валов. Примем, что $\gamma(h) = 0$, а условие (3) соблюдается при выбранных k . Тогда выражение (2) можно упростить

$$\Theta(k) = \sum_{h=1}^H k(h)\theta(h). \quad (4)$$

Система уравнений

Перемещение точек на концах валов описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\mathbf{F} = M\ddot{\boldsymbol{\delta}} + C\dot{\boldsymbol{\delta}} + S\boldsymbol{\delta}, \quad \mathbf{F} = [F_1, F_2, \dots, F_n], \quad \boldsymbol{\delta} = [\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n]^T, \quad (5)$$

где M – матрица масс; C – матрица затухания; S – матрица жесткости; $n \times n$ – размерности матриц; n – число степеней свободы; $\boldsymbol{\delta}$ – вектор перемещений оси вала δ_i по i -м степеням свободы; F – вектор сил, $i = 1 \dots n$; «'» – производная по времени.

В [6] предложено моделировать силы и реакции в виде синфазной и квадратурной составляющих, которые записываются как:

$$\delta_i = \delta_{S_i} \cos(\omega t) + \delta_{C_i} \sin(\omega t), \quad F_i = F_{S_i} \cos(\omega t) + F_{C_i} \sin(\omega t), \quad (6)$$

где $\delta_{S_i}, \delta_{C_i}, F_{S_i}, F_{C_i}$ – амплитуды синфазной и квадратурной составляющих.

Выражение (5) можно алгебраизировать и с учетом (6) записать систему линейных алгебраических уравнений, связывающую комплексные амплитуды сил и перемещений:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{F}} &= -\omega^2 M \dot{\boldsymbol{\delta}} - i\omega C \dot{\boldsymbol{\delta}} + S \dot{\boldsymbol{\delta}}; \\ \dot{\delta}_i &= \delta_i e^{(j\phi_{\delta_i})}, \quad \delta_i^2 = \delta_{S_i}^2 + \delta_{C_i}^2, \quad \text{tg}\phi_{\delta_i} = \delta_{C_i} / \delta_{S_i}; \\ \dot{F}_i &= F_i e^{(j\phi_{F_i})}, \quad F_i^2 = F_{S_i}^2 + F_{C_i}^2, \quad \text{tg}\phi_{F_i} = F_{C_i} / F_{S_i}, \end{aligned} \quad (7)$$

где точка над переменной – комплексное число, модуль этой величины записывается без точки.

После приведения подобных получим:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{F}} &= \dot{\mathbf{K}}(f) \dot{\boldsymbol{\delta}}; \\ \dot{k}_{im}(f) &= -\omega^2 m_{im} + j\omega d_{im} + s_{im} = R_{im} + jI_{im}, \quad i, m = 1 \dots n. \end{aligned} \quad (8)$$

Согласно [7], существуют 12 степеней свободы для системы из двух соединяемых валов: поступательные вдоль осей x, y, z и вращательные вокруг них для первого и второго валов:

$$\dot{\boldsymbol{\delta}} = [\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{y}_1, \dot{y}_2, \dot{z}_1, \dot{z}_2, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\beta}_1, \dot{\beta}_2, \dot{\gamma}_1, \dot{\gamma}_2]^T, \quad (9)$$

где 1, 2 – индексы, обозначающие ведущий и ведомый валы соответственно (далее в формулах то же самое).

Поскольку

$$x_1 = -x_2, \quad y_1 = -y_2, \quad z_1 = -z_2, \quad \theta_1 = -\theta_2, \quad \beta_1 = -\beta_2, \quad \gamma_1 = -\gamma_2, \quad (10)$$

целесообразно рассматривать перемещения только одного вала. К тому же в модели, принятой в [7], степени свободы x_1, y_1 зависимы только друг от друга, остальные – независимы от всех других. Вследствие сказанного выше, с целью упрощения анализа возможно ограничить число степеней свободы n и число уравнений в системе (8) двумя, оставив уравнения движения конца первого вала по осям x и y . Тогда можно записать $\dot{\boldsymbol{\delta}} = [x, y]^T$, опустив индекс 1.

Моделирование возбуждающих сил

Некоторые исследования, например [6, 8–11], используют геометрическую модель муфты, разработанную в [12] и представленную на рис. 1. Данная модель задает зависимости сил в радиальных направлениях от моментов, возникающих вокруг радиальных осей при вращении расцентрованных валов. Эти моменты, в свою очередь, определяются крутящим моментом и геометрическими параметрами соединения валов.

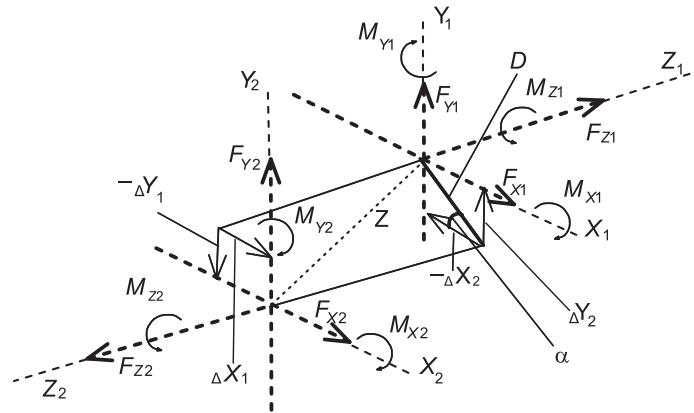


Рис. 1. Модель параллельно расцентрованных валов, соединенных муфтой
Fig. 1. Model of coupling joined parallel misaligned shafts

Однако определить с помощью модели частоты периодических сил, возникающих при вращении, не представляется возможным. Силы и моменты в данной модели статические для невращающегося наблюдателя [8]. Кроме того, модель никак не учитывает деформацию элементов муфты в радиальных направлениях [6]. В силу этого вынуждающие силы или их частоты вычисляются при помощи учитывающих вращение кинематических моделей [6, 7], модального анализа [6]. Зачастую частоты сил считаются априори известными [6, 10]. Как правило, учитывается от двух до четырех гармоник частоты вращения вала. Экспериментально в спектре вибрации расцентрованных валов были обнаружены три [2, 5, 13] либо четыре [10] гармоники F_{rot} .

В статье рассматриваются возбуждающие силы, представляющие собой сумму гармонических воздействий на частотах, кратных частоте вращения вала: $F_{rot}, 2F_{rot}, \dots, HF_{rot}$. Виброперемещение в каждом из направлений представляет собой сигнал вида (1). Обозначим сигнал виброперемещения в направлении x как $s_x(t)$. В силу линейности системы (7) комплексные амплитуды гармонических составляющих сигнала вибрации $s_x(t)$ могут рассчитываться независимо. Для этого система (7) решается при значениях аргумента $f \in [1, 2, \dots, H]F_{rot}$. Тогда виброперемещение можно выразить как

$$s_x(t) = \sum_{h=1}^H x(hf) \cos(2\pi h F_{rot} t + \phi_x(hf)), \quad \dot{x}(hf) = x(hf) \exp(\phi_x(hf)).$$

Для получения выражений действующих в системе сил выбрана приведенная на рис. 1 модель. С ее помощью возможно получить аналитические зависимости амплитуд сил от величины смещения валов и угла смещения:

$$\begin{aligned} \Delta X = \Delta X_1 = -\Delta X_2 = D \cos \alpha; \\ \Delta Y = \Delta Y_1 = -\Delta Y_2 = D \sin \alpha, \end{aligned} \quad (11)$$

где $\Delta X, \Delta Y$ – смещения валов относительно друг друга по осям X, Y соответственно; D – расстояние между осями валов; α – угол между направлением смещения валов и осью X .

Отрезок, соединяющий центры валов, образует с их осями вращения углы $\Phi_{1,2}$ и $\Psi_{1,2}$ [12]:

$$\begin{aligned} \Phi_1 = \arcsin \Delta Y_1 / Z; \quad \Psi_1 = \Delta X_1 / Z; \\ \Phi_2 = \arcsin \Delta Y_2 / Z = -\Phi_1; \quad \Psi_2 = \Delta X_2 / Z = -\Psi_1. \end{aligned} \quad (12)$$

Силы, действующие в системе, определяются возникающими вследствие расцентровки моментами:

$$\begin{aligned} F_x = (-MY_1 - MY_2) / Z; \\ F_y = (MX_1 + MX_2) / Z, \end{aligned} \quad (13)$$

где MX_1, MX_2, MY_1, MY_2 – моменты, действующие на концах первого и второго валов вдоль осей X и Y соответственно.

Выражения, определяющие моменты через величину смещения по осям X и Y и параметры системы, разные для различных типов муфт. Выразим силы F_x и F_y через $\Delta X, \Delta Y$ для двух типов. Моменты, возникающие в гибкой муфте при вращении расцентрованных валов, определяются по формулам:

$$\begin{aligned} MX_1 &= Tq \sin \Psi_1 + Kb \Phi_1; \\ MX_2 &= Tq \sin \Psi_2 - Kb \Phi_2; \\ MY_1 &= Tq \sin \Phi_1 - Kb \Psi_1; \\ MY_2 &= Tq \sin \Phi_2 - Kb \Psi_2, \end{aligned} \quad (14)$$

где Tq – крутящий момент; Kb – вращательная жесткость муфты, кг·м/рад.

После подстановки (14) в (13) и уничтожения противоположных слагаемых получим:

$$\begin{aligned} F_x &= 2Kb \arcsin(\Delta X / Z) / Z; \\ F_y &= 2Kb \arcsin(\Delta Y / Z) / Z. \end{aligned} \quad (15)$$

Возникающие в зубчатой муфте моменты определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} MX_1 &= Tq \left[\sin \Psi_1 + Cf \Psi_1 / \sqrt{\Psi_1^2 + \Phi_1^2} + (W / PD) Q \Phi_1 / \sqrt{\Psi_1^2 + \Phi_1^2} \right]; \\ MX_2 &= Tq \left[\sin \Psi_2 + Cf \Psi_2 / \sqrt{\Psi_2^2 + \Phi_2^2} + (W / PD) Q \Phi_2 / \sqrt{\Psi_2^2 + \Phi_2^2} \right]; \\ MY_1 &= Tq \left[\sin \Phi_1 + Cf \Phi_1 / \sqrt{\Psi_1^2 + \Phi_1^2} + (W / PD) Q \Psi_1 / \sqrt{\Psi_1^2 + \Phi_1^2} \right]; \\ MY_2 &= Tq \left[\sin \Phi_2 + Cf \Phi_2 / \sqrt{\Psi_2^2 + \Phi_2^2} + (W / PD) Q \Psi_2 / \sqrt{\Psi_2^2 + \Phi_2^2} \right], \end{aligned} \quad (16)$$

где Cf – коэффициент трения; W – ширина зуба; PD – диаметр начальной окружности зубчатого сопряжения.

Аналогично, исходя из (13) и (16), запишем и упростим выражения для радиальных сил:

$$\begin{aligned} F_x &= 2 \left(Tq \frac{W}{PD} Q \Psi_1 / \sqrt{\Psi_1^2 + \Phi_1^2} \right) / Z; \\ F_y &= 2 \left(Tq \frac{W}{PD} Q \Phi_1 / \sqrt{\Psi_1^2 + \Phi_1^2} \right) / Z. \end{aligned} \quad (17)$$

Для удобства расчета примем $E = D/Z = (0 \dots 1)$, тогда выражения (15) и (17) с учетом (11) приобретут соответственно вид:

$$\begin{aligned} F_{x \text{ flex}} &= 2Kb \arcsin(E \cos \alpha) / Z; \\ F_{y \text{ flex}} &= 2Kb \arcsin(E \sin \alpha) / Z; \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} F_{x \text{ tooth}} &= 2Tq \frac{W}{PD} Q \arcsin(E \cos \alpha) / Z; \\ F_{y \text{ tooth}} &= 2Tq \frac{W}{PD} Q \arcsin(E \sin \alpha) / Z. \end{aligned} \quad (19)$$

В [7–11] квадратурная составляющая гармонических возбуждающих сил равна нулю. С учетом этого примем, что начальные фазы гармонических сил определяются только моментом начала отсчета времени t_0 . Тогда комплексные амплитуды сил запишем как:

$$\begin{aligned} \dot{F}_x(f, E) &= F_x(E) e^{j\phi_F}; \\ \dot{F}_y(f, E) &= F_y(E) e^{j\phi_F(f)}; \quad \phi_F(f) = 2\pi f t_0. \end{aligned} \quad (20)$$

Далее выведем зависимость комплексных амплитуд перемещения по одной радиальной степени свободы от частоты вала F_{rot} , величины E и угла смещения валов α . Из полученных выражений рассчитаем зависимость фаз, а, следовательно, и МКФО от величины и угла расцентровки. Коэффициенты матрицы K могут быть рассчитаны или получены экспериментально для каждой модели муфты. Здесь ограничимся получением решения для простейшего случая в общем виде.

Зависимости величин межкомпонентных фазовых отношений от смещения валов

Рассмотрим систему из двух уравнений движения вида (8) при наличии только двух поступательных степеней свободы x и y :

$$\begin{aligned} \dot{k}_{11}(f)\dot{x}(f, E, \alpha) + \dot{k}_{12}(f)\dot{y}(f, E, \alpha) &= \dot{F}_x(f, E, \alpha); \\ \dot{k}_{21}(f)\dot{x}(f, E, \alpha) + \dot{k}_{22}(f)\dot{y}(f, E, \alpha) &= \dot{F}_y(f, E, \alpha). \end{aligned} \quad (21)$$

Применив метод Гаусса, выразим комплексную амплитуду колебания по оси x :

$$\dot{x}(f, E, \alpha) = \left(\dot{F}_x(f, E, \alpha)\dot{k}_{22}(f) - \dot{F}_y(f, E, \alpha)\dot{k}_{12}(f) \right) / \left(\dot{k}_{22}(f)\dot{k}_{11}(f) - \dot{k}_{12}(f)\dot{k}_{21}(f) \right). \quad (22)$$

Представим комплексную амплитуду колебания в виде произведения трех комплексных чисел. Здесь первый множитель отражает случайную начальную фазу возбуждающего воздействия, второй – это величина, зависящая от величины и угла смещения валов:

$$\dot{x}(f, E, \alpha) = e^{j\phi_F(f)} \frac{F_x(f, E, \alpha)\dot{k}_{22}(f) - F_y(f, E, \alpha)\dot{k}_{12}(f)}{\dot{k}_{22}(f)\dot{k}_{11}(f) - \dot{k}_{12}(f)\dot{k}_{21}(f)} = e^{j\phi_F(f)} A_1 e^{j\phi_1(f, E, \alpha)} A_2 e^{j\phi_2(f)}. \quad (23)$$

Фаза колебания может быть записана как $\phi_x(f, E, \alpha) = \phi_F(f) + \phi_1(f, E, \alpha) + \phi_2(f)$. Тогда определенная в (1) величина фазового сдвига, вносимого системой, входящая в (4), запишется как:

$$\theta(h, E, \alpha, F_{rot}) = \phi_1(hF_{rot}, E, \alpha) + \phi_2(hF_{rot}). \quad (24)$$

Информативной составляющей, зависящей от смещения валов, является:

$$\phi_1(f, E, \alpha) = \operatorname{atan} \frac{F_x(E, \alpha)I_{22}(f) - F_y(E, \alpha)I_{12}(f)}{F_x(E, \alpha)R_{22}(f) - F_y(E, \alpha)R_{12}(f)}. \quad (25)$$

Функция $\operatorname{atan}(x)$ учитывает знак аргумента

$$\operatorname{atan}(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg}(\operatorname{Im}\{x\} / \operatorname{Re}\{x\}), & \text{если } \operatorname{Im}\{x\} > 0, \operatorname{Re}\{x\} > 0; \\ \operatorname{arctg}(\operatorname{Im}\{x\} / \operatorname{Re}\{x\}) + \pi, & \text{если } \operatorname{Im}\{x\} > 0, \operatorname{Re}\{x\} < 0; \\ \operatorname{arctg}(\operatorname{Im}\{x\} / \operatorname{Re}\{x\}) - \pi, & \text{если } \operatorname{Im}\{x\} < 0, \operatorname{Re}\{x\} < 0; \\ \operatorname{arctg}(\operatorname{Im}\{x\} / \operatorname{Re}\{x\}), & \text{если } \operatorname{Im}\{x\} < 0, \operatorname{Re}\{x\} > 0. \end{cases} \quad (26)$$

где $\operatorname{Im}\{x\}$, $\operatorname{Re}\{x\}$ – мнимая и действительная части величины x соответственно.

Подставив в выражение (25) зависимости радиальных сил от угла и величины смещения валов для упругой (18) и зубчатой (19) муфт, получим зависимости фаз гармонических колебаний вала от угла и величины смещения:

$$\begin{aligned} \phi_{1flex}(f, E, \alpha) &= \operatorname{atan} \left(\frac{2Kbar\sin(E\cos\alpha) / ZI_{22}(f) - 2Kbar\sin(E\sin\alpha) / ZI_{12}(f)}{2Kbar\sin(E\cos\alpha) / ZR_{22}(f) - 2Kbar\sin(E\sin\alpha) / ZR_{12}(f)} \right) = \\ &= \operatorname{atan} \left(\frac{\arcsin(E\cos\alpha)I_{22}(f) - \arcsin(E\sin\alpha)I_{12}(f)}{\arcsin(E\cos\alpha)R_{22}(f) - \arcsin(E\sin\alpha)R_{12}(f)} \right); \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \phi_{1tooth}(f, E, \alpha) &= \operatorname{atan} \left(\frac{2Tq \frac{W}{PDZ} Q\arcsin(E\cos\alpha)I_{22}(f) - 2Tq \frac{W}{PDZ} Q\arcsin(E\sin\alpha)I_{12}(f)}{2Tq \frac{W}{PDZ} Q\arcsin(E\cos\alpha)R_{22}(f) - 2Tq \frac{W}{PDZ} Q\arcsin(E\sin\alpha)R_{12}(f)} \right) = \\ &= \operatorname{atan} \left(\frac{\arcsin(E\cos\alpha)I_{22}(f) - \arcsin(E\sin\alpha)I_{12}(f)}{\arcsin(E\cos\alpha)R_{22}(f) - \arcsin(E\sin\alpha)R_{12}(f)} \right). \end{aligned} \quad (28)$$

Подставив (24) в (4), получим в общем виде зависимость значений МКФО составляющих вибрации от величины и угла расцентровки валов с выделением информативной составляющей:

$$\begin{aligned} \Theta(k, E, \alpha, F_{rot}) &= \sum_{h=1}^H k(h)\theta(h, E, \alpha, F_{rot}) = \sum_{h=1}^H k(h)\phi_1(hF_{rot}, E, \alpha) + \sum_{h=1}^H k(h)\phi_2(hF_{rot}) = \\ &= \sum_{h=1}^H k(h)\phi_1(hF_{rot}, E, \alpha) + C(F_{rot}). \end{aligned} \quad (29)$$

Результаты исследований и их обсуждение

Важными преимуществами применения МКФО по сравнению с анализом фаз компонентов являются независимость результата от начала отсчета времени и отсутствие необходимости использования внешнего опорного сигнала. Из выражений (24) и (29) видно, что МКФО компонентов вибрации не зависят от крутящего момента, что может быть важным преимуществом по сравнению с анализом амплитуд. Помимо этого, МКФО не зависят от ряда параметров системы, зависящих от типа муфты, таких как вращательная жесткость гибкой муфты, коэффициент трения, ширина зуба, диаметр начальной окружности зубчатого сопряжения зубчатой муфты.

Для практического использования полученных зависимостей важно оценить значительность эффекта [14]. Сам эффект оценивается как разность значений целевого показателя (амплитуды, квазиинварианта) при минимальном и максимальном значениях аргумента. Эти значения, в свою очередь, зависят от порядка коэффициентов жесткости и затухания. В случае, если $R_{ij} \gg I_{ij}$, разность значений Θ_k при $k = [2, -1, 0]$ для различных D стремится к нулю. Таким образом, наибольший эффект достигается при более мягких материалах и высоких частотах вращения вала. С помощью компьютерного моделирования установлено, что при $R_{ij} \approx 10^8$ и $I_{ij} \approx 10^3$ разность Θ_k незначительна – порядка 10^{-6} рад. Если R_{ij} и I_{ij} отличаются на два порядка, то разность Θ_k – около сотых радиан. Разность значений Θ_k при $\alpha = -\pi/2$ и $\alpha = \pi/2$ близка к π при различных значениях D . Зависимости Θ_k от D и α , полученные при условии, что величины R_{ij} и $100I_{ij}$ одного порядка, приведены на рис. 2.

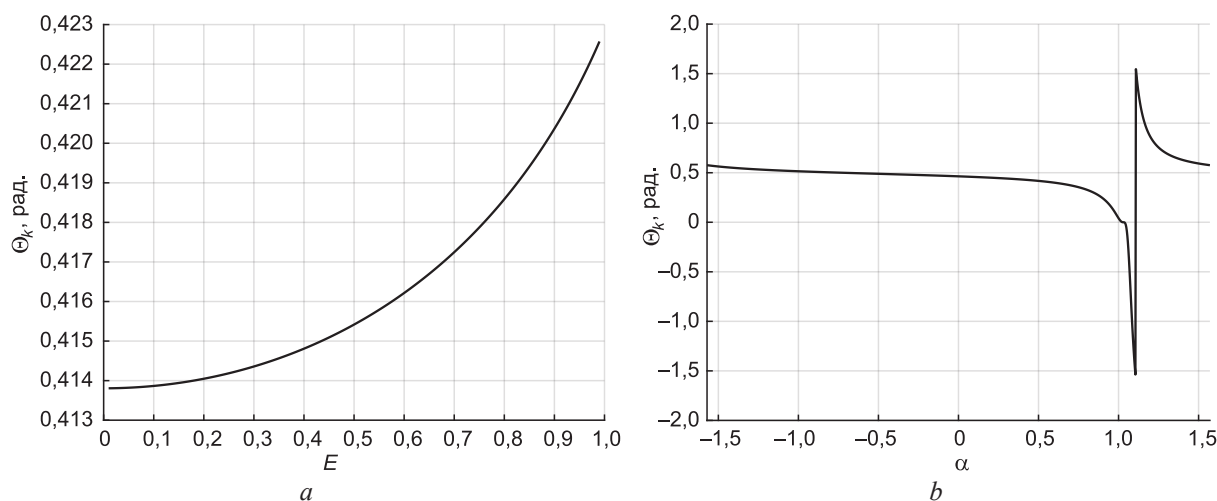


Рис. 2. Зависимость Θ_k составляющих перемещения от: a – смещения; b – угла
Fig. 2. Dependence of Θ_k of displacement components on: a – shift; b – angle

Полученный таким образом эффект рекомендуется сравнивать с дисперсией Θ_k , рассчитанной при известном уровне шума, и полученными из решения системы (8) амплитудами¹.

Заключение

1. Аналитически показано, что амплитуды, фазы и значения межкомпонентных фазовых отношений сигнала перемещения являются функциями смещения валов друг относительно друга. Установлено, что значения межкомпонентных фазовых отношений не зависят от начала отсчета времени, крутящего момента и ряда параметров муфты.

2. Оценена величина эффекта, производимого расцентровкой валов на амплитуды и фазовые квазиинварианты составляющих сигнала.

3. Полученный результат может быть использован для построения устройств оценки смещений валов по межкомпонентным фазовым отношениям компонентов сигналов вибрации, решающих устройств, различающих состояния оборудования по сигналам вибрации.

¹ Кечик, Д. А. Статистический анализ межкомпонентных фазовых отношений. В 2 ч. / Д. А. Кечик, И. Г. Давыдов // Сб. науч. ст. IX Междунар. науч.-практ. конф., 17–18 мая 2023 г., г. Минск. Минск: БГУИР, 2023. Ч. 2. С. 336–341.

Список литературы / References

1. Lei Y. (2016) *Intelligent Fault Diagnosis and Remaining Useful Life Prediction of Rotating Machinery*. Oxford, United Kingdom, Butterworth-Heinemann.
2. Hariharan Dr. V. (2009) Vibration Analysis of Misaligned Shaft – Ball Bearing System. *Indian Journal of Science and Technology*. (2), 45–50.
3. Buscarello R. T. (2011) Practical Solutions to Machinery and Maintenance Vibration Problems. *Update International Inc*.
4. Kechik D. A., Davydov I. G. (2022) Distinguishing Equipment Malfunctions Using Inter-Component Phase Signal Processing. *Information Radio Systems and Radio Technologies 2022, Materials of the Scientific and Technical Conference, 29–30 Nov. 2022*. Minsk, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 232–237.
5. Vorobiov V. I., Kechik D. A., Barysenka S. Y. (2021) Inter-Component Phase Processing of Quasipolyharmonic Signals. *Applied Acoustics*. (177).
6. Sekhar A. S., Prabhu B. S. (1995) Effects of Coupling Misalignment on Vibrations of Rotating Machinery. *Journal of Sound and Vibration*. 185 (4), 655–671.
7. Desouki M., Sassi S., Renno J., Gowid S. A. (2020) Dynamic Response of a Rotating Assembly under the Coupled Effects of Misalignment and Imbalance. *Shock and Vibration*. 26.
8. Prabhakar S., Sekhar A. S., Mohanty A. R. (2002) Crack Versus Coupling Misalignment in a Transient Rotor System. *Journal of Sound and Vibration*. 256 (4), 773–786.
9. Sudhakar G. N. D. S., Sekhar A. S. (2009) Coupling Misalignment in Rotating Machines: Modelling, Effects and Monitoring. *Noise & Vibration Worldwide*. 40 (1), 17–39.
10. Tuckmantel F. W. D. S., Cavalca K. L. (2019) Vibration Signatures of a Rotor-Coupling-Bearing System under Angular Misalignment. *Mechanism and Machine Theory*. 133, 559–583.
11. Haifei W., Gong J. (2019) Dynamic Analysis of Coupling Misalignment and Unbalance Coupled Faults. *Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control*. (38), 14.
12. Gibbons C. B. (1976) Coupling Misalignment Forces. B: Proceedings of the Fifth Turbomachinery Symposium. *Gas Turbine Laboratories*. Texas, Texas A&M University, College Station. 111–116.
13. Kechik D., Davydov I., Loshchinin I., Zhukovskiy K. (2021) Algorithm of Classification of Shaft Orbits. *PSU Proceedings, Series C*. (4), 35–44.
14. Baker M. (2016) Statisticians Issue Warning Over Misuse of P Values. *Nature*. 531 (7593).

Вклад авторов

Кечик Д. А. разработал теоретическую модель, провел компьютерное моделирование, подготовил рукопись статьи.

Давыдов И. Г. осуществил постановку задачи для проведения исследования.

Authors' contribution

Kechik D. A. designed theoretical model, carried out computer simulation, prepared the manuscript of the article.

Davydov I. G. formulated the problem for the research.

Сведения об авторах

Кечик Д. А., магистр техн. наук, асс. каф. информационных радиотехнологий, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Давыдов И. Г., канд. техн. наук, доц., зам. зав. каф. информационных радиотехнологий, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,
г. Минск, ул. П. Бровки, 6
Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники
Тел.: +375 17 293-88-69
E-mail: ya.dan.kechik@yandex.by
Кечик Даниил Александрович

Information about the authors

Kechik D. A., M. of Sci., Assistant at the Department of Information Radiotechnologies, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics

Davydov I. G., Cand. of Sci., Associate Professor, Vice-Head of the Department of Information Radiotechnologies, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics

Address for correspondence

220013, Republic of Belarus,
Minsk, P. Brovki St., 6
Belarusian State University
of Informatics and Radioelectronics
Tel.: +375 17 293-88-69
E-mail: ya.dan.kechik@yandex.by
Kechik Daniil Aleksandrovich



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-64-73>

Оригинальная статья
Original paper

УДК 621.396.969.1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРАВЛЕНИЯ НА ИСТОЧНИК РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ В РАДИОПЕЛЕНГАТОРЕ С ПЯТИЭЛЕМЕНТНОЙ КОЛЬЦЕВОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКОЙ И СУММАРНО-РАЗНОСТНОЙ ОБРАБОТКОЙ

Е. Н. БУЙЛОВ¹, А. С. СОЛОНАР², П. В. БОЙКАЧЕВ¹, И. А. ДУБОВИК¹, И. Б. КОЖАБАЕВА³

¹Военная академия Республики Беларусь (г. Минск, Республика Беларусь)

²ОАО «КБ Радар» – управляющая компания холдинга «Системы радиолокации»
(г. Минск, Республика Беларусь)

³Алматинский университет энергетики и связи имени Гумарбека Даукеева
(г. Алматы, Республика Казахстан)

Поступила в редакцию 13.11.2023

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2024
Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2024

Аннотация. Предложен один из способов измерения направления прихода электромагнитной волны от источника радиоизлучения автоматическим радиопеленгатором с малой антенной базой и ограниченным количеством каналов радиоприемного тракта. Перечислены проблемы, возникающие при реализации данного способа, представлены предложения по их решению. Получена структурная схема и создан макет радиопеленгатора, в котором устройство обработки реализовано с помощью двухканального приемника LimeSDR. Приведены результаты испытания радиопеленгатора по обнаружению и оценке направления на беспилотный летательный аппарат.

Ключевые слова: радиопеленгатор с малой антенной базой, амплитудная модуляция сигнала, беспилотный летательный аппарат, источник радиоизлучения, кольцевая антенная решетка, оценка пеленга.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования. Определение направления на источник радиоизлучения в радиопеленгаторе с пятиэлементной кольцевой антенной решеткой и суммарно-разностной обработкой / Е. Н. Буйлов [и др.] // Доклады БГУИР. 2024. Т. 22, № 1. С. 64–73. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-64-73>

DETERMINATION OF THE DIRECTION TO THE SOURCE OF RADIO EMISSION IN A RADIO DIRECTION FINDER WITH A FIVE-ELEMENT RING ANTENNA ARRAY AND TOTAL DIFFERENCE PROCESSING

YAUHENI N. BUILOU¹, ANDREY S. SOLOMAR², PAVEL V. BOYKACHEV¹,
ILYA A. DUBOVIK¹, INDIRA B. KOZHABAEVA³

¹Military Academy of the Republic of Belarus (Minsk, Republic of Belarus)

²JSC “KB Radar” – Managing Company of “Radar Systems” Holding (Minsk, Republic of Belarus)

³Almaty University of Power Engineering and Telecommunications named after Gumarbek Daukeev
(Almaty, Republic of Kazakhstan)

Submitted 13.11.2023

Abstract. One of the methods for measuring the direction of arrival of an electromagnetic wave from a radio source by an automatic direction finder with a small antenna base and a limited number of channels of the radio receiving path is proposed. The problems that arise during the implementation of this method are listed, and suggestions for their solution are presented. A block diagram has been obtained and a layout of a radio direction

finder has been created, in which the processing device is implemented using a two-channel LimeSDR transceiver. The results of the radio direction finder test for detecting and evaluating the direction of an unmanned aerial vehicle are presented.

Keywords: radio direction finder with a small antenna base, amplitude modulation of the signal, unmanned aerial vehicle, radio source, annular antenna array, bearing estimation.

Conflict of interests. The authors declare no conflict of interests.

For citation. Builou Y. N., Solonar A. S., Boykachev P. V., Dubovik I. A., Kozhabaeva I. B. (2024) Determination of the Direction to the Source of Radio Emission in a Radio Direction Finder with a Five-Element Ring Antenna Array and Total Difference Processing. *Doklady BGUIR*. 21 (6), 64–73. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2023-21-6-64-73> (in Russian).

Введение

В современном быстро развивающемся мире неуклонно растет количество источников радиоизлучения (ИРИ), решающих различного рода задачи, связанные, например, с передачей информации, управлением, контролем и др. Из всего разнообразия ИРИ ключевое место в жизнедеятельности человека занимают беспилотные летательные аппараты (БЛА), которые находят широкое применение в отраслях, связанных с наблюдением за ответственным участком территории, доставкой товаров в отдаленные места, а также в медицине и сельском хозяйстве. Помимо этого, БЛА применяются в военной сфере для наблюдения (разведки, слежения, наведения), нанесения ударов (рис. 1), транспортировки вооружения и медикаментов, целеуказания средствам поражения, ретрансляции данных при их дистанционном управлении оператором, либо автономно по заранее заложеной программе [1, 2].



Рис. 1. Примеры объектов прикрытия, на которые может воздействовать беспилотный летательный аппарат
Fig. 1. Examples of cover objects that can be affected by an unmanned aerial vehicle

В ряде случаев возникает необходимость оперативно и с высокой точностью в условиях априорно неопределенной сигнально-помеховой обстановки определить направление воздействия ИРИ, что, в свою очередь, зависит от технических характеристик радиопеленгаторов. Очевидно, что каждый из традиционных методов пеленгования (например, фазовый, амплитудный и др.) имеет как положительные, так и отрицательные свойства. Поэтому при выборе метода необходимо руководствоваться требованиями к точности, дальности действия (или чувствительности), быстродействию, массогабаритным характеристикам, энергопотреблению, разрешающей способности и помехоустойчивости [3, 4]. Безусловно, потребность в обеспечении тех или иных свойств будет определять облик разрабатываемого радиопеленгатора.

Цель исследований авторов статьи – разработка облика радиопеленгатора с малой антенной базой, с низкими энергопотреблением и стоимостью, простого в реализации и обеспечивающего

требуемую точность оценки пеленга ИРИ. В качестве ИРИ рассмотрены сигналы передатчиков БЛА и пульта управления.

Основные предпосылки по разработке радиопеленгатора

При разработке радиопеленгатора использовали двухканальный приемник LimeSDR (рис. 2), обладающий надежностью и малым энергопотреблением (5 В), простой в реализации, с низкой стоимостью. Данное устройство работает в частотном диапазоне 100 кГц–3,8 ГГц и содержит встроенные аналого-цифровые преобразователи [5]. Эти достоинства определили основные предпосылки по созданию устройства обработки радиопеленгатора, основанного на использовании LimeSDR [4].



Рис. 2. Внешний вид приемника LimeSDR
Fig. 2. Appearance of the LimeSDR receiver

Из всего многообразия устройств определения направления прихода электромагнитной волны от ИРИ широкое использование на практике получил автоматический радиопеленгатор с малой антенной базой благодаря простоте технической реализации, малым весу и габаритам. Его классическая структура содержит антенную систему (АС), многоканальный приемник с общим гетеродином, блоки цифровой обработки и индикации [2]. Наиболее простой вариант АС представляет собой кольцевую антенную решетку (АР), включающую две пары идентичных противофазно соединенных вертикальных вибраторов (пеленгационная пара, ПП) с взаимно перпендикулярными базами ($2d$), которые меньше длины волны λ , т. е. $2d < \lambda / 2$ (антенна Эдкока) [2]. В каналах приемника должны быть обеспечены одинаковые амплитудно-фазовые характеристики. Для устранения неоднозначности пеленга применяется ненаправленная антенна, сигнал с которой находится в фазе (или в противофазе) с сигналом одного из вибраторов ПП, например, ориентированного на север [2]. Однако главным недостатком данного типа радиопеленгаторов является сложность реализации идентичных по амплитудно-фазовым характеристикам трактов приема. Кроме того, точность определения направления на ИРИ зависит от используемого количества ПП, что будет влиять на массогабаритные свойства АС. Таким образом, совокупность перечисленных выше недостатков и ограниченность количества каналов приемника LimeSDR при разработке перспективного радиопеленгатора требует решения двух задач:

- 1) определение способа обзора пространства и расчет характеристик АС Эдкока;
- 2) разработка алгоритма определения направления прихода электромагнитной волны от ИРИ.

Способ обзора пространства и расчет характеристик антенной системы

Минимальных массогабаритных характеристик рассмотренной выше АС можно достигнуть за счет использования двух ПП. Как правило, в этой системе антенные элементы (АЭ) расположены так, что базы ПП ориентированы ортогонально, например, в направлениях сторон света – север, юг, запад, восток ($N_{АЭ} = 4$ – количество АЭ) [2]. Амплитуда разностного напряжения ПП $\xi_{\Delta 13(24)}$ (рис. 3) пропорциональна косинусу (синусу) угла прихода волны от ИРИ $\theta_{ИРИ}$ [2]. Следовательно, АС, состоящая из двух ПП с взаимно перпендикулярными базами и вычитающего устройства, имеет диаграмму направленности (ДН) в форме двух ортогональных восьмерок. Суммирование разностного сигнала ПП $\xi_{\Delta 13(24)}$ с сигналом центрального ненаправленного АЭ ξ_{A0} обеспечивает формирование кардиоиды $g_{\Sigma}(\theta)$ (рис. 3) [2]. Результатом поочередного дискретного подключения разностных сигналов ПП к радиоприемному устройству (с частотой Ω_A) является амплитудная модуляция результирующего сигнала $\xi_{\Sigma} = \xi_{A0} + 0,5\xi_{\Delta 13(24)}$ (рис. 3).

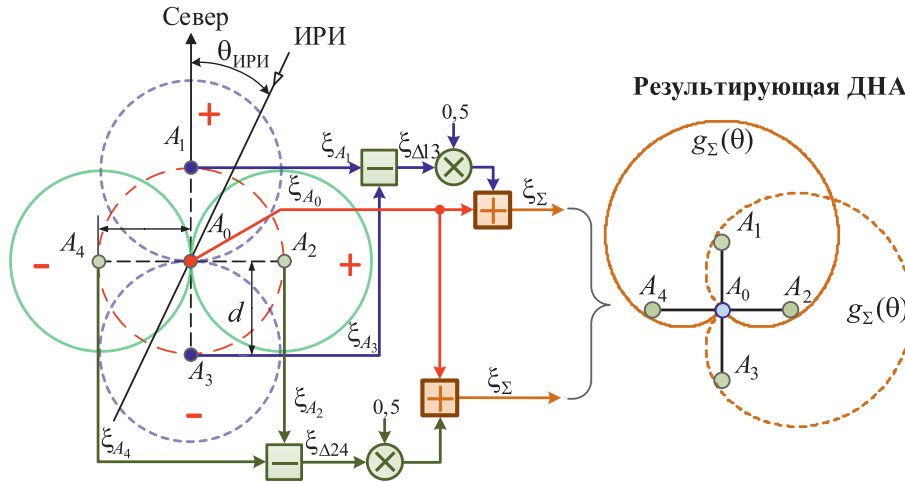


Рис. 3. Диаграмма направленности антенных элементов антенной системы радиопеленгатора
Fig. 3. Radiation pattern of antenna elements of the antenna system of the direction finder

При формировании ДН в виде кардиоиды (направление на север) [2–4]:

- обеспечиваются амплитудно-фазовые идентичности ДН АЭ;
- расстояние между АЭ ПП – $2d \approx \lambda/2$ (рис. 3);
- амплитуды сигналов АЭ $A_0, A_1, A_3 - \xi_{A0} = \xi_{A1} = \xi_{A3}$;
- разность фаз сигналов АЭ A_0 и $A_1 - \varphi_{A0} - \varphi_{A1} = 0$ рад, а фаз сигналов АЭ A_0 и $A_3 - \varphi_{A0} - \varphi_{A3} = \pi$.

В качестве АЭ, обладающего малыми габаритами и обеспечивающего изменение характеристик направленности в рабочей полосе частот $f_0 = 2,4-2,6$ ГГц, выбрана биконическая антенна (рис. 4, с). Для вычитания сигналов ПП на высокой частоте использовалась пара кольцевых мостов [4, 6]. С учетом выбранной геометрии расположения и типа изготовления АЭ взаимовлияние оказалось несущественным. Величина коэффициента стоячей волны в полосе 2,4–2,6 ГГц изменялась в диапазоне 1,4–1,6. При этом степень соответствия результатов моделирования (с использованием программного пакета CST Studio) и натурных испытаний АЭ (биконической антенны) составила 95 % [4, 7].

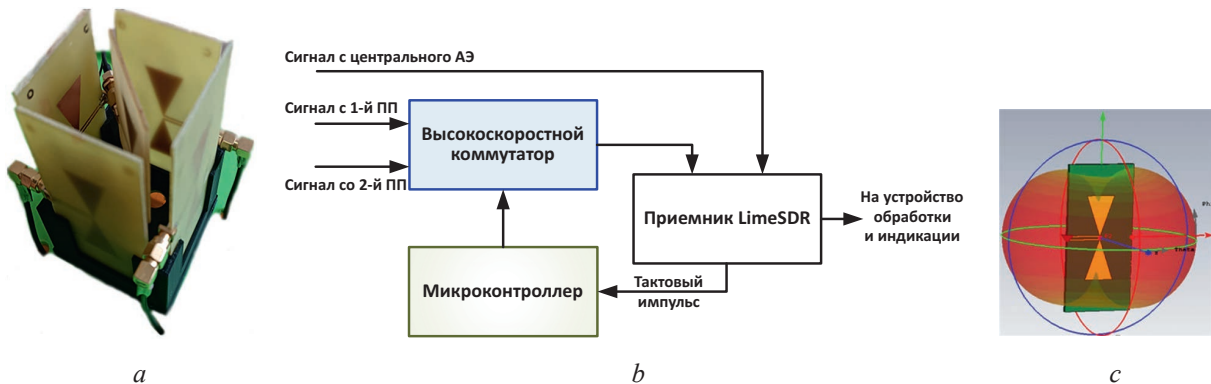


Рис. 4. Пятиэлементная кольцевая антенная решетка: а – внешний вид;
b – структура подключения сигналов с решетки к LimeSDR;
c – антенный элемент и его диаграмма направленности

Fig. 4. Five-element ring antenna array: a – appearance;
b – structure of connecting signals from the grid to LimeSDR; c – antenna element and its radiation pattern

Следует отметить, что в зависимости от используемого типа АЭ и диапазона рабочих частот могут наблюдаться искажения кардиоиды $g_{\Sigma}(\theta)$, которые в дальнейшем могут компенсироваться за счет использования весовых коэффициентов, рассчитанных для различных угловых направлений ИРИ. Ограничения, вызванные количеством каналов приемника LimeSDR, требуют поочередного дискретного подключения к его входу разностных напряжений ПП. В таком случае сигнал АЭ A_0 (центрального) поступает на вход 1-го канала приемника LimeSDR, который применяется для формирования кардиоиды и решения задачи обнаружения ИРИ (рис. 4, b). Ко второму каналу

подключаются разностные сигналы ПП с помощью высокоскоростного коммутатора, управляемого микроконтроллером по тактовым импульсам, поступающим с LimeSDR (рис. 4, б) [4, 7].

Выбор скорости переключения ПП обусловлен характеристиками сигналов каналов управления и передачи видео малоразмерных БЛА. В результате их анализа получены следующие показатели: минимальная длительность сигналов канала управления и передачи видео $T_{0\text{кy}} = 500$ мкс и $T_{0\text{в}} = 2\text{--}3$ мс соответственно; ширина спектра сигналов канала управления и передачи видео $\Delta f_{0\text{кy}} = 0,3\text{--}2,0$ МГц и $\Delta f_{0\text{в}} = 10$ (20 и 40) МГц соответственно; полоса сетки псевдослучайной перестройки частоты сигнала канала управления $\Delta F_{\text{кy}} = 80$ МГц.

Исходя из наихудших условий наблюдения ИРИ (минимальная длительность сигнала 500 мкс и необходимость формирования не менее пяти оценок пеленга для исключения аномальных измерений и обеспечения требуемой точности), разработана пятиэлементная кольцевая АР (рис. 4, а) радиопеленгатора со следующими характеристиками: время приема сигнала одним АЭ – 50 мкс; частота переключения АЭ – 20 кГц; полный оборот ДН в горизонтальной плоскости (поочередное ориентирование максимума ДН в направлениях сторон света за счет изменения фазы разностных сигналов ПП на 180° [2, с. 373]) – 200 мкс. Таким образом, использование разработанной АР в радиопеленгаторе, позволяет:

- реализовать суммарно-разностную обработку принятых электромагнитных излучений от ИРИ за счет суммирования сигнала центрального ненаправленного АЭ $\xi_{\Delta 0}$ с поочередно подключаемыми разностными сигналами ПП $\xi_{\Delta 13(24)}$. В качестве АЭ применялась биконическая антенна с коэффициентом стоячей волны 1,4–1,6, работающая в диапазоне частот 2,4–2,6 ГГц;

- определить частоту переключения АЭ ($\Omega_A = 20$ кГц), обеспечивающую формирование не менее пяти оценок углового направления прихода электромагнитной волны от ИРИ при его минимальном времени наблюдения (500 мкс).

Алгоритм определения направления прихода сигнала от источника радиоизлучения

После аналого-цифрового преобразования в LimeSDR осуществляли расчет мгновенного спектра результирующего сигнала $\xi_{\Sigma}(\theta_{\text{ИРИ}})$ для угла прихода волны $\theta_{\text{ИРИ}}$ (банк узкополосных фильтров, УПФ), который может быть реализован с помощью быстрого преобразования Фурье (БПФ) с последующим статистическим усреднением (метод периодограмм) [2–4, 7]. Алгоритм определения мгновенного спектра сигнала при настройке приемника LimeSDR на одну из фиксированных частот имеет вид

$$G(\theta_{\text{ИРИ}})_{i,s} = \frac{1}{N_{\text{БПФ}}} \sum_{k=0}^{N_{\text{БПФ}}-1} \left[w_k \xi_{\Sigma}(\theta_{\text{ИРИ}})_{k+s(N_{\text{БПФ}}/2)} \exp(-j2\pi k i / N_{\text{БПФ}}) \right], \quad (1)$$

где $N_{\text{БПФ}}$ – размер окна БПФ (количество частотных каналов); s – номер сдвига («скольжения» по оси времени) окна БПФ; $i = 0 \dots N_{\text{БПФ}} - 1$ – номер отсчета частоты; w – весовая функция [8].

Спектральная плотность мощности (СПМ) определяется за счет усреднения мгновенного спектра сигнала за время его приема одним АЭ ($T_{\text{АЭ}}$) (метод периодограмм)

$$S_{\Sigma}(\theta_{\text{ИРИ}})_i = \frac{1}{L} \sum_{s=0}^{L-1} |G(\theta_{\text{ИРИ}})_{i,s}|^2, \quad (2)$$

где $L = \text{floor}\{T_{\text{АЭ}} / (N_{\text{БПФ}} t_d)\}$ – количество выборок мгновенного спектра сигнала; t_d – шаг дискретизации по времени; $\text{floor}()$ – функция округления до целого наименьшего числа.

Наиболее сложная задача, решаемая при разработке радиопеленгатора, заключалась в выборе алгоритма определения направления прихода электромагнитной волны от ИРИ. Ее особенность состоит в том, что ДН может принимать всего лишь четыре пространственных положения с шагом 90° . При этом необходимо принять решение о наличии ИРИ и оценить его пеленг с сохранением требуемой точности по отношению к существующим радиопеленгаторам. Целесообразно формировать не менее пяти-семи оценок пеленга. Для решения данной задачи предлагается использовать кольцевой буфер, в котором хранятся значения СПМ-сигналов, принятые АЭ двух ПП $S_{\Sigma}(\theta_{\text{ИРИ}})$ (рис. 5, а). В момент включения радиопеленгатора в первую ячейку буфера записывается значение СПМ сигнала за время приема его первым АЭ ($T_{\text{АЭ}}$) (рис. 5, а, 1-е положение). За время четырех дискретных переключений ДН (рис. 5, а, 4-е положение) кольцевой буфер

заполняется полностью. В дальнейшем ячейка буфера, в которой записано самое «старое» значение, обновляется «новым» со смещением указателя последующей обновляемой ячейки вправо (рис. 5, а, k -е положение). При каждом переключении АЭ-вектор, состоящий из четырех значений СПМ сигнала $S_{\text{буф}}(\theta_{\text{ИРИ}})$, поступает на блок оценки пеленга ИРИ. Следует отметить, что при каждом переключении АЭ требуется корректировка пеленга. Так, например, от второй оценки пеленга необходимо вычесть 90° , от третьей – 180° и т. д.

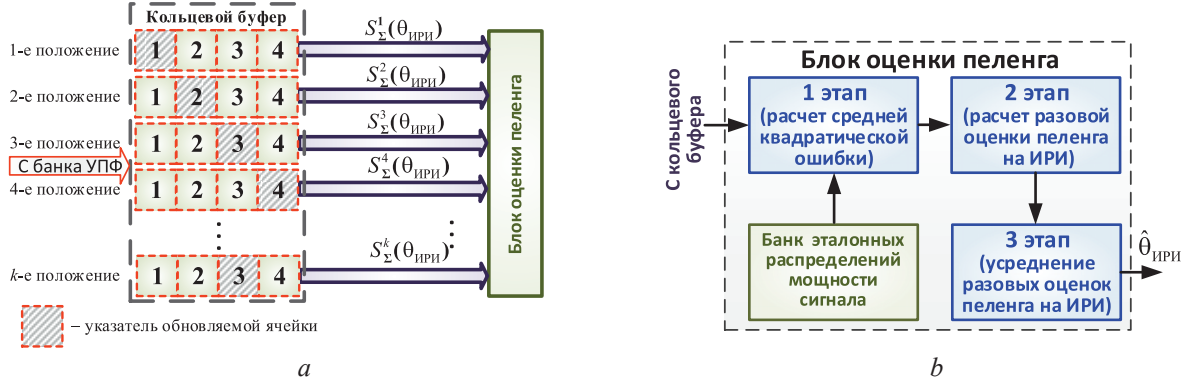


Рис. 5. Схема: a – кольцевого буфера, пример реализации; b – блока оценки пеленга
Fig. 5. Scheme: a – ring buffer, example implementation; b – bearing estimation block

Решение об обнаружении ИРИ принимается только при условии, что порог обнаружения превышен за время совершения не менее четырех дискретных переключений ДН. Здесь полученная оценка направления прихода электромагнитной волны от ИРИ поступает потребителю, в противном случае она не формируется. Сохранение точности оценки пеленга (ввиду ограниченного числа пространственных положений ДН) обеспечивается использованием банка эталонных распределений мощности сигнала на приемном канале (рис. 5, b), принимаемого с различных направлений ИРИ $\theta_{\text{ИРИ_var}} = 0^\circ - 359^\circ$ (рис. 6, a):

$$S_{\text{эт}}(\theta_{\text{ИРИ_var}})_n = \frac{w_{\text{кор}}(\theta_{\text{ИРИ_var}})_n \eta(\theta_{\text{ИРИ_var}})_n}{\sum_{r=0}^{N_{\text{АЭ}}-1} \eta(\theta_{\text{ИРИ_var}})_r} \text{ при условии, что } \sum_{r=0}^{N_{\text{АЭ}}-1} S_{\text{эт}}(\theta_{\text{ИРИ_var}})_r = 1, \quad (3)$$

где $w_{\text{кор}}(\theta_{\text{ИРИ_var}})_n$ – весовой коэффициент, обеспечивающий коррекцию искажений результирующей ДН (вызванных неидентичностью АЭ и их взаимовлиянием) для различных угловых направлений ИРИ, может рассчитываться на этапе калибровки АС; $\eta(\theta_{\text{ИРИ_var}})_n = [1 + \cos([n\pi / 2] - \theta_{\text{ИРИ_var}})]^2$ – значение ненормированного эталонного распределения мощности сигнала; $n = 0 \dots N_{\text{АЭ}} - 1$ – номер АЭ, в направлении которого ориентирован максимум ДН.

Алгоритм оценки пеленга ИРИ включает следующие этапы.

1. Нормировка текущего значения СПМ $S_{\text{буф}}(\theta_{\text{ИРИ}})$ к суммарному значению плотностей, записанных в ячейках кольцевого буфера

$$S_{\text{буф}}(\theta_{\text{ИРИ}})_n = \frac{S_{\text{буф}}(\theta_{\text{ИРИ}})_n}{\sum_{r=0}^{N_{\text{АЭ}}-1} S_{\text{буф}}(\theta_{\text{ИРИ}})_r} \text{ при условии, что } \sum_{r=0}^{N_{\text{АЭ}}-1} S_{\text{буф}}(\theta_{\text{ИРИ}})_r = 1. \quad (4)$$

Данный подход позволяет устранить неопределенность, вызванную незнанием квадрата модуля амплитуды принимаемого сигнала от ИРИ.

2. Определение средней квадратической ошибки (СКО) $\delta S(\theta_{\text{ИРИ_var}})$ (рис. 6, b), равной сумме квадратов разностей значений текущей СПМ $S_{\text{буф}}(\theta_{\text{ИРИ}})$ и эталонного распределения мощности сигнала $S_{\text{эт}}(\theta_{\text{ИРИ_var}})$ [3, 7, 8]:

$$\delta S(\theta_{\text{ИРИ_var}}) = \sum_{n=0}^{N_{\text{АЭ}}-1} |S_{\text{буф}}(\theta_{\text{ИРИ}})_n - S_{\text{эт}}(\theta_{\text{ИРИ_var}})_n|^2. \quad (5)$$

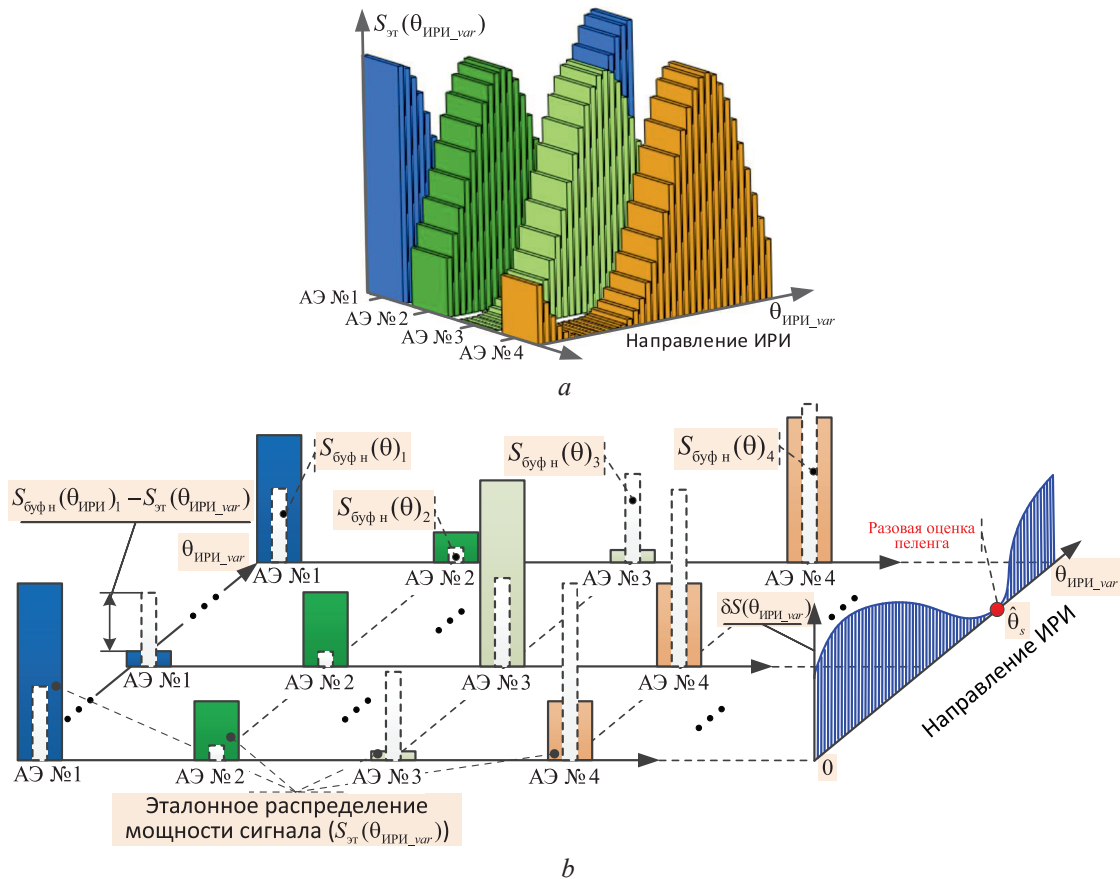


Рис. 6. Эталонное распределение мощности сигнала (а) и пояснение принципа оценки пеленга на источник радиоизлучения (b)

Fig. 6. Reference distribution of capacity of a signal (a) and explanation of the principle of estimating the bearing on the source of radio emission (b)

3. Определение разовой оценки пеленга ИРИ (рис. 6, b) по критерию минимума СКО

$$\hat{\theta} = \arg \left[\min_{\theta_{\text{ИРИ_var}}} (\delta S(\theta_{\text{ИРИ_var}})) \right]. \quad (6)$$

4. Усреднение разовых оценок пеленга за время наблюдения T_n

$$\hat{\theta}_{\text{ИРИ}} = \frac{1}{M_{T_n}} \sum_{q=0}^{M_{T_n}-1} \hat{\theta}_q, \quad (7)$$

где M_{T_n} – количество оценок пеленга ИРИ.

Таким образом, полученный алгоритм определения направления прихода электромагнитной волны от ИРИ (4)–(7) позволяет сохранить требуемую точность оценки пеленга при использовании пятиэлементной кольцевой АР по отношению к существующим радиопеленгаторам.

Результаты исследований и их обсуждение

По результатам проведенных исследований разработана структурная схема радиопеленгатора (рис. 7), соответствующая требованиям, предъявляемым к современным средствам радиоэлектронной разведки [3, 4, 7]. Внешний вид макета радиопеленгатора представлен на рис. 8, а. Оценку его характеристик выполняли в результате проведения математического моделирования, полунатурного и натуральных испытаний в соответствии со схемой, показанной на рис. 8, b.

Условия проведения испытаний: ИРИ – передатчик малоразмерного БЛА; расстояние до ИРИ – $r = 0,5\text{--}1,0$ км; влияние переотражений принятого сигнала от ИРИ минимизировалось; ошибку оценки направления на ИРИ определяли по результатам проведения 600 опытов,

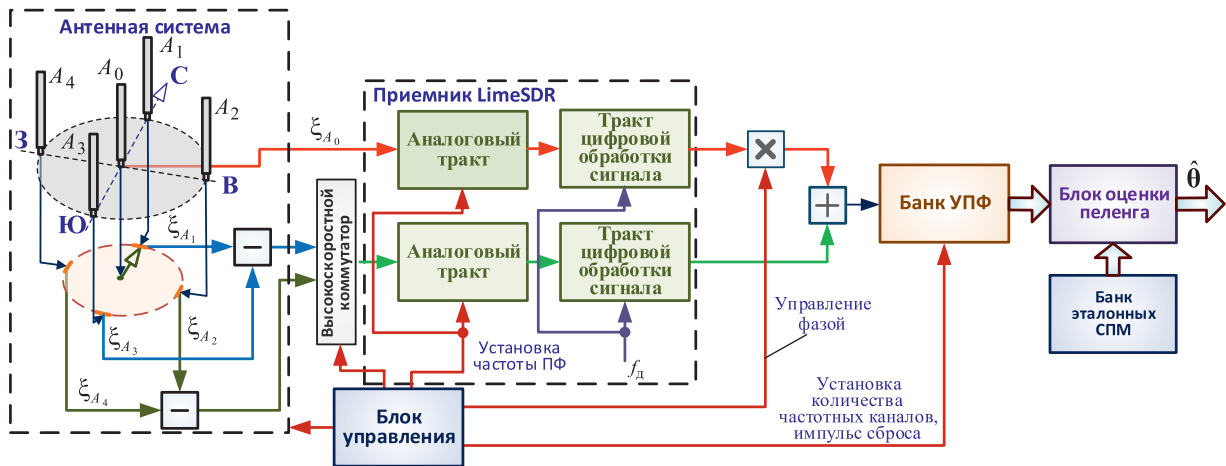


Рис. 7. Структурная схема разработанного радиопеленгатора
Fig. 7. Block diagram of the developed direction finder



Рис. 8. Радиопеленгатор: а – внешний вид; б – схема проверки показателей качества
Fig. 8. Radio direction finder: a – appearance; b – scheme of checking quality indicators

соответствующим доверительной вероятности 0,9 и погрешности измерений не более 10 % [9]. По результатам испытаний получены следующие показатели:

- дальность обнаружения ИРИ (малоразмерного БЛА) достигала 1 км;
- при оценке направления на ИРИ аномалий не наблюдалось;
- в зависимости от условий наблюдения и типа БЛА СКО оценки пеленга не превышала 5°.

Заключение

1. В макете малогабаритного радиопеленгатора устройство обработки реализовано с использованием двухканального приемника LimeSDR. Антенная система радиопеленгатора состояла из двух взаимно ортогональных пеленгационных пар, центрального антенного элемента и двух кольцевых мостов, что позволило реализовать суммарно-разностную обработку принятых электромагнитных излучений от источника радиоизлучения за счет суммирования сигнала центрального ненаправленного антенного элемента с поочередно подключаемыми разностными сигналами пеленгационных пар. В качестве антенного элемента использовалась биконическая антенна с коэффициентом стоячей волны 1,4–1,6, позволяющая принимать сигналы на частотах от 2,4 до 2,6 ГГц.

2. Алгоритм определения направления прихода электромагнитной волны от источника радиоизлучения включал следующие этапы: расчет средней квадратической ошибки $\delta S(\theta_{ИРИ})$, равной сумме разностей текущего значения спектральной плотности мощности и эталонного распре-

ления мощности сигнала (формула (5)); определение разовой оценки пеленга источника радиоизлучения (6); усреднение разовых оценок пеленга за время наблюдения (7). Данный алгоритм позволяет сохранить требуемую точность оценки пеленга источника радиоизлучения при использовании пятиэлементной кольцевой антенной решетки по отношению к существующим радиопеленгаторам.

3. По результатам проведенных исследований на расстоянии до 1 км ошибка оценки пеленга малоразмерного беспилотного летательного аппарата не превышала 5° .

Список литературы

1. Макаренко, С. И. Противодействие беспилотным летательным аппаратам / С. И. Макаренко. СПб.: Научно-технологические технологии, 2020.
2. Рембовский, А. М. Радиомониторинг: задачи, методы, средства. 3-е изд., перераб. и доп. / А. М. Рембовский, А. В. Ашихмин, В. А. Козьмин. М.: Горячая линия – Телеком, 2012.
3. Алгоритм определения направления на источник радиоизлучения в двухканальном фазовом радиопеленгаторе [Электронный ресурс] / Е. Н. Буйлов [и др.] // Журнал радиоэлектроники. 2023. № 10. Режим доступа: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.10.7>. Дата доступа: 09.10.2023.
4. Буйлов, Е. Н. Предложения по разработке двухканального фазового радиопеленгатора с амплитудной модуляцией сигнала / Е. Н. Буйлов, А. С. Солонар, А. А. Свириденко // Памятные даты – дни воинской славы России, посвящ. 80-летию Курской битвы и 210-летию Битвы народов: матер. Междунар. науч.-практ. конф., г. Омск, 13 октября 2023 г. Омск, 2023. С. 241–250.
5. LimeSDR-USB User Guide [Electronic Resource]. Mode of access: https://wiki.myriadrf.org/LimeSDR-USB_User_Guide. Date of access: 27.06.2023.
6. Определение направления на источник радиоизлучения в двухканальном фазовом радиопеленгаторе с амплитудной модуляцией сигнала / Е. Н. Буйлов [и др.] // MILEX.INNOVATIONS – 2023: сб. науч. ст. 10-й Междунар. науч. конф. по воен.-техн. проблемам, проблемам обор. и безопас., использ. технол. двойного назн., г. Минск, 18–19 мая 2023 г. Минск, 2023. С. 31–34.
7. Солонар, А. С. Основы радиопеленгации. Основы теории измерения параметров сигналов / А. С. Солонар, В. В. Латушкин, С. А. Габец. Минск: Военная академия, 2023.
8. Марпл, С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения / С. Л. Марпл. М.: Мир, 1990.
9. Косачев, И. М. Методики расчета показателей достоверности и точности оцениваемых тактико-технических характеристик вооружения, военной и специальной техники / И. М. Косачев, Д. С. Неведов // Вестник Военной академии Республики Беларусь. 2015. Т. 46, № 1. С. 107–134.

References

1. Makarenko S. I. (2020) *Countering Unmanned Aerial Vehicles*. St. Petersburg, Science-Intensive Technologies (in Russian).
2. Rembovsky A. M., Ashikhmin A. V., Kozmin V. A. (2012) *Radio Monitoring: Tasks, Methods, Tools*. 3rd ed. Moscow, Hotline – Telecom (in Russian).
3. Buylov E. N., Solonar A. S., Boykachev P. V., Liakh B. A., Kozhabaeva I. B. (2023) Algorithm for Determining the Direction to the Source of Radio Emission in a Two-Channel Phase Direction Finder. *Journal of Radio Electronics*. (10). Available: <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.10.7> (Accessed 9 October 2023) (in Russian).
4. Buylov E. N., Solonar A. S., Sviridenko A. A. (2023) Proposals for the Development of a Two-Channel Phase Direction Finder with Amplitude Modulation of the Signal. *Memorable Dates – Days of Military Glory of Russia, Dedicated to the 80th Anniversary of the Battle of Kursk and 210-to the Anniversary of the Battle of the Peoples: Mater. of the Inter. Sci. and Pract. Conf., Omsk, Oct. 13, 2023*. Omsk. 241–250 (in Russian).
5. *LimeSDR-USB User Guide*. Available: https://wiki.myriadrf.org/LimeSDR-USB_User_Guide (Accessed 27 June 2023).
6. Buylov E. N., Solonar A. S., Boykachev P. V., Dubovik I. A., Lyakh B. A. (2023) Determination of the Direction to the Radio Source in a Two-Channel Phase Direction Finder with Amplitude Modulation of the Signal. *MILEX.INNOVATIONS – 2023: Sat. Sci. Art. of the 10th Inter. Sci. Conf. on Milit.-Tech. Probl., Probl. of Defen. and Secur., the Use of Dual-Use Techn., Minsk, May 18–19, 2023*. Minsk. 31–34 (in Russian).
7. Solonar A. S., Latushkin V. V., Gabets S. A. (2023) *Fundamentals of Radio Direction Finding. Fundamentals of the Theory of Measuring Signal Parameters*. Minsk, Military Academy (in Russian).
8. Marple S. L. (1990) *Digital Spectral Analysis and Its Applications*. Moscow, Mir Publ. (in Russian).
9. Kosachev I. M., Nefedov D. S. (2015) Methods for Calculating the Reliability and Accuracy of the Estimated Tactical and Technical Characteristics of Weapons, Military and Special Equipment. *Bulletin of the Military Academy of the Republic of Belarus*. 46 (1), 107–134 (in Russian).

Вклад авторов / Authors' contribution

Авторы внесли равный вклад в написание статьи / The authors contributed equally to the writing of the article.

Сведения об авторах

Буйлов Е. Н., канд. техн. наук, вед. науч. сотр. науч.-исслед. лаб. науч.-исслед. части, Военная академия Республики Беларусь

Солонар А. С., канд. техн. наук, доц., вед. науч. сотр., ОАО «КБ Радар» – управляющая компания холдинга «Системы радиолокации»

Бойкачев П. В., канд. техн. наук, доц., нач. каф. тактики и вооружения радиотехнических войск, Военная академия Республики Беларусь

Дубовик И. А., канд. техн. наук, ст. преп. каф. автоматизации, радиолокации и приемо-передающих устройств, Военная академия Республики Беларусь

Кожобаева И. Б., ст. преп., Алматинский университет энергетики и связи имени Гумарбека Даукеева

Адрес для корреспонденции

220057, Республика Беларусь,
г. Минск, просп. Независимости, 220
Военная академия Республики Беларусь
Тел.: +375 29 852-99-82
E-mail: lerka.by@mail.ru
Буйлов Евгений Николаевич

Information about the authors

Builou Y. N., Cand. of Sci., Leading Researcher of the Scientific Research Laboratory of the Scientific Research Part, Military Academy of the Republic of Belarus

Solonar A. S., Cand. of Sci., Leading Researcher, JSC “KB Radar” – Managing Company of “Radar Systems” Holding

Boykachev P. V., Cand. of Sci., Associate Professor, Head of the Department of Tactics and Armament of Radio Engineering Troops, Military Academy of the Republic of Belarus

Dubovik I. A., Cand. of Sci., Senior Lecturer at the Department of Automation, Radar and Receiving and Transmitting Devices, Military Academy of the Republic of Belarus

Kozhabaeva I. B., Senior Lecturer, Almaty University of Power Engineering and Telecommunications named after Gumarbek Daukeev

Address for correspondence

220057, Republic of Belarus,
Minsk, Nezavisimosti Ave., 220
Military Academy of the Republic of Belarus
Tel.: +375 29 852-99-82
E-mail: lerka.by@mail.ru
Builou Yauheni Nikolaevich



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-74-81>

Оригинальная статья

Original paper

УДК 51-74

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ИГР ПРИ РАЗРАБОТКЕ АЛГОРИТМА УПРАВЛЕНИЯ ТРАНСПОРТНЫМИ ПОТОКАМИ В ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ ТРАНСПОРТНОЙ СИСТЕМЕ

Н. С. ЯНКЕВИЧ

*Центр системного анализа и стратегических исследований Национальной академии наук Беларуси
(г. Минск, Республика Беларусь)*

Поступила в редакцию 12.09.2023

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2024
Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2024

Аннотация. Управление дорожным движением в современных интеллектуальных транспортных системах включает в себя мониторинг фактической дорожной ситуации в режиме реального времени (объемы, скорости, инциденты и т. д.), а также контроль или влияние на поток с использованием этой информации. При этом автомобили как компоненты интеллектуальных транспортных систем должны быть оснащены коммуникационными возможностями для обмена информацией с другими транспортными средствами (V2V) и с дорожной инфраструктурой (V2I). Все это связано с наличием специального оборудования, подключенного к бортовой сети для локального сбора данных, которые могут быть доступны для обмена между автомобилями и с центральной коммуникационной станцией с помощью беспроводного интернета. Вместе с тем вопрос разработки самих алгоритмов организации движения пока остается открытым. Решение этой задачи можно осуществить с помощью теории игр – достаточно новой, но бурно развивающейся части современной математики. В отличие от теории оптимизации, изучающей возможности построения оптимального решения для всей системы в целом, теория игр изучает способы оптимизации индивидуальной выгоды в конкуренции с другими лицами (событиями), которые рационально стремятся к удовлетворению собственной выгоды. Проблема «умного» регулирования перекрестков является достаточно сложной для решения задачи, объединяющей усилия ученых разных областей знаний. Однако бурное развитие ИКТ-технологий и быстрое их применение к транспортным задачам дает возможность выработать некоторые подходы, позволяющие оптимизировать текущую ситуацию на перекрестке.

Ключевые слова: интеллектуальная транспортная система, транспортный поток, транспортный перекресток, теория игр.

Конфликт интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования. Янкевич, Н. С. Применение теории игр при разработке алгоритма управления транспортными потоками в интеллектуальной транспортной системе / Н. С. Янкевич // Доклады БГУИР. 2024. Т. 22, № 1. С. 74–81. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-74-81>.

THE GAME THEORY APPLICATION IN THE TRANSPORT FLOWS CONTROL ALGORITHM DEVELOPMENT IN THE INTELLIGENT TRANSPORT SYSTEM

NATALLIA S. YANKEVICH

*Center for System Analysis and Strategic Research of the National Academy of Sciences of Belarus
(Minsk, Republic of Belarus)*

Submitted 12.09.2023

Abstract. Traffic management in modern intelligent transport systems includes monitoring the actual traffic situation in real time (volumes, speeds, incidents, etc.) and management or controlling transport traffic using this information. At the same time, cars as intelligent transport systems components must be equipped with communication capabilities for exchanging information with other vehicles (V2V) and with road infrastructure (V2I). All this is connected with the presence of special equipment connected to the on-board network for local data collection, which can be exchanged between cars and with a central communication station using wireless Internet. At the same time, the issue of developing the traffic organization algorithms themselves is still open. This problem can be solved with the help of game theory, a fairly new but rapidly developing part of modern mathematics. Unlike optimization theory, which studies the possibilities of constructing an optimal solution for the entire system as a whole, game theory studies ways to optimize individual benefits in competition with other persons (events) that rationally seek to satisfy their own benefits. The problem of “smart” regulation of intersections is quite difficult to solve, it combines the efforts of scientists from different fields of knowledge. However, the rapid development of ICT technologies and their rapid application to transport tasks makes it possible to develop some approaches to optimize the current situation at the intersection.

Keywords: intellectual transport system, traffic flow, traffic intersection, game theory.

Conflict of interests. The author declares no conflict of interests.

For citation. Yankevich N. S. (2024) The Game Theory Application in the Transport Flows Control Algorithm Development in the Intelligent Transport System. *Doklady BGUIR*. 22 (1), 74–81. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-74-81> (in Russian).

Введение

Современные технологии, позволяя улучшить управление движением транспорта в режиме реального времени и повышая его экологичность, являются основой внедрения новых услуг и сервисов. В дополнение к очевидным преимуществам для транспортных операторов и клиентов новые логистические системы (в частности, интеллектуальные транспортные системы, ИТС) обеспечат введение государственного администрирования оперативной информацией, в том числе данными о потребностях в инфраструктуре и техническом обслуживании.

Развитие открытой архитектуры обеспечит интероперабельность и гибкое развитие различных приложений для будущих видов транспорта. Структура системы автоматизированного управления транспортными потоками с использованием современных коммуникационных и информационных технологий является инвариантной как технологически универсальная, поскольку обладает преемственностью в протоколах сопряжения с существующими автоматизированными системами управления движением транспорта за счет открытости их системных архитектур. Вместе с тем вопрос разработки самих алгоритмов организации движения пока остается открытым. Решение этой задачи можно осуществить с помощью теории игр – бурно развивающегося раздела современной математики. В отличие от теории оптимизации, изучающей возможности построения оптимального решения для всей системы в целом, теория игр изучает способы оптимизации индивидуальной выгоды в конкуренции с другими лицами (событиями), которые рационально стремятся к удовлетворению собственной выгоды.

Проблема «интеллектуального» регулирования перекрестков является достаточно сложной задачей, для решения которой необходимо объединить усилия ученых разных областей знаний. Однако бурное развитие ИКТ-технологий и быстрое их применение к транспортным задачам дает возможность выработать достаточно эффективные подходы к ее решению.

Состояние вопроса

Сложность анализа движения городского транспорта позволяет рассматривать разработку и внедрение интеллектуальных транспортных систем как решение многостадийной задачи, одним из важнейших этапов которого является разработка математических моделей оптимального безаварийного движения транспортных средств, в том числе регулирования перекрестков. Основные перспективы развития средств автоматизации управления движением транспорта в настоящее время – это технологии разработки современных дорожных контроллеров, а также оперативная связь между ними и Центром обработки данных. Практическая реализация указанных подходов основана на современных коммуникационных технологиях, обеспечивающих передачу данных между автомобилями – V2V (Vehicle-to-Vehicle), между автомобилями и дорожной инфраструктурой – V2I (Vehicle-to-Infrastructure) или (как в последней из рассмотренных систем) внутри инфраструктуры (внутри сети «интеллектуальных» светофоров) и базирующихся на стандартах беспроводной связи DSRC (Dedicated Short-Range Communications), WAVE (Wireless Access in Vehicular Environments) IEEE 802.11p.

Существуют разные подходы к решению этой задачи. Однако особенно интересна задача по регулированию движения, реализованная в системе MARLIN-ATSC (Multiagent Reinforcement Learning for Integrated Network of Adaptive Traffic Signal Controllers, Торонто). В этой разработке отказались от централизованной системы – она заменена на светофоры-агенты (устройства, которые наделены искусственным интеллектом и общаются между собой для выбора схемы движения). В программе, которую загружают в каждый светофор, описан марковский процесс принятия решений, а именно, его частный случай – Q-обучение. Этот принцип машинного обучения предполагает общение агента (светофора) с системой (дорожным движением). Каждое действие светофора каким-то образом влияет на дорожную ситуацию, об изменении которой можно судить по информации, получаемой с датчиков. Получив эту информацию (так называемое вознаграждение), светофор-агент вычисляет функцию своей полезности Q и в дальнейшем опирается на приобретенный опыт¹. Рассматриваемое решение требует проведения исследований отечественными математическими школами.

Разработка алгоритма

Для автомобильного транспорта тактическое управление дорожным движением включает в себя мониторинг фактической дорожной ситуации в режиме реального времени (включая объемы, скорости, происшествия и т. д.), а затем контроль или влияние на поток с использованием этой информации, чтобы уменьшить заторы, справиться с инцидентами, улучшить эффективность, безопасность, экологические показатели и т. д. [1, 2]. В более широком масштабе стратегическое управление трафиком включает в себя управление целыми сетями на макроуровне (общая операционная политика), а также интеграцию или соединение различных сетей. Однако городские транспортные потоки обладают следующими специфическими свойствами:

- стохастичностью (их характеристики позволяют прогнозировать только с определенной вероятностью. Транспортный поток движется по транспортной сети, которая имеет определенные характеристики, допускающие более или менее строгое описание, и не является стационарной);
- нестационарностью транспортных потоков (колебания их характеристик происходят как минимум в трех циклах: круглосуточном, еженедельном, сезонном);
- несовершенной управляемостью (даже при наличии полной информации о транспортных потоках и возможности информирования водителей о необходимых действиях эти требования носят лишь рекомендательный характер, поэтому достижение глобального экстремума любого критерия управления весьма проблематично);
- множественностью критериев исследования (средняя скорость движения, прогнозируемое количество происшествий, объем вредных газов в атмосфере и т. п. Большинство этих критериев взаимосвязаны, и выбрать какой-то один очень сложно);
- сложностью учета даже основных характеристик, определяющих качество управления транспортными потоками. Так, оценка интенсивности движения транспорта требует либо использования данных аэрофотосъемки, либо проведения весьма трудоемкого ручного контроля и т. п.

¹ Зеленский, М. Что и требовалось разрулить: как математика борется с дорожными заторами [Электронный ресурс] / М. Зеленский. Режим доступа: <https://lenta.ru/articles/2013/12/04/traffic/>. Дата доступа: 04.12.2013.

Таким образом, проблема «умного» регулирования перекрестков является достаточно сложной для решения задачи, объединяющей усилия ученых в разных областях знаний. Типичной базой для моделирования транспортировки товаров является сеть, состоящая из звеньев и узлов, представляющих соответственно дороги и перекрестки. В большинстве случаев предпринимаются попытки снизить трудоемкость расчетов за счет учета только наиболее важных факторов при въезде на перекресток. С этими упрощениями можно моделировать такие процессы, как поворот налево против встречного движения, но решение о последовательности действий должно быть принято до входа автомобиля в поворот. При этом расчетные прогнозы, будучи безусловно необходимыми, обладают не столь высокой достоверностью (за исключением случаев, когда использовался большой экспериментальный опыт). Попытки некоторых специалистов уже на этапе разработки с высокой достоверностью предсказать оптимальное решение транспортных потоков только расчетным путем свидетельствуют о крайнем оптимизме и должны быть оценены соответствующим образом. Обобщение статистических данных и результатов наблюдений единичной ситуации или единичного объекта (перекрестка) очень важны для адаптации чисто математического моделирования к конкретным условиям. На этой основе должны рассчитываться вероятностные оценки, относящиеся к конкретной ситуации или конкретному объекту.

В основе современных автоматизированных систем управления дорожным движением, обеспечивающих минимизацию функционала, лежит модель очереди. В общем случае динамика очереди базируется на представлении регулируемого направления как системы массового обслуживания [3]:

$$A(t) = \int_0^t q(t) dt; \quad (1)$$

$$D(t) = \int_0^t S(t) dt; \quad (2)$$

$$Q(t) = Q(0) + A(t) - D(t); \quad (3)$$

$$d = \frac{1}{A(T)} \int_0^T Q(t) dt, \quad (4)$$

где $A(t)$ – кумулятивное число прибытий; $q(t)$, $S(t)$ – интенсивность прибытия и разъезда транспортных средств соответственно; $D(t)$ – число обслуживаний в течение периода $[0, t]$ при наличии остаточной очереди $Q(0)$; $Q(t)$ – текущее количество транспортных средств в системе; d – средняя задержка транспортных средств в течение периода $[0, T]$.

Графическая интерпретация модели приведена на рис. 1. При этом следует отметить, что функции $A(t)$, $D(t)$, $Q(t)$ носят вероятностный характер.

В условиях заторов, как правило, используют различные экспертные системы, задачами которых являются идентификация транспортной ситуации и применение соответствующей стратегии управления [1–4]. Вместе с тем подход, основанный на построении именно сети «интеллектуальных» светофоров, обменивающихся информацией, представляет значительный интерес.

Рассмотрим решение задачи в общей постановке. Типовая схема движения на перекрестке представлена на рис. 2. Следует подчеркнуть, что современные средства диагностики и использования или радиотрансляции соответствующих данных V2I или V2V позволяют достаточно точно определять все данные, необходимые для анализа транспортных потоков. В этом случае цель управления транспортными потоками на перекрестке можно сформулировать следующим образом: должно быть определено оптимальное время зеленого сигнала светофора для каждой транспортной полосы, чтобы среднее время задержки по направлениям, описываемое формулой (4), было минимальным. Задержка движения транспортных потоков определяется задержками движения в направлениях R_{11} , R_{12} , R_{21} , R_{22} , причем ее оптимальное значение можно считать выигрышем в игре с ненулевой суммой. Оценка выигрыша (величины задержки транспортного потока) может осуществляться с точки зрения теории минимакса (нижняя граница оценки – минимальный, но гарантированный выигрыш), а также с точки зрения построения равновесного решения (такая стратегия, согласно которой любая попытка любого игрока изменить свою стратегию, когда его партнер настаивает на первоначальном выборе, не приведет к увеличению выигрыша игрока, нарушающего стратегию).

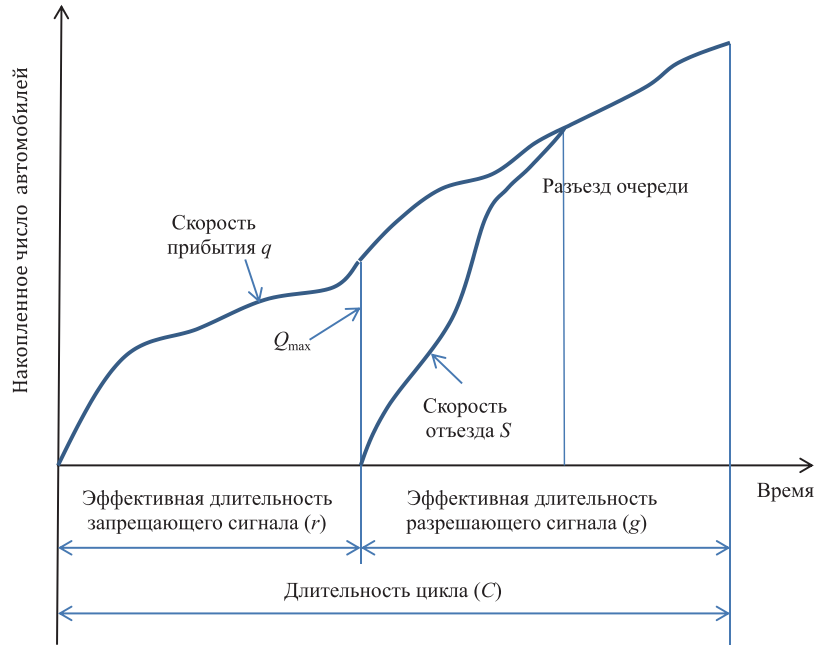


Рис. 1. Графическая интерпретация образования транспортной очереди
Fig. 1. Graphical interpretation of transport queue formation

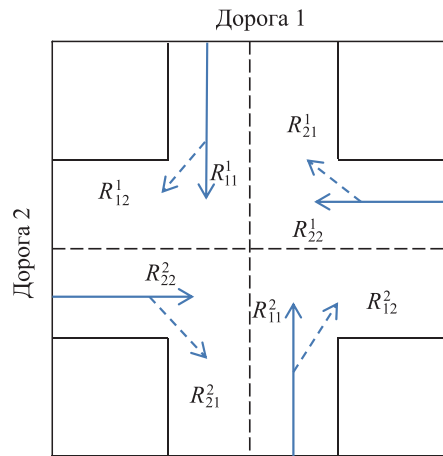


Рис. 2. Схема движения транспорта на перекрестке
Fig. 2. The scheme of traffic at the intersection

Разработаем платежную матрицу для этой формулировки

$$\begin{array}{c}
 \text{Дорога 1} \\
 \left[\begin{array}{cc}
 R_{11} & R_{12} \\
 R_{21} & (d_{11}^1, d_{11}^2) \\
 R_{22} & (d_{21}^1, d_{21}^2)
 \end{array} \right.
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \text{Дорога 2} \\
 \left[\begin{array}{cc}
 R_{11} & R_{12} \\
 (d_{12}^1, d_{12}^2) \\
 (d_{22}^1, d_{22}^2)
 \end{array} \right.
 \end{array}
 \quad (5)$$

где d_{ij} – суммарная задержка движения, вычисляемая по формулам (1)–(4) для соответствующих полос.

Анализ платежной матрицы проводится известными методами. Предпочтения игроков обычно обозначаются стрелками (направление – от меньшего к большему выигрышу). Точка равновесия определяется как точка, на которую указывают вертикальные стрелки (предпочтения первого игрока первой стратегии вследствие связанного с ней большего выигрыша), а также горизонтальная (предпочтения второго игрока). Очевидно, что в соответствии с такой формулировкой точки равновесия A, B можно найти по формулам:

$$A = \max_i \{d_{(i,j)}^{(j)}\};$$

$$B = \min_j \{d_{(i,j)}^{(i)}\}, i, j = \overline{1,2}. \quad (6)$$

Гарантированный уровень и максиминная стратегия могут быть определены при незнании действий другого игрока. Однако, основываясь на таком методе построения матрицы выигрышей, можно получить, что результаты теории максимина идентичны точке равновесия. Остается открытым вопрос, в каком смысле выигрыш и соответствующая ему стратегия являются лучшими. Считается, что игрок гарантирует себе максимальный (а, возможно, и самый крупный) выигрыш, используя равновесную стратегию [5]. После определения равновесной стратегии (и, следовательно, до максимального гарантированного выигрыша, например, времени задержки транспортных средств, движущихся в соответствующих направлениях) можно сделать вывод о наиболее значимых задержках движения транспорта для сложившейся транспортной ситуации.

Для рис. 2 средняя задержка движения автомобилей на перекрестке по полосам указана в табл. 1.

Таблица 1. Распределение средних задержек движения транспорта на перекрестке по полосам
Table 1. Distribution of average traffic delays at an intersection by lanes

Полоса движения / Lane	Движение / Movement	Средняя задержка движения, мин / Average traffic delay, min
d_{11}^1	Прямо	1,0
d_{11}^2	Прямо	2,0
d_{12}^1	Поворот направо	2,0
d_{12}^2	Поворот направо	1,0
d_{22}^1	Прямо	3,0
d_{22}^2	Прямо	0
d_{21}^1	Поворот направо	2,0
d_{21}^2	Поворот направо	1,0

Следует отметить, что современные средства информационно-коммуникационных технологий позволяют определить количество автомобилей и направление их движения достаточно точно. Матрица выигрышей для данного случая дорожной ситуации на перекрестке двух дорог R_1 и R_2 имеет вид:

$$\begin{array}{c}
 \text{Дорога 1} \\
 \left[\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cc} \text{Дорога 2} & \\ & R_{11} & R_{12} \end{array} \\
 R_{21} & (1, 2) & \leftarrow (2, 1) \\
 & \downarrow & \downarrow \\
 R_{22} & (2, 1) & \leftarrow (3, 0)
 \end{array} \right. \quad (7)
 \end{array}$$

Очевидно, что решение может быть основано на чистых стратегиях. У рассматриваемой матрицы существует седловая точка (2, 1). При этом выигрыш (средняя задержка автомобилей) равен:

- 2,0 мин – для дороги R_1 ;
- 1,0 мин – для дороги R_2 .

По этим данным по формуле (4) можно вычислить длительность периода T в каждом из направлений и, соответственно, определить порядок работы «интеллектуальных» светофоров. Возможен и другой случай анализа распределения средних задержек движения транспорта на перекрестке, для которого распределение количества автомобилей указано в табл. 2.

Таблица 2. Распределение средних задержек движения транспорта на перекрестке по полосам
Table 2. Distribution of average traffic delays at an intersection by lanes

Полоса движения / Lane	Движение / Movement	Средняя задержка движения, мин / Average traffic delay, min
d_{11}^1	Прямо	5,0
d_{11}^2	Прямо	2,0
d_{12}^1	Поворот направо	3,0
d_{12}^2	Поворот направо	3,0
d_{22}^1	Прямо	5,0
d_{22}^2	Прямо	1,0
d_{21}^1	Поворот направо	2,0
d_{21}^2	Поворот направо	3,0

Матрица выигрышей для данного случая дорожной ситуации на перекрестке двух дорог R_1 и R_2 имеет вид:

$$\begin{array}{c}
 \text{Дорога 2 (игрок 2)} \\
 \begin{array}{cc}
 & R_{11} & R_{12} \\
 \text{Дорога 1 (игрок 1)} & \begin{array}{c} R_{21} \\ R_{22} \end{array} & \begin{array}{c} (5, 2) \\ (3, 3) \end{array} & \begin{array}{c} \longrightarrow \\ \longleftarrow \end{array} & \begin{array}{c} (2, 3) \\ (5, 1) \end{array} \\
 & & & & \begin{array}{c} \downarrow \\ \uparrow \end{array}
 \end{array}
 \end{array} \quad (8)$$

Очевидно, что решения в чистых стратегиях для этой матрицы не существует. Найдем это решение в смешанных стратегиях. Чтобы гарантировать минимальное время средней задержки автомобилей (или достаточно близкое к этому значению) на дороге R_1 (игрок 1) вне зависимости от задержки движения автомобилей на дороге R_2 (игрок 2), сконцентрируем внимание на величине средней задержки автомобилей на дороге R_1 и т. д. Рассчитаем смешанные стратегии, определенные для R_2 .

В соответствии с терминологией теории игр, если игрок 2 выбирает первый столбец выигрышной матрицы с вероятностью q , а второй столбец – с вероятностью $(1 - q)$, то математическое ожидание для обеих строк выигрышной матрицы игрока 1 должно быть равно $5q + 2(1 - q) = 3q + 5(1 - q)$. Следовательно, $q = 3/5$, $(1 - q) = 2/5$. Таким образом, игрок 1 должен выбрать первый столбец матрицы выигрышей с вероятностью $3/5$, а второй столбец – с вероятностью $2/5$. При этом ожидаемый выигрыш игрока 1 будет равен $19/5$. Как легко видеть, это значение ожидаемого выигрыша будет сохраняться при использовании игроком 1 любой смешанной стратегии $(p, 1 - p)$, поскольку:

$$5q \frac{3}{5} + 2q \frac{2}{5} + 3(1 - q) \frac{3}{5} + 5(1 - q) \frac{2}{5} = \frac{19}{5}.$$

Подобно тому, как игрок 1, желая добиться того, чтобы ожидаемый выигрыш игрока 2 не зависел от выбора им смешанной стратегии, с помощью матрицы выигрышей для игрока 2 получим $2p + 3(1 - p) = 3p + 1(1 - p)$. Следовательно, $p = 2/3$, $(1 - p) = 1/3$. Тогда смешанная стратегия имеет вид

$$(s_1, s_2) = \left(\frac{2}{3} A_1 + \frac{1}{3} A_2 \right) + \left(\frac{3}{5} B_1 + \frac{2}{5} B_2 \right),$$

а равновесный выигрыш составит $(A, B) = (19/5, 7/3)$. При этом равновесный выигрыш (средняя задержка автомобилей по дорогам R_1 и R_2) равен:

- 3,8 мин – для дороги R_1 ;
- 2,3 мин – для дороги R_2 .

По этим данным по формуле (4) можно вычислить длительность периода T в каждом из направлений и, соответственно, определить порядок работы «интеллектуальных» светофоров.

Заключение

1. Разработка новых технологий, позволяющих оптимизировать процесс вождения, является актуальной проблемой. Поэтому применение таких технологий, в том числе основанных на теории игр, которые позволят улучшить управление движением транспорта в режиме реального времени и контролировать пропускную способность на перекрестках, значительно повысит экологичность и безопасность городского транспорта.

2. Использование предложенной модели, основанной на применении теории игр, позволяет существенно сократить задержки транспортных средств и оптимизировать текущую ситуацию на перекрестке.

Список литературы

1. Капский, Д. В. Прогнозирование аварийности в дорожном движении / Д. В. Капский. Минск: Белор. нац. техн. ун-т, 2008.
2. Surrogate Safety Assessment Model and Validation: Final Report / D. Gettman [et al.] // Publication FHWA-HRT-08-051. U.S.: Department of Transportation, 2008.
3. Власов, А. А. Управление насыщенными транспортными потоками в городах / А. А. Власов, Н. А. Орлов. Пенза: Пензен. гос. ун-т архит. и строит., 2014.
4. Климович, А. Н. Алгоритм управления перекрестком на основе V2I взаимодействия / А. Н. Климович, В. Н. Шуть // Системный анализ и прикладная информатика. 2018. № 4. С. 21–27.
5. Саати, Т. Л. Математические модели конфликтных ситуаций / Т. Л. Саати. М.: Сов. радио, 1977.

References

1. Kapsky D. V. (2008) *Forecasting Accidents in Road Traffic*. Minsk, Belarusian National Technical University (in Russian).
2. Gettman D., Pu L., Sayed N., Shelby S. (2008) Surrogate Safety Assessment Model and Validation: Final Report. *Publication FHWA-HRT-08-051*. U.S., Department of Transportation.
3. Vlasov A. A., Orlov N. A. (2014) *Managing Heavy Traffic Flows in Cities*. Penza, Penza State University of Architecture and Construction (in Russian).
4. Klimovich A. N., Shut V. N. (2018) Algorithm for Controlling an Intersection Based on V2I Interaction. *System Analysis and Applied Informatics*. (4), 21–27 (in Russian).
5. Saati T. L. (1977) *Mathematical Models of Conflict Situations*. Moscow, Sovetskoe Radio (in Russian).

Сведения об авторе

Янкевич Н. С., канд. тех. наук, зав. отд., Центр системного анализа и стратегических исследований Национальной академии наук Беларуси

Адрес для корреспонденции

220072, Республика Беларусь,
г. Минск, ул. Академическая, 1
Центр системного анализа
и стратегических исследований НАН Беларуси
Тел.: + 375 17 378-92-65
E-mail: lab_12@tut.by
Янкевич Наталья Степановна

Information about the author

Yankevich N. S., Cand. of Sci., Head, of the Center for System Analysis and Strategic Research of the National Academy of Sciences of Belarus

Address for correspondence

220072, Republic of Belarus,
Minsk, Akademicheskaya St., 1
Center for System Analysis
and Strategic Research of the NAS of Belarus
Tel.: + 375 17 378-92-65
E-mail: lab_12@tut.by
Yankevich Natallia Stepanovna



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-82-90>

Оригинальная статья
Original paper

УДК 621.337.12

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ МОБИЛЬНОГО РОБОТА С КОЛЕСАМИ ВСЕНАПРАВЛЕННОГО ТИПА

А. А. РАДКЕВИЧ, У СИНЬСИНЬ, А. А. ВЕЛЬЧЕНКО, С. А. ПАВЛЮКОВЕЦ

Белорусский национальный технический университет (г. Минск, Республика Беларусь)

Поступила в редакцию 20.10.2023

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2024
Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2024

Аннотация. Рассмотрен вопрос управления четырехколесным мобильным роботом со всенаправленными колесами типа меканум. Проведен анализ вращательного движения всенаправленного колеса меканум, основанный на его кинематике. Для конкретного робота с определенными габаритными параметрами построен график изменения радиуса колеса меканум в зависимости от угла его поворота. Составлены кинематическая и динамическая модели мобильного четырехколесного робота, учитывающие его геометрические характеристики. Представленные выражения являются математическим описанием поведения мобильного робота в статике и динамике. На основании полученных моделей формируются принципы работы системы управления движением четырехколесным мобильным роботом на всенаправленных колесах типа меканум.

Ключевые слова: колесо меканум, всенаправленное колесо, мобильный робот, математическая модель, кинематическая модель, динамическая модель, инверсная кинематика.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования. Математическая модель движения мобильного робота с колесами всенаправленного типа / А. А. Радкевич [и др.] // Доклады БГУИР. 2024. Т. 22, № 1. С. 82–90. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-82-90>.

MATHEMATICAL MODEL OF MOVEMENT OF A MOBILE ROBOT WITH OMNIDIRECTIONAL WHEELS

ARTSIOM A. RADKEVICH, WU XINXIN, ANNA A. VELCHENKO,
SIARHEI A. PAULIUKAVETS

Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

Submitted 20.10.2023

Abstract. The article discusses the issue of controlling a four-wheeled mobile robot with omnidirectional wheels of the mecanum type. An analysis of the rotational motion of the omnidirectional mecanum wheel was carried out, based on its kinematics. For a specific robot with certain overall parameters, a graph of changes in the radius of the mecanum wheel depending on the angle of its rotation was constructed. Kinematic and dynamic models of a mobile four-wheeled robot have been compiled, taking into account its geometric characteristics. The presented expressions are a mathematical description of the behavior of a mobile robot in statics and dynamics. Based on the obtained models, the principles of operation of the motion control system for a four-wheeled mobile robot on omnidirectional wheels of the mecanum type are formed.

Keywords: mecanum wheel, omnidirectional wheel, mobile robot, mathematical model, kinematic model, dynamic model, inverse kinematics.

Conflict of interests. The authors declare no conflict of interests.

For citation. Radkevich A. A., Wu Xinxin, Velchenko A. A., Pauliukavets S. A. (2024) Mathematical Model of Movement of a Mobile Robot with Omnidirectional Wheels. *Doklady BGUIR*. 22 (1), 82–90. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-82-90> (in Russian).

Введение

Несмотря на то что в мировой робототехнике всенаправленные колеса типа меканум являются наиболее распространенными типами колес, используемыми в мобильных роботах, вопрос разработки математических моделей с целью планирования оптимального управления такими роботами остается актуальным для исследования. Управление мобильными роботами с колесами всенаправленного типа предполагает решение намного более сложных задач кинематики и, следовательно, мониторинга движения мобильной платформы, по сравнению с мобильными роботами на традиционных колесах [1, 2].

За последние десятилетия вопросы управления мобильными роботами с колесами типа меканум нашли широкое отражение в научной литературе. Основное внимание исследователей уделяется решению проблем поиска оптимального управления движением роботов, в том числе с использованием методов машинного обучения и нейросетевых алгоритмов. В частности, в [3] разработан метод управления движением робота на основе построения собственных карт в процессе движения. В [4] авторы решают задачу поиска кратчайшего пути методом синтезированного управления. Идея данного подхода с применением методов машинного обучения получила развитие в [5]. В [6–9] предлагается решение задач управления роботами с использованием нечеткой логики и адаптивной коррекции движения.

Таким образом, актуальной задачей для исследования в области мобильной робототехники является построение различных математических моделей четырехколесного робота со всенаправленными колесами типа меканум, которые смогли бы учитывать геометрию робота, а также позволить провести анализ управляемости при движении. Цель исследований авторов – построение кинематических и динамических моделей движения мобильного робота, учитывающих геометрические характеристики и конструктивные особенности колеса меканум.

Для ограничения круга решаемых задач примем ряд допущений при составлении математического описания мобильного робота. Предположим, что движение происходит по ровной поверхности или поверхности с незначительным уклоном, которая является твердой и недеформируемой (бетон, асфальт), а все ролики колеса вращаются без проскальзывания. Воздействием внешних сил на робот при этом пренебрегаем. В рамках данной статьи описание производится на основании кинематической модели робота без учета динамики сил, приводящих его в движение. Исходя из этого, разрабатываемую модель можно охарактеризовать как идеализированную. Однако она позволяет исследовать характеристики управляемости робота во время движения.

Математическая модель колеса типа меканум

Отличительной особенностью колес типа меканум является наличие неприводных роликов, размещенных по оси вращения на угол 45° относительно оси вращения колеса. Данная особенность позволяет получить результирующий вектор скорости подвижного колеса во всех направлениях относительно оси его вращения, а также одновременного перемещения и вращения вокруг собственной оси с низкими значениями крутящего момента и трения [10]. Рассмотрим негोलонномную модель меканум-колеса на плоскости, вектор скорости точки соприкосновения с которой направлен вдоль линии, составляющей постоянный угол δ с плоскостью колеса (рис. 1).

На рис. 1, a вектор T – касательный вектор к плоскости колеса в точке его контакта с поверхностью; вектор n – нормальный вектор к плоскости колеса в точке контакта с поверхностью, причем вектор $T \times n$ направлен вертикально вверх; α – единичный вектор вдоль оси закрепления роликов. Уравнение связи координат для колеса меканум имеет вид

$$(v_q, \alpha) = 0, \quad (1)$$

где v_q – скорость точки контакта колеса с поверхностью.

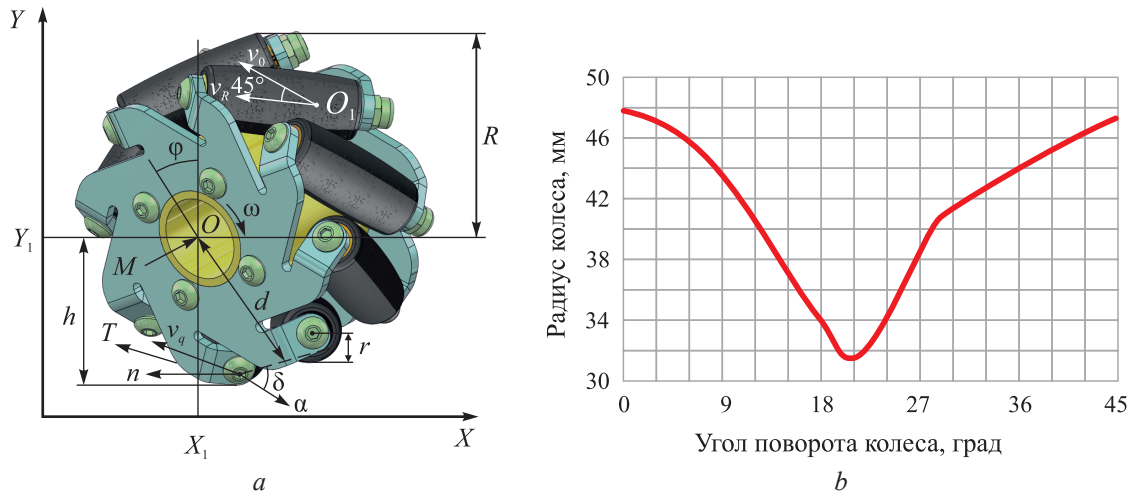


Рис. 1. Всенаправленное колесо типа меканум: *a* – пространственная кинематическая модель; *b* – изменение радиуса в зависимости от угла поворота колеса
Fig. 1. Omnidirectional mecanum wheel: *a* – dimensional kinematic model; *b* – change in radius depending on the angle of rotation of the wheel

С учетом угла поворота колеса φ уравнение связи координат примет вид

$$v_q + R\varphi\tau, \alpha = 0, \tag{2}$$

где R – радиус колеса.

Решая уравнение (2) относительно φ , определим выражение для угла поворота φ :

$$\varphi = -\frac{1}{SR}(v_q, \alpha); \tag{3}$$

$$S = (\alpha, \tau) = \sin \delta. \tag{4}$$

Важным вопросом в изучении кинематики меканум-колеса является знание его радиуса. Анализируя его вращательное движение, можно заметить, что из-за наличия нейлоновых роликов существует конструктивный предел, который не позволяет колесу иметь непрерывную контактную поверхность и, следовательно, постоянный радиус. Это способствует возникновению различных тангенциальных скоростей для каждого отдельного колеса. Решение данной проблемы позволяет ограничить износ роликов и избежать непредсказуемого отклонения от намеченного пути, которые трудно рассчитать с помощью стандартных подходов одометрии.

Изменение радиуса колеса определяется как функция угла его поворота. Поскольку каждое колесо в рассматриваемом мобильном роботе состоит из восьми роликов, смещенных на 45° относительно оси вращения колеса, радиус изменяется периодически каждые 45° в диапазоне от начального до максимального измеренного значения по закону

$$s(\alpha) = r + d \cos(\alpha), \tag{5}$$

где r – радиус ролика, м (рис. 1, *a*); d – расстояние между роликом и ступицей колеса, м; α – текущее значение угла поворота для каждого колеса, град.

Зададимся параметрами исследуемого меканум-колеса: радиус ролика $r = 0,011$ м, расстояние $d = 0,031$ м, радиус колеса $R = 0,0478$ м, диапазон изменения угла α от 0° до 45° . График изменения радиуса колеса в зависимости от его угла поворота изображен на рис. 1, *b* в соответствии с изменением радиуса по закону (5). Из рис. 1, *b* следует, что закон изменения радиуса колеса от угла его поворота выражается кривой, достигающей своего минимума при повороте колеса на угол $20,4^\circ$, что соответствует радиусу 31,8 мм. Затем следует постепенное увеличение радиуса, достигающего своего первоначального значения при повороте колеса на угол 45° . Данная особенность – важный аспект при разработке математических моделей мобильных платформ с колесами типа меканум. Поскольку выраженная зависимость является нелинейной, в определенные периоды вращения колеса нарушается его полный контакт с поверхностью, что влечет

полную либо частичную потерю управляемости роботом. По этой причине астатические системы управления электроприводами мотор-колес робота необходимо проектировать с учетом данной особенности.

Изменение радиуса влияет не только на износ роликов, но и на траекторию движения робота в целом – она становится непредсказуемой. Эта особенность должна учитываться путем интегрирования функции радиуса по времени, чтобы повысить точность общего пройденного расстояния и улучшить работу контроллера движения. Еще одной проблемой при вращении колеса меканум является проскальзывание, которое начинается в момент, когда движущая сила F превышает значение максимального трения покоя μ , т. е.

$$F > \mu F_Z \sin 45^\circ. \quad (6)$$

Когда условие (6) выполняется, колесо начинает проскальзывать при приложении к нему крутящего момента, что приводит к непредсказуемым отклонениям при движении. Значения коэффициента μ являются известными: в частности, для промышленного бетона $\mu = 0,5$, для асфальта $\mu = 1,0$ [7]. Тогда, для того чтобы колесо совершало только поступательное движение, должно выполняться условие

$$M \leq M_{\max} = \mu r F_Z \sin 45^\circ, \quad (7)$$

где M – крутящий момент, приложенный к колесу.

Максимальный крутящий момент, передаваемый колесу каждым электроприводом, определяется по формуле

$$M_{\max} = \frac{60P}{2\pi \frac{n}{i}}, \quad (8)$$

где P – мощность каждого приводного электродвигателя; n – частота вращения приводного электродвигателя; i – передаточное число механической передачи.

Из формулы (8) можно получить уравнение связи между механическим моментом и электрическим током каждого электродвигателя

$$M = I \tau_T i, \quad (9)$$

где τ_T – электромагнитная постоянная двигателя; I – ток каждого приводного электродвигателя.

Математические модели мобильного робота с колесами меканум

Разработанная кинематическая модель всенаправленного колеса типа меканум позволяет перейти к анализу математической модели четырехколесного мобильного робота с колесами данного типа. Описание математической модели основывается на рассмотрении модели робота с расположением колес в два ряда вдоль сторон прямоугольного корпуса. В качестве основного варианта рассмотрим симметричную конфигурацию колес, где колеса, расположенные по диагонали, имеют одинаковую ориентацию в пространстве, а колеса, размещенные вдоль одной стороны корпуса, направлены противоположно друг другу. Такой вариант компоновки колес позволяет реализовать наиболее широкий диапазон пространственного движения. Пространственная аксонометрическая модель кинематики четырехколесного мобильного робота представлена на рис. 2.

Инверсная внешняя кинематическая модель мобильного робота с колесами меканум может быть разложена на несколько составляющих. Скорость переднего левого колеса в координатах плоскости \vec{X}, \vec{Y} представляется суммой скоростей вращения главного колеса во времени $v_1(t)$ и скорости вращения роликов $v_R(t)$ [1]. Полная скорость движения робота в подвижной системе координат $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ определяется выражениями:

$$v_{\alpha 1} = v_1 + v_R \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = v_1 + \frac{v_R}{\sqrt{2}}; \quad (10)$$

$$v_{\beta 1} = v_R \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{v_R}{\sqrt{2}}. \quad (11)$$

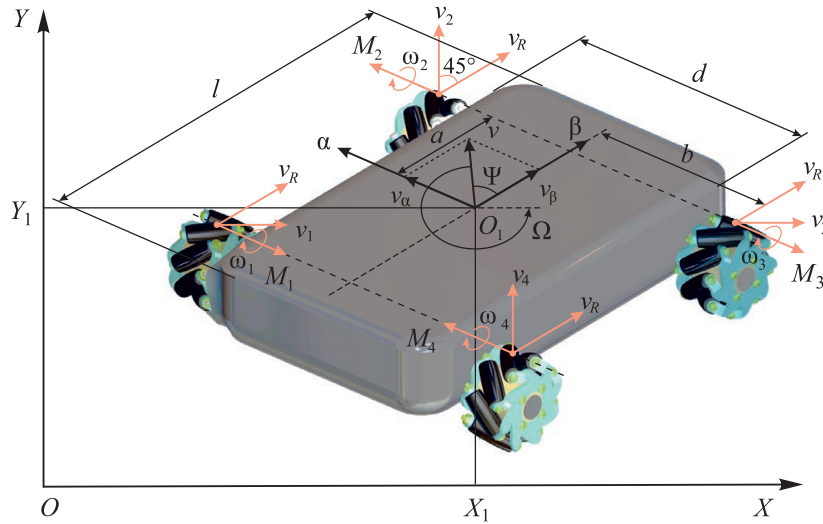


Рис. 2. Пространственная кинематическая модель мобильного робота с колесами меканум
Fig. 2. Dimensional kinematic model of mobile robot with mecanum wheels

Инверсная кинематическая модель всенаправленного мобильного робота может быть представлена вектором скорости v , компоненты которого вдоль осей X, Y плоскости \vec{X}, \vec{Y} равны соответственно:

$$\begin{cases} v_X = v \cos \psi; \\ v_Y = v \sin \psi, \end{cases} \quad (12)$$

где ψ – угол, определяющий положение робота в пространстве.

Важными геометрическими параметрами являются радиус колеса меканум R , расстояние a между корпусом и центром колеса по оси X и расстояние b между корпусом и центром колеса по оси Y :

$$\begin{cases} a_i = \{a, a, -a, -a\}; \\ b_i = \{b, -b, b, -b\}, \end{cases} \quad (13)$$

где $i = \{1, 2, 3, 4\}$ – номер колеса.

Вектор линейной скорости v_R и вектор направления скорости ролика v_i для каждого колеса связаны с углом наклона между данными векторами γ , равным 45° и представляющим собой угол наклона роликов относительно оси вращения колеса:

$$\gamma_i = \left\{ \frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right\}. \quad (14)$$

Уравнение вектора скорости колесной платформы по отношению к двум компонентам системы координат можно рассчитать по формулам:

$$v_i + v_R \cos \gamma_i = v_X - b\psi; \quad (15)$$

$$v_R \sin \gamma_i = v_Y + a\psi. \quad (16)$$

На основании уравнений (15) и (16) определим линейные скорости каждого колеса:

$$\begin{cases} v_1 = v_X - \frac{v_Y}{\operatorname{tg} \gamma_1} - \frac{a\psi}{\operatorname{tg} \gamma_1} - b\psi; \\ v_2 = v_X - \frac{v_Y}{\operatorname{tg} \gamma_2} - \frac{a\psi}{\operatorname{tg} \gamma_2} - b\psi; \\ v_3 = v_X - \frac{v_Y}{\operatorname{tg} \gamma_3} - \frac{a\psi}{\operatorname{tg} \gamma_3} - b\psi; \\ v_4 = v_X - \frac{v_Y}{\operatorname{tg} \gamma_4} - \frac{a\psi}{\operatorname{tg} \gamma_4} - b\psi. \end{cases} \quad (17)$$

Систему уравнений (17) можно представить в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{bmatrix} = R \begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix} \begin{bmatrix} v_X \\ v_Y \\ \Psi \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Уравнение (18) показывает математическую модель инверсной кинематики для получения угловых скоростей колеса, используя в качестве входных данных три компонента скорости: v_X , v_Y и Ψ , где матрица R определяется следующим образом [8]:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_1} & -\frac{\alpha}{\operatorname{tg}\gamma_1 + b} \\ 1 & -\frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_2} & -\frac{\alpha}{\operatorname{tg}\gamma_2 + b} \\ 1 & -\frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_3} & -\frac{\alpha}{\operatorname{tg}\gamma_3 + b} \\ 1 & -\frac{1}{\operatorname{tg}\gamma_4} & -\frac{\alpha}{\operatorname{tg}\gamma_4 + b} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Координаты центров всех четырех колес робота A_i , $i = \{1 \dots 4\}$, со сторонами корпуса d и l , как показано на рис. 2, в системе координат \vec{X}, \vec{Y} , где оси O_1X и O_1Y являются осями симметрии робота, выражаются как:

$$A_1 \left[\frac{l}{2}, \frac{d}{2} \right]; A_2 \left[\frac{l}{2}, -\frac{d}{2} \right]; A_3 \left[-\frac{l}{2}, -\frac{d}{2} \right]; A_4 \left[-\frac{l}{2}, \frac{d}{2} \right]. \quad (20)$$

Уравнение движения одного колеса имеет следующий вид:

$$\omega = -\frac{1}{r \sin \delta} \left[\sin(\alpha + \delta)(v_Y + \Psi a_X) + \cos(\alpha + \delta)(v_X - \Psi a_X) \right], \quad (21)$$

где ω – угловая скорость колеса; r – радиус колеса; δ – угол отклонения оси ролика от оси колеса; α – угол отклонения оси колеса от оси O_1X ; v_X , v_Y – линейные скорости робота; a_X , a_Y – координаты центра колеса.

Тогда угловые скорости всех четырех колес принимают вид

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{bmatrix} = -\begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix} \begin{bmatrix} v_X \\ v_Y \\ \Psi \end{bmatrix} M, \quad (22)$$

где M – матрица решения инверсной кинематической задачи:

$$M = \begin{bmatrix} \operatorname{ctg}\delta_1 & 1 & a_{1X} - a_{1Y} \operatorname{ctg}\delta_1 \\ \dots & \dots & \dots \\ \operatorname{ctg}\delta_4 & 1 & a_{4X} - a_{4Y} \operatorname{ctg}\delta_4 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

В зависимости от конфигурации расположения колеса угол δ может равняться 45° либо минус 45° , а матрица M принимать различные виды. Сочетанием выражений (22) и (23) задается матричная инверсная кинематическая задача для управления мобильным роботом, определяющая скорость движения каждого из четырех его колес исходя из скорости движения всего робота [2]:

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & -\left(\frac{d+l}{2}\right) \\ 1 & 1 & -\left(\frac{d+l}{2}\right) \\ 1 & -1 & (a+b) \\ 1 & 1 & (a-b) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_X \\ v_Y \\ \omega \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Преобразовав выражение (24) в линейном виде, получим формулу

$$v = Jq_M^T, \quad (25)$$

где J – матрица скорости робота при повороте, определяемая как:

$$J = \frac{v}{(R_G^L)^T q_M^T}; \quad (26)$$

R_G^L – матрица поворота, определяющая положение робота в подвижной системе координат $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ относительно базовой \bar{X}, \bar{Y} :

$$R_G^L = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \frac{q_M^T}{\dot{q}}; \quad (27)$$

q_M^T – транспонированная матрица положения, равная:

$$q_M^T = \begin{bmatrix} v_X \\ v_Y \\ \omega \end{bmatrix}; \quad (28)$$

$$\dot{q} = J^+ v, \quad (29)$$

J^+ – псевдообратная транспонированная матрица J , вычисляемая по формуле:

$$J^+ = (J^T J^{-1}) J^T; \quad (30)$$

J^T – транспонированная матрица J .

Выражение (29) является прямой внутренней кинематической моделью мобильного робота на колесах типа меканум в линейном виде. Прямая кинематическая модель движения мобильного робота в матричном виде получается на основании (24) и описывается формулой

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{Y}_1 \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ -\frac{1}{(l+\frac{d}{2})} & -\frac{1}{(l+\frac{d}{2})} & \frac{1}{(l+\frac{d}{2})} & \frac{1}{(l+\frac{d}{2})} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix}. \quad (31)$$

Прямая внутренняя кинематика в неподвижных осях координат робота выражается в компактной форме уравнением

$$\dot{q} = (R_G^L) J^+ v. \quad (32)$$

Динамическая модель робота, описанная в [8], может быть представлена в матричном виде с использованием уравнения Лагранжа:

$$\tau = M\dot{\omega} + D_{\omega}\omega; \quad (33)$$

$$M = \begin{bmatrix} \frac{r^2 J_R}{16(\frac{l}{2} + \frac{d}{2})} + \frac{mr^2}{8} + J_W & -\frac{r^2 J_R}{16(\frac{l}{2} + \frac{d}{2})} & \frac{r^2 J_R}{16(\frac{l}{2} + \frac{d}{2})} & \frac{mr^2}{8} - \frac{r^2 J_R}{16(\frac{l}{2} + \frac{d}{2})} \\ -\frac{r^2 J_R}{16(\frac{l}{2} + \frac{d}{2})} & \frac{r^2 J_R}{16(\frac{l}{2} + \frac{d}{2})} + \frac{mr^2}{8} + J_W & \frac{mr^2}{8} - \frac{r^2 J_R}{16(\frac{l}{2} + \frac{d}{2})} & \frac{r^2 J_R}{16(\frac{l}{2} + \frac{d}{2})} \\ \frac{r^2 J_R}{16(\frac{l}{2} + \frac{d}{2})} & \frac{mr^2}{8} - \frac{r^2 J_R}{16(\frac{l}{2} + \frac{d}{2})} & \frac{r^2 J_R}{16(\frac{l}{2} + \frac{d}{2})} + \frac{mr^2}{8} + J_W & -\frac{r^2 J_R}{16(\frac{l}{2} + \frac{d}{2})} \\ \frac{mr^2}{8} - \frac{r^2 J_R}{16(\frac{l}{2} + \frac{d}{2})} & \frac{r^2 J_R}{16(\frac{l}{2} + \frac{d}{2})} & -\frac{r^2 J_R}{16(\frac{l}{2} + \frac{d}{2})} & \frac{r^2 J_R}{16(\frac{l}{2} + \frac{d}{2})} + \frac{mr^2}{8} + J_W \end{bmatrix}, \quad (34)$$

где τ – вектор крутящего момента электропривода колеса меканум, $\tau = [\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4]^T$; τ_i – вектор крутящего момента электропривода, приводящий в движение i -е колесо, $i = \{1 \dots 4\}$; $\omega, \dot{\omega}$ – вращательный вектор угловой скорости и ускорения колеса соответственно; M – квадратная симметричная массовая матрица; m – общая масса робота с колесами; J_R, J_W – момент инерции робота и колеса робота соответственно; D_ω – коэффициент трения между колесами робота и поверхностью.

Заключение

1. Получена математическая модель, описывающая поведение в пространстве мобильной платформы на колесах типа меканум и являющаяся базой для разработки алгоритма управления передвижением робота по траектории. Притом что в основе модели лежат известные принципы управления кинематикой колесной платформы, авторами предложено математическое описание движения робота.

2. Учтено изменение радиуса колеса как функции изменения угла его поворота. Поскольку в ходе анализа было выявлено, что колесо меканум отличается намного большим количеством параметров по сравнению с колесами традиционного типа и имеет конструктивные особенности, не позволяющие поддерживать постоянное сцепление колеса с поверхностью, при составлении математической модели движения и проектировании систем управления электроприводами мотор-колес платформы учитывались выражения (5) и (7) для обеспечения устойчивого контакта колес робота без проскальзывания.

3. Принято во внимание наличие как прямой, так и инверсной кинематической моделей при движении робота, выраженных в матричном виде. При управлении роботом со всенаправленными колесами типа меканум намного сложнее решение задач кинематики, а, следовательно, и управления движением. Поскольку мобильные роботы с колесами меканум как голономные системы обладают худшим по сравнению с дифференциально управляемыми роботами навигационным счислением, для обеспечения высокой точности движения управление роботом не должно основываться только на его одометрии.

4. Полученная математическая модель будет полезна для предварительного исследования спроектированных законов управления движением мобильного робота со всенаправленными колесами типа меканум.

Список литературы

1. Килин, А. А. Управление тележкой с омниколесами на плоскости / А. А. Килин, А. Д. Бобыкин // Нелинейная динамика. 2014. Т. 10, № 4. С. 473–481.
2. К вопросу управления мобильным роботом с колесами всенаправленного типа / С. А. Павлюковец [и др.] // BIG DATA и анализ высокого уровня: сб. науч. ст. IX Междунар. науч.-практ. конф., г. Минск, 17–18 мая 2023 г. Ч. 2. Минск: Белор. гос. ун-т информ. и радиоэлек., 2023. С. 94–102.
3. Najim, H. A. Omnidirectional Mobil Robot with Navigation Using SLAM / H. A. Najim, I. S. Kareem, W. E. Abdul-Lateef // Engineering and Technology Journal. 2023. Vol. 41, No 1. P. 196–202.
4. Дивеев, А. И. Синтезированное управление для меканум робота / А. И. Дивеев, Е. Ю. Шмалько // Надежность и качество: тр. Междунар. симп. 2022. Т. 1. С. 27–29.
5. Шмалько, Е. Ю. Применение методов машинного обучения для расчета синтезированного оптимального управления мобильным роботом / Е. Ю. Шмалько, В. В. Серебряный // Экстремальная робототехника: тр. 33-й Междунар. науч.-техн. конф., г. Санкт-Петербург, 29–30 сентября 2022 г. СПб.: Изд-во ЦНИИ РТК, 2022. С. 340–347.
6. Изюмов, А. А. Управление движением колесного мобильного робота с манипулятором по криволинейной траектории в условиях наличия препятствий / А. А. Изюмов, Н. Ю. Хабибулина, Ю. А. Шурьгин // Электронные средства и системы управления: матер. Междунар. науч.-практ. конф., г. Минск, 18–20 ноября 2020 г. Ч. 2. Томск: Томский гос. ун-т систем управ. и радиоэлектр., 2020. С. 197–200.
7. Moreno-Caireta, I. Model Predictive Control for a Mecanum-Wheeled Robot Navigating Among Obstacles / I. Moreno-Caireta, E. Celaya, L. Ros // IFAC-PapersOnLine. 2021. Vol. 54, No 6. P. 119–125.
8. Fuzzy-Based Fault-Tolerant Control for Omnidirectional Mobile Robot / A. Alshorman [et al.] // Machines. 2020. Vol. 8, No 3.
9. Galati, R. Adaptive Heading Correction for an Industrial Heavy-Duty Omnidirectional Robot / R. Galati, G. Mantriota, G. Reina // Scientific Reports. 2022. Vol. 12.
10. Topological Design Methods for Mecanum Wheel Configurations of an Omnidirectional Mobile Robot / Y. Li [et al.] // Symmetry. 2019. Vol. 11, No 10.

References

1. Kilin A. A., Bobykin A. D. (2014) Control of a Cart with Omni-Wheels on a Plane. *Nonlinear Dynamics*. 10 (4), 473–481 (in Russian).
2. Pauliukavets S. A., Velchenko A. A., Wu Xinxin, Radkevich A. A., Sauko N. O. (2023) On the Issue of Controlling a Mobile Robot with Omnidirectional Wheels. *BIG DATA and Advanced Analytics: Collection of Scientific Articles of the IX International Scientific and Practical Conference, Minsk, 17–18 May, Part 2*. Minsk, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics. 94–102 (in Russian).
3. Najim H. A., Kareem I. S., Abdul-Lateef W. E. (2023) Omnidirectional Mobil Robot with Navigation Using SLAM. *Engineering and Technology Journal*. 41 (1), 196–202.
4. Diveev A. I., Shmalko E. Yu. (2022) Synthesized Control for Mecanum Robot. *Proceedings of the International Symposium Reliability and Quality*. 1, 27–29 (in Russian).
5. Shmalko E. Yu., Serebrenny V. V. (2022) Application of Machine Learning Methods for Calculating Synthesized Optimal Control of a Mobile Robot. *Extreme Robotics: Proceedings of the 33rd International Scientific and Technical Conference, Sept. 29–30*. St. Petersburg, Publishing House Central Research Institute of RTK. 340–347 (in Russian).
6. Izyumov A. A., Khabibulina N. Yu., Shurygin Yu. A. (2020) Control of the Movement of a Wheeled Mobile Robot with a Manipulator Along a Curved Trajectory in the Presence of Obstacles. *Electronic Means and Control Systems: Materials of Reports of the International Scientific and Practical Conference, Minsk, Nov. 18–20, Part 2*. Tomsk, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics. 197–200 (in Russian).
7. Moreno-Caireta I., Celaya E., Ros L. (2021) Model Predictive Control for a Mecanum-Wheeled Robot Navigating Among Obstacles. *IFAC-PapersOnLine*. 54 (6), 119–125.
8. Alshorman A., Alshorman O., Irfan M., Glowacz A., Muhammad F., Caesarendra W. (2020) Fuzzy-Based Fault-Tolerant Control for Omnidirectional Mobile Robot. *Machines*. 8 (3).
9. Galati R., Mantriota G., Reina G. (2022) Adaptive Heading Correction for an Industrial Heavy-Duty Omnidirectional Robot. *Scientific Reports*. 12.
10. Li Y., Dai S., Zhao L., Yan X., Shi Y. (2019) Topological Design Methods for Mecanum Wheel Configurations of an Omnidirectional Mobile Robot. *Symmetry*. 11 (10).

Вклад авторов / Authors' contribution

Авторы внесли равный вклад в написание статьи / The authors contributed equally to the writing of the article.

Сведения об авторах

Радкевич А. А., магистрант каф. электропривода и автоматизации промышленных установок и технологических комплексов, Белорусский национальный технический университет

У Синьсинь, асп. каф. электропривода и автоматизации промышленных установок и технологических комплексов, Белорусский национальный технический университет

Вельченко А. А., канд. техн. наук, доц., доц. каф. электропривода и автоматизации промышленных установок и технологических комплексов, Белорусский национальный технический университет

Павлюковец С. А., канд. техн. наук, доц., зав. каф. электропривода и автоматизации промышленных установок и технологических комплексов, Белорусский национальный технический университет

Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,
г. Минск, ул. Б. Хмельницкого, 9
Белорусский национальный
технический университет
Тел.: +375 17 293-95-61
E-mail: s.pauliukavets@gmail.com
Павлюковец Сергей Анатольевич

Information about the authors

Radkevich A. A., Master's Student at the Electric Drive and Automation of Industrial Plants and Technological Complexes Department, Belarusian National Technical University

Wu Xinxin, Postgraduate at the Electric Drive and Automation of Industrial Plants and Technological Complexes Department, Belarusian National Technical University

Velchenko A. A., Cand. of Sci., Associate Professor, Associate Professor of Electric Drive and Automation of Industrial Plants and Technological Complexes Department, Belarusian National Technical University

Pauliukavets S. A., Cand. of Sci., Associate Professor, Head of Electric Drive and Automation of Industrial Plants and Technological Complexes Department, Belarusian National Technical University

Address for correspondence

220013, Republic of Belarus,
Minsk, B. Khmel'nitsky St., 9
Belarusian National
Technical University
Tel.: +375 17 293-95-61
E-mail: s.pauliukavets@gmail.com
Pauliukavets Siarhei Anatol'evich



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-91-99>

Оригинальная статья
Original paper

УДК 004.942

МЕТОДИКА МОДЕЛЬНО-ОРИЕНТИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ МОБИЛЬНЫМИ РОБОТАМИ

М. М. ТАТУР, Н. С. ИГНАТЮК, А. Д. КОНИКОВ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
(г. Минск, Республика Беларусь)*

Поступила в редакцию 17.11.2023

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2024
Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2024

Аннотация. Предложена формализованная методика модельно-ориентированного проектирования алгоритмов управления мобильными роботами. В основу методики положен альтернативный подход к разработке, когда сначала создается модель объекта управления, как инструмент проектирования, а затем разрабатываются алгоритмы управления. Это позволяет в процессе модельно-ориентированного проектирования найти наиболее удачные алгоритмы и подобрать параметры управления, близкие к оптимальным. В качестве примеров рассмотрены две типовые задачи из области управления мобильными платформами – управление торможением и рулением. Предложенная методика обладает достаточной унификацией, чтобы быть использованной при проектировании алгоритмов управления мобильными роботами различных типов, с разными системами позиционирования, принципами навигации и автопилотирования.

Ключевые слова: алгоритм управления, математическая модель объекта управления, модельно-ориентированное проектирование, системный анализ, адекватность модели, имитационное моделирование.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования. Татур, М. М. Методика модельно-ориентированного проектирования алгоритмов управления мобильными роботами / М. М. Татур, Н. С. Игнатюк, А. Д. Коников // Доклады БГУИР. 2024. Т. 22, № 1. С. 91–99. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-91-99>.

METHODOLOGY FOR MODEL-BASED DESIGN OF MOBILE ROBOTS CONTROL ALGORITHMS

MIKHAIL M. TATUR, MIKITA S. IHNATSIUK, ALEKSANDR D. KONIKOV

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (Minsk, Republic of Belarus)

Submitted 17.11.2023

Abstract. This article proposes the formalized methodology for model-based design of mobile platform management systems. The methodology is based on an alternative approach to development, when the model of controlled object is firstly created as a design tool, and then control algorithms are developed. This allows to find the most successful algorithms and select control parameters that are close to optimal in the process of model-based design. As examples, two typical tasks from the field of mobile platform management are given - braking and steering control. The proposed methodology has sufficient unification to be used in the design of control systems for mobile platforms of various types, with different positioning systems, principles of navigation and autopiloting.

Keywords: control algorithm, mathematical model of the controlled object, model-based design, system analysis, adequacy of the model, imitational modeling.

Conflict of interests. The authors declare no conflict of interests.

For citation. Tatur M. M., Ihnatsiuk M. S., Konikov A. D. (2024) Methodology for Model-Based Design of Mobile Robots Control Algorithms. *Doklady BGUIR*. 22 (1), 91–99. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-91-99> (in Russian).

Введение

При разработке алгоритмов управления (рулением, трансмиссией, акселерацией, торможением, положением в пространстве и др.) мобильным роботом необходимо учитывать множество факторов, таких как положение робота относительно текущей точки маршрута, текущий угол поворота, скорость движения, угловая скорость поворота, объективные ограничения на досягаемость точки маршрута и многое другое. Очевидно, что результатом разработки может быть широкий спектр алгоритмов управления, основанных на различных эвристиках, с разными внутренними и внешними параметрами. В большинстве опубликованных работ по данной тематике [1–3], как правило, приводится финальный алгоритм управления конкретным агрегатом или определенным аспектом движения мобильного робота в целом, а затем – результаты моделирования либо реализации, подтверждающие его эффективность. Авторы настоящей статьи исходят из того, что разработка алгоритма управления является трудоемким итерационным процессом, связанным как с выдвиганием идеи, математическим описанием, так и с его реализацией. Как в ходе разработки проверять адекватность моделей и осуществлять параметрическую оптимизацию? Этот вопрос нечасто подымается в публикациях, однако его актуальность не подлежит сомнению.

Важным шагом на пути решения проблем проектирования сложных систем стала стандартизация общих положений в сфере компьютерного моделирования и разработки цифровых двойников изделий [4]. Для того чтобы в процессе разработки выйти на наиболее удачные алгоритмы и подобрать параметры, близкие к оптимальным, необходимо процесс разработки сопровождать имитационным компьютерным моделированием. Данный подход известен как модельно-ориентированное проектирование (МОП). МОП сложных систем позволяет на ранних этапах разработки получить количественные и качественные оценки создаваемого технического решения [5], а в целом – повысить качество и снизить затраты на разработку. В настоящее время методология МОП приобретает все большую популярность среди разработчиков, а ресурс www.exponenta.ru является одним из активных организаторов в ее продвижении. Однако и здесь приоритет отдается получению конкретных технических решений, а методический аспект МОП остается без должного внимания.

Цель исследований авторов – формализация методики МОП применительно к разработке алгоритмов управления мобильными роботами. Для наглядности методика продемонстрирована на несложных (академических) примерах. Она может быть применена для проектирования систем управления широкого ряда исполнительных устройств и различных типов беспилотных средств.

Формализация методики модельно-ориентированного проектирования

Процесс проектирования рассматривают с позиций восходящей (компилятивной) либо нисходящей (от общего к частному) стратегии и обычно разделяют на ряд условных уровней. В статье рассмотрено МОП в классическом (нисходящем) варианте с делением на два уровня: верхний – системное (алгоритмическое) проектирование и нижний – собственно разработка программно-аппаратных средств.

В ходе системного проектирования закладываются основы будущей системы, исследуются различные концепции (подходы, принципы, методы) ее построения с последовательным уточнением постановки задачи, детализацией технических требований и ограничений, чтобы выбрать наиболее удачные решения. На нижнем уровне разрабатывается конкретное техническое решение, как частный случай из множества возможных вариантов реализации, отличающихся технико-эксплуатационными параметрами. МОП можно (и нужно) применять на обоих уровнях проектирования, но в данной статье сделан акцент на системный уровень. Именно на нем обычно возникают сложности в разработке у малоопытных специалистов, а ошибки проектирования обходятся наиболее дорого. Предлагаемая методика МОП включает следующие шаги.

М1. Представить задачу проектирования в виде обобщенной модели, где алгоритм управления взаимодействует с моделью объекта управления (рис. 1). Полагается, что модель объекта управления учитывает влияние внешней среды, т. е. на данном этапе нецелесообразно их дифференцировать. В последующем такое разделение возможно.

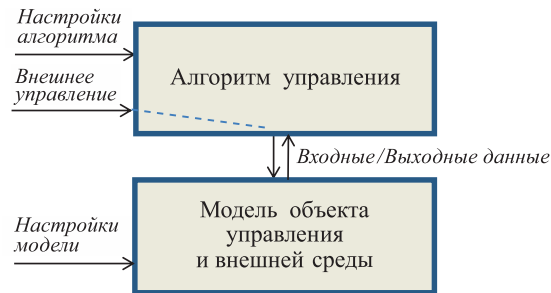


Рис. 1. Обобщенная модель постановки задачи модельно-ориентированного проектирования системы управления

Fig. 1. Generalized model for setting the problem of model-based design of a control system

Как видно из рис. 1, иногда (в образовательных целях, и не только) полезно в модель включить вход внешнего управления, например, оператором-экспертом. Как будет показано далее, это позволяет лучше понимать состав обобщенной модели – как модель объекта управления и внешней среды и, собственно, модель разрабатываемого алгоритма управления.

М2. Сформулировать задачу моделирования. Именно этот шаг является определяющим в спецификации входных и выходных данных, выборе уровня абстрагирования объекта управления и, в конечном итоге, в построении модели.

М3. Выбрать инструмент моделирования. В качестве таковых могут быть как универсальные средства исследователей (Mathcad, MathLab, Simulink), так и профессиональные (Python, TensorFlow и т. п.), в зависимости от исследуемой предметной области и выбранного для реализации подхода в МОП.

М4. Реализовать модель, выполнить моделирование. На данном шаге рекомендуется сначала разработать и протестировать модель объекта управления и внешней среды, а затем разрабатывать и отлаживать различные варианты алгоритмов управления.

М5. Интерпретировать результаты моделирования. В результате моделирования нужно дать научно обоснованный ответ на вопрос, сформулированный в М2, и обосновать адекватность результатов моделирования. Следует заметить, что именно сравнение различных вариантов алгоритмов, полученных в ходе разработки, позволяет обнаружить скрытые закономерности и найти наиболее рациональные (или даже оптимальные) технические решения.

Далее продемонстрируем предложенную методику на конкретных примерах, начиная с наиболее простых, с постепенным усложнением моделей и задач моделирования.

Моделирование торможения мобильной платформы

Рассмотрим классический процесс торможения мобильной платформы за счет «нажатия на педаль» с усилием F в условиях прямолинейного движения платформы по горизонтальной поверхности [5]. Исходные данные в задаче – начальная скорость платформы $v(0)$ и расстояние до препятствия $S(0)$. Необходимо разработать (и промоделировать) алгоритм управления торможением. Платформа должна плавно остановиться в непосредственной близости от препятствия. Пусть алгоритм управления торможением A постоянно получает текущие значения скорости $v(t)$ и расстояния $S(t)$, оставшегося до препятствия от соответствующих сенсоров, и вычисляет усилие F , прикладываемое к системе торможения (рис. 2). Изменение скорости и расстояния показано на рис. 3. Задача моделирования состоит в оценке качества алгоритма управления торможением (М1, М2). Будем полагать, что замедление (ускорение) a в нормальных условиях пропорционально силе нажатия на педаль тормоза F . Коэффициент пропорциональности k позволяет на начальном этапе исследований абстрагироваться от ряда факторов, таких как масса платформы, инерция, техническое состояние тормозной системы и т. п.

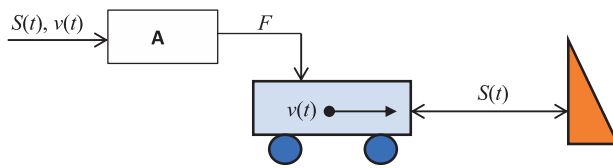


Рис. 2. Визуализация постановки задачи управления торможением
Fig. 2. Visualization of the formulation of the braking control problem

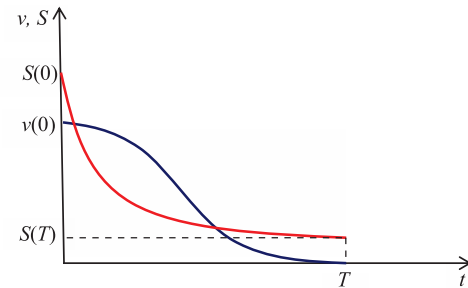


Рис. 3. Изменение скорости (синяя линия) и расстояния (красная линия)
Fig. 3. Change in speed (blue line) and distance (red line)

Как следствие, модель движения платформы может быть представлена общеизвестными соотношениями равнозамедленного движения. Как видно из приведенных ниже выражений, показания датчиков скорости и расстояния, оставшегося до препятствия, эмулируются вычислением соответствующих формул:

$$\begin{cases} a = kF; \\ v(t) = v(t-1) - a\Delta t; \\ \Delta x = v(t)\Delta t - a\left(\frac{\Delta t^2}{2}\right); \\ S(t) = S(t-1) - \Delta x, \end{cases} \quad (1)$$

где Δt – дискретное модельное время.

Для оценки качества алгоритма торможения воспользуемся следующей эвристикой. Будем считать, что имеется возможность выполнить торможение экспертом с использованием опции «внешнее управление» (рис. 1). При этом модель движения платформы сформирует (рассчитает) графики изменения скорости и расстояния, как показано на рис. 3. График изменения скорости (синяя линия) характеризует плавность торможения, а расстояния (красная линия) – «непосредственную близость» остановки платформы до препятствия, платформа плавно остановится через время T на расстоянии $S(T)$ от препятствия.

Используя модель (1) как инструмент МОП, можно приступать к разработке алгоритмов управления $F = f(v(t), S(t))$. При этом разработчик может применять методы как из теорий автоматического управления, нечетких множеств и других, так и произвольные эвристики. Значимость модели (1) состоит в том, что разработанные алгоритмы можно исследовать, построив графики $v(t)$, $S(t)$, сравнивая их между собой и с эталонными. Далее можно исследовать, как будут работать алгоритмы торможения в условиях различных начальных скоростей $v(0)$ и расстояний $S(0)$.

Следующим этапом исследований разработанных алгоритмов может стать постепенное усложнение модели объекта управления. Например, в реальных системах торможения сила нажатия на педаль F пропорциональна замедлению a только в очень ограниченных рамках. Поэтому несложно ввести ограничение на силу нажатия на педаль

$$F = f(v(t), S(t)) < \text{limit}, \quad (2)$$

а вместо постоянного коэффициента пропорциональности k применить переменный коэффициент на интервалах 0–30 %, 30–70 % и 70–100 % от максимального усилия:

$$k = \begin{cases} 0,5k, & \text{если } F = (0-30\%) \text{ limit}; \\ k, & \text{если } F = (30-70\%) \text{ limit}; \\ 0,3k, & \text{если } F = (70-100\%) \text{ limit}. \end{cases} \quad (3)$$

Напомним, что разработанный алгоритм управления должен стремиться отработать графики $v(t)$ и $S(t)$ близко к эталонному варианту. Следуя логике усложнения модели, эмулируем ситуацию, когда платформа на какое-то время $t_1 < t < t_2$ потеряла сцепление с дорогой:

$$k = \begin{cases} 0,5k, & \text{если } t < t_1; \\ 0, & \text{если } t_1 < t < t_2; \\ 0,3k, & \text{если } t > t_2. \end{cases} \quad (4)$$

«Умный» алгоритм должен справиться с такой ситуацией, если объективные условия (текущая скорость, оставшееся расстояние до препятствия и коэффициент k) позволяют это сделать. В [6] рассмотрен один из возможных алгоритмов управления торможением и приведены результаты модельных экспериментов, которые показывают реагирование на «нулевое торможение» и запаздывание срабатывания тормозной системы (рис. 4).

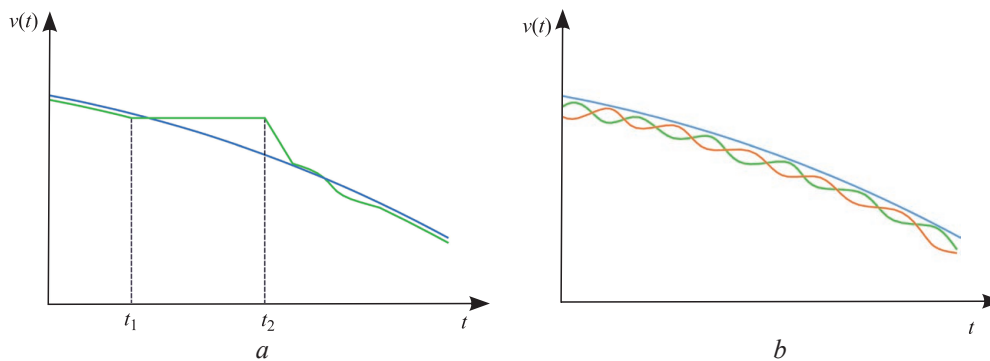


Рис. 4. Результаты моделирования алгоритма управления торможением (фрагмент):
a – эффект отсутствия сцепления колес платформы с дорогой в промежуток времени (t_1, t_2) ;
b – эффект запаздывания срабатывания системы торможения

Fig. 4. Results of modeling the braking control algorithm (fragment):
a – the effect of the lack of adhesion between the platform wheels and the road in the period of time (t_1, t_2) ;
b – delayed response effect of the braking system

Как видно из рис. 4, *a*, после обретения сцепления с дорогой (в момент t_2) алгоритм стремится компенсировать потерянное время торможения (зеленая линия) и приблизиться к эталону (синяя линия). Рассмотрим еще один вариант усложненной модели движения платформы. Общеизвестно, что реальные системы торможения имеют определенное время срабатывания τ с момента нажатия на педаль до начала торможения. С целью эмуляции такого запаздывания в модель следует ввести параметр τ , как дополнительное модельное время при рекуррентном вычислении текущих значений $v(t)$, $S(t)$. На рис. 4, *b* проиллюстрирована реакция системы торможения на различные реализации алгоритмов управления (зеленая и оранжевая линии) относительно идеализированной версии без задержек (синяя линия).

Напомним, что в статье не рассматриваются конкретные алгоритмы управления торможением, оптимизация регуляторов и не вводятся специальные метрики сравнительной оценки динамики отработки алгоритмов, поскольку это не ставилось целью данной публикации. Предлагаемая методика является лишь инструментом, позволяющим (точнее, помогающим) осуществлять сравнительный анализ и оптимизацию разрабатываемых алгоритмов управления.

Моделирование руления мобильной платформы

Пусть четырехколесная мобильная платформа осуществляет руление за счет поворота передних колес на угол φ относительно продольной оси платформы, а навигация осуществляется по заданному маршруту в прямоугольной системе координат. Колесная база платформы L , скорость $v(t)$, текущие координаты платформы и очередной точки маршрута известны. Визуализация постановки задачи управления рулением представлена на рис. 5. Математическая модель движения платформы в целом известна, нужно лишь адаптировать ее к оригинальной форме изложения и дополнить некоторыми пояснениями. Так, общеизвестной практикой упрощения кинематической схемы четырехколесной платформы является рассмотрение одной пары – переднего и заднего колес [7]. При разработке модели управления рулением важно определять не только координаты платформы, но и положение продольной оси в пространстве. Для этого необходимо

вычислять либо угол наклона Q оси в заданной (в рассматриваемом случае прямоугольной) системе координат либо определять координаты как переднего $(x_{п}, y_{п})$, так и заднего $(x_{з}, y_{з})$ колес. В простейшем случае разработка (или настройка) алгоритмов управления рулением будет сводиться к определению направления $Dir \{Left, Right\}$ и продолжительности руления (поворота колес) t_p , полагая, что угловая скорость поворота постоянна $|w_p| = const$, так, чтобы мобильный робот с известными координатами $x_{п}, y_{п}, x_{з}, y_{з}$ достиг текущей точки маршрута x_i, y_i , т. е. $Dir = f_1(x_{п}, y_{п}, x_{з}, y_{з}, x_i, y_i)$, $t_p = f_2(x_{п}, y_{п}, x_{з}, y_{з}, x_i, y_i)$.

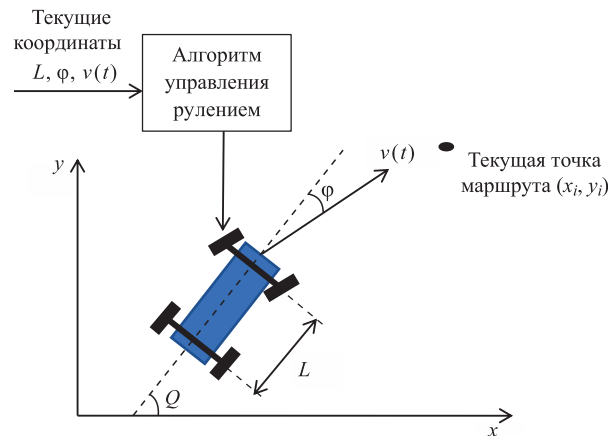


Рис. 5. Визуализация постановки задачи управления рулением
Fig. 5. Visualization of the steering control problem formulation

Пусть начальное положение платформы в пространстве задано координатами переднего и заднего колес соответственно $(x_{п0}, y_{п0}, x_{з0}, y_{з0})$, известна линейная скорость движения платформы $v(t)$, которую для простоты модели примем постоянной, известен начальный угол поворота колес относительно продольной оси платформы ϕ_0 . Таким образом, при построении модели движения платформы входными параметрами являются направление $Dir \{Left, Right\}$ и продолжительность поворота колес t_p , а выходными параметрами – координаты переднего и заднего колес мобильной платформы $x_{п}, y_{п}, x_{з}, y_{з}$.

На рис. 6 представлена кинематическая схема движения платформы для пояснения геометрических вычислений выходных данных $x_{п}, y_{п}, x_{з}, y_{з}$, где сохранены обозначения осей системы координат и углов ϕ, Q , как на рис. 5.

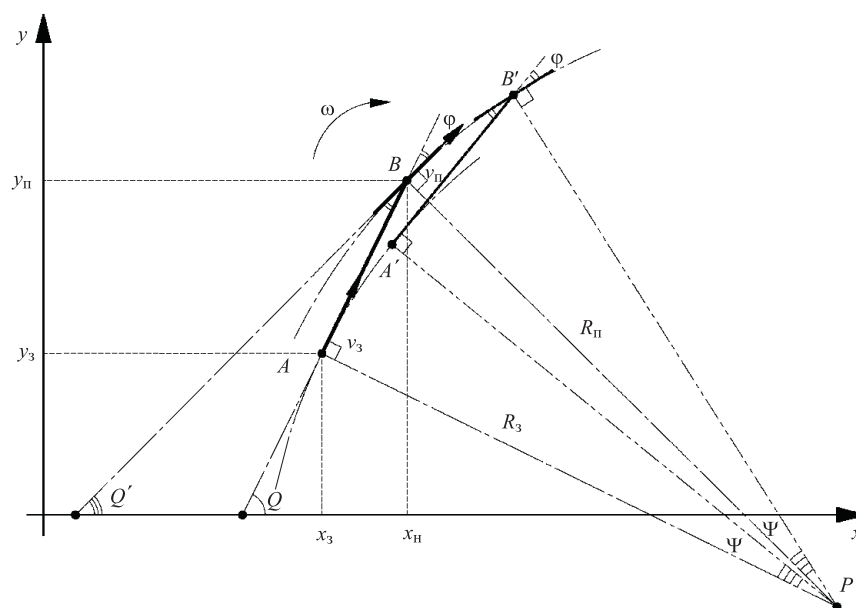


Рис. 6. Кинематическая схема движения платформы
Fig. 6. Kinematic diagram of platform movement

Колесная база платформы L обозначена отрезком AB . Известно, что если угол поворота колес $\varphi = \text{const} \neq 0$ и $v(t) = \text{const}$, то платформа будет двигаться по окружности с постоянной угловой скоростью ω . Для нахождения центра такой окружности проведем перпендикуляры к векторам скоростей заднего и переднего колес через их оси вращения. Точка пересечения перпендикуляров P будет точкой, относительно которой осуществляется поворот платформы, или мгновенным центром вращения.

За основу математической модели брали классическую формулу вычислений координат движения точки в прямоугольной системе координат и применяли отдельно для вычисления координат переднего и заднего колес, причем в качестве угла α для заднего колеса выступал угол Q , а переднего – угол Q' :

$$\begin{cases} x = x_0 + v \cos(\alpha) \Delta t; \\ y = y_0 + v \sin(\alpha) \Delta t. \end{cases} \quad (5)$$

При $\varphi \neq 0$ скорости переднего и заднего колес будут различными, что необходимо учитывать при вычислениях. Чем меньше будут скорость и модельное время Δt , тем меньше будет погрешность вычислений. Исходные данные позволяют вычислить радиусы окружностей движения переднего и заднего колес, соответствующие линейные скорости, угловую скорость поворота платформы вокруг центра окружностей P , а также угол поворота платформы Ψ в любой момент времени:

$$\begin{cases} Q = \arccos\left(\frac{x_{\text{п}} - x_3}{L}\right); \\ R_3 = \frac{L}{\tan \varphi}; \\ \frac{R_3}{R_{\text{п}}} = \cos \varphi; \\ v_{\text{п}} = \frac{v_3}{\cos \varphi}; \\ \omega = \frac{v_{\text{п}}}{R_{\text{п}}} = \frac{v_3}{R_3}; \\ \Psi = \omega t. \end{cases} \quad (6)$$

Этого достаточно, чтобы подставить необходимые переменные в (5) и получить выходные данные:

$$\begin{cases} x_{\text{п}} = x_{\text{п}0} + v_{\text{п}} \cos(\pm Q + \varphi + \Psi) \Delta t; \\ y_{\text{п}} = y_{\text{п}0} + v_{\text{п}} \sin(\pm Q + \varphi + \Psi) \Delta t; \\ x_3 = x_{30} + v_3 \cos(\pm Q + \Psi) \Delta t; \\ y_3 = y_{30} + v_3 \sin(\pm Q + \Psi) \Delta t, \end{cases} \quad (7)$$

где $Q = \begin{cases} +Q, & \text{если } y_{\text{п}0} \geq y_{30}; \\ -Q, & \text{если } y_{\text{п}0} < y_{30}. \end{cases}$

При моделировании разрабатываемых алгоритмов управления будет изменяться угол поворота колес. В статическом варианте управления, если во время поворота скорость платформы $v = 0$, угол поворота колес:

$$\varphi = \begin{cases} \varphi_0 + \omega_p t_p, & \text{если } Dir = Left; \\ \varphi_0 - \omega_p t_p, & \text{если } Dir = Right. \end{cases} \quad (8)$$

В динамике, когда платформа движется, угол поворота рассчитывается в каждый интервал модельного времени Δt :

$$\varphi = \begin{cases} \varphi_0 + \omega_p \Delta t, & \text{если } Dir = Left; \\ \varphi_0 - \omega_p \Delta t, & \text{если } Dir = Right. \end{cases} \quad (9)$$

Приведенные соотношения (5)–(9) составляют математическую модель движения платформы при рулении передними колесами. Этого достаточно, чтобы моделировать сложные алгоритмы управления рулением, включая изменение линейной скорости и угловой скорости поворота колес. Данная математическая модель не является единственной, возможны и другие способы вычислений. Если будет использоваться локальная (оптическая) система позиционирования или другая система координат, либо другой способ руления, то математическая модель будет совершенно иная.

Заключение

1. Предложена формализованная методика модельно-ориентированного проектирования, которая апробирована на типовых задачах управления мобильными роботами.

2. Принципиальное отличие методики состоит в том, что сначала разрабатывается модель внешней среды, как инструмент проектирования, а затем – алгоритмы управления. С использованием данного подхода исследования будут продолжены в следующих направлениях: разработка аналогичных актуальных моделей управления движением, например, для мобильных платформ с дифференциальным управлением руления, а также для некоторых типов летательных аппаратов; интеграция отдельных моделей управления рулением, торможением, акселерацией в общую модель для разработки и исследования различных программ автопилотирования [8, 9]; использование инновационных (локальных и комбинированных) способов позиционирования, альтернативных GPS; включение в данную методику элементов аппаратной реализации, так называемого Hardware In Loop (HIL-technique), и цифровых двойников [4, 10]; моделирование, исследование известных и разработка оригинальных инновационных алгоритмов управления.

Список литературы

1. Тимофеев, А. Н. Навигация автономного мобильного робота на основе адаптивного нейронечеткого контроллера / А. Н. Тимофеев, Ф. Дасеф // Автоматизация. Современные технологии. 2021. № 6. С. 268–272.
2. Тарасик, В. П. Методика имитационного моделирования режима испытаний на управляемость и устойчивость автомобиля при входе в поворот / В. П. Тарасик // Вестник Белорусско-Российского университета. 2019. № 2. С. 44–53.
3. Chi, Zhang. Noboru Noguchi Development of Robot Tractor Associating with Human-Drive Tractor for Farm Work / Chi Zhang, Liangliang Yang, Ze Zhang // 5th IFAC Conference on Bio-Robotics. 2013. Vol. 46, Iss. 4. P. 83–88. <https://doi.org/10.3182/20130327-3-JP-3017.00022>.
4. Компьютерные модели и моделирование. Цифровые двойники изделий. Общие положения: ГОСТ Р 57700.37–2021. Введ. 01.01.2022. М.: Российс. ин-т стандарт., 2021.
5. Татур, М. Учебная задача моделирования системы управления торможением мобильной роботизированной платформы / М. Татур, М. Лукашевич, М. Шавердо // Space Engineering, Technologies & Exploration Anthology of Scientific Research Papers: Applied Curricula in Space Exploration and Intelligent Robotic Systems. Berlin, 2018. P. 109–115.
6. Method of Reducing the Computational Complexity of Fuzzy Inference Algorithms for Implementation on a Microcontroller with Limited Computational Resources / M. G. Zhartybayeva [et al.] // Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications. 2019. Vol. 7, Iss. 1. P. 65–78.
7. Gerdts, M. Solving Mixed-Integer Optimal Control Problems by Branch&Bound: A Case Study from Automobile Test-Driving with Gear Shift / M. Gerdts // Optimal Control Applications and Methods. 2005. No 26. P. 1–18.
8. Степанов, Д. Н. Метод коррекции оценки положения мобильного робота с использованием визуальной локации естественных ориентиров / Д. Н. Степанов, Е. Ю. Смирнова // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 11. С. 752–757. DOI: 10.17587/mau.18.752-757.
9. Зенкевич, С. Л. Управление движением группы роботов в строю типа «конвой» / С. Л. Зенкевич, Хуа Чжу // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 1. С. 30–34. DOI: 10.17587/mau.18.30-34.
10. Моделирование алгоритмов управления автоматических трансмиссий по обеспечению плавного включения передач / А. В. Белевич [и др.] // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. Радиотехника. 2013, № 2. С. 40–44.

References

1. Timofeev A. N., Daeef F. (2021) Navigation of an Autonomous Mobile Robot Based on an Adaptive Neuro-Fuzzy Controller. *Automation. Modern Technologies.* (6), 268–272 (in Russian).
2. Tarasik V. P. (2019) Methodology for Simulation Testing of the Test Mode for Controllability and Stability of a Car When Entering a Turn. *Bulletin of the Belarusian-Russian University.* (2), 44–53 (in Russian).
3. Chi Zhang, Liangliang Yang, Ze Zhang (2013) Noboru Noguchi Development of Robot Tractor Associating with Human-drive Tractor for Farm Work. *5th IFAC Conference on Bio-Robotics.* 46 (4), 83–88. <https://doi.org/10.3182/20130327-3-JP-3017.00022>.
4. State Standard GOST R 57700.37–2021. *Computer Models and Simulation. Digital Twins of Products. General Provisions.* Moscow, Russian Institute of Standardization (in Russian).
5. Tatur M., Lukashevich M., Shaverdo M. (2018) Training Task of Modeling the Braking Control System of a Mobile Robotic Platform. *Space Engineering, Technologies & Exploration Anthology of Scientific Research Papers: Applied Curricula in Space Exploration and Intelligent Robotic Systems.* Berlin. 109–115.
6. Zhartybayeva M. G., Tatur M. M., Shaverdo M. M., Iskakov K. T. (2019) Method of Reducing the Computational Complexity of Fuzzy Inference Algorithms for Implementation on a Microcontroller with Limited Computational Resources. *Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications.* 7 (1), 65–78.
7. Gerds M. (2005) Solving Mixed-Integer Optimal Control Problems by Branch&Bound: A Case Study from Automobile Test-Driving with Gear Shift. *Optimal Control Applications and Methods.* (26), 1–18.
8. Stepanov D. N., Smirnova E. Yu. (2017) Method for Correcting the Assessment of the Position of a Mobile Robot Using Visual Location of Natural Landmarks. *Mechatronics, Automation, Control.* 18 (11), 752–757. DOI: 10.17587/mau.18.752-757 (in Russian).
9. Zenkevich S. L., Hua Zhu (2017) Control of the Movement of a Group of Robots in a “Convoy” Formation. *Mechatronics, Automation, Control.* 18 (1), 30–34. DOI: 10.17587/mau.18.30-34 (in Russian).
10. Belevich A. V., Lutsky V. I., Odinets D. N., Tatur M. M., Nguyen Trung Tin, Duong Quoc Hoang (2013) Modeling Control Algorithms for Automatic Transmissions to Ensure Smooth Gear Shifting. *Neurocomputers: Development, Application. Radio Engineering.* (2), 40–44 (in Russian).

Вклад авторов / Authors' contribution

Авторы внесли равный вклад в написание статьи / The authors contributed equally to the writing of the article.

Сведения об авторах

Татур М. М., д-р техн. наук, проф., проф. каф. электронных вычислительных машин, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Игнатюк Н. С., магистрант каф. проектирования информационно-компьютерных систем, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Коников А. Д., асп. каф. электронных вычислительных машин, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,
г. Минск, ул. П. Бровки, 6
Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники
Тел.: +375 17 293-85-64
E-mail: tatur@bsuir.by
Татур Михаил Михайлович

Information about the authors

Tatur M. M., Dr. of Sci. (Tech.), Professor, Professor at Electronic Computing Machines Department, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics

Ihnatsiuk M. S., Master Student at the Department of Information and Computer Systems Design, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics

Konikov A. D., Postgraduate at Electronic Computing Machines Department, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics

Address for correspondence

220013, Republic of Belarus,
Minsk, P. Brovki St., 6
Belarusian State University
of Informatics and Radioelectronics
Tel.: +375 17 293-85-64
E-mail: tatur@bsuir.by
Tatur Mikhail Mikchailovich



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-100-107>

Оригинальная статья
Original paper

УДК 004.94

ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С УГЛЕРОДНЫМИ НАНОКОМПОЗИТАМИ

А. А. ЛИХАЧЕВ, М. С. БАРАНОВА, А. Л. ДАНИЛЮК

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
(г. Минск, Республика Беларусь)*

Поступила в редакцию 13.10.2023

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2024
Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2024

Аннотация. Рассмотрены методы моделирования взаимодействия электромагнитного излучения с углеродным наноструктурированным композитом, содержащим различные структурные элементы, такие как углеродные волокна, наночастицы, воздушные промежутки, переходные оболочки. Показано, что для эффективного и адекватного моделирования взаимодействия электромагнитного излучения с углеродным наноструктурированным композитом необходимо создание программного обеспечения в связи с наличием большого набора входных параметров, а также со сложностью вычислений. Сформулированы функциональные требования к программному обеспечению, отражающие выбор моделей и наличие удобного интерактивного интерфейса. Описана архитектура программного обеспечения, которое реализует модели взаимодействия электромагнитного излучения с углеродным наноструктурированным композитом, рассмотрена программная реализация (структура классов, методы, пользовательский интерфейс). В основе разработанного кода лежат апробированные физико-математические модели, которые дают возможность получить результаты, близкие к экспериментальным данным. Архитектура программного обеспечения позволяет эффективно управлять процессом моделирования, а также включает возможность модификации моделей и учет новых структурных элементов. Разработан интерактивный интерфейс для пользователей, позволяющий легко управлять параметрами модели и анализировать результаты численных экспериментов.

Ключевые слова: углеродный наноструктурированный композит, электромагнитное излучение, модель эффективной среды, электродинамические параметры, программное обеспечение.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования. Лихачев, А. А. Программная реализация методов моделирования взаимодействия электромагнитного излучения с углеродными нанокompозитами / А. А. Лихачев, М. С. Баранова, А. Л. Данилюк // Доклады БГУИР. 2024. Т. 22, № 1. С. 100–107. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-100-107>.

SOFTWARE IMPLEMENTATION OF METHODS FOR MODELING THE INTERACTION OF ELECTROMAGNETIC RADIATION WITH CARBON NANOCOMPOSITES

ARTSIOM A. LIKHACHOU, MARYIA S. BARANAVA, ALEXANDER L. DANILYUK

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (Minsk, Republic of Belarus)

Submitted 13.10.2023

Abstract. Methods for modeling the interaction of electromagnetic radiation with a carbon nanostructured composite containing various structural elements, such as carbon fibers, nanoparticles, air gaps, and transition shells are considered. It is shown that for effective and adequate modeling of the interaction of electromagnetic radi-

tion with a carbon nanostructured composite, it is necessary to create software due to the presence of a large set of input parameters, as well as the complexity of calculations. Functional requirements for the software are formulated, reflecting the choice of models and the presence of a convenient interactive interface. The architecture of the software that implements models of interaction of electromagnetic radiation with a carbon nanostructured composite is described, and the software implementation (class structure, methods, user interface) is considered. The developed code is based on proven physical and mathematical models, which make it possible to obtain results close to experimental data. The software architecture allows to effectively manage the modeling process, and also includes the ability to modify models and take into account new structural elements. An interactive interface for users has been developed that allows to easily manage the model parameters and analyze the results of numerical experiments.

Keywords: carbon nanostructured composite, electromagnetic radiation, effective medium model, electrodynamic parameters, software.

Conflict of interests. The authors declare no conflict of interests.

For citation. Likhachou A. A., Baranova M. S., Danilyuk A. L. (2024) Software Implementation of Methods for Modeling the Interaction of Electromagnetic Radiation with Carbon Nanocomposites. *Doklady BGUIR*. 22 (1), 100–107. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-100-107> (in Russian).

Введение

Разработка и модернизация систем автоматизированного проектирования элементной базы приборов и устройств обработки и передачи цифровой информации, а также систем их защиты от электромагнитного излучения (ЭМИ) являются одними из ключевых направлений развития информационного общества. Создание и внедрение новых, более эффективных защитных экранов от ЭМИ, помимо решения технологических проблем, требуют непрерывного совершенствования алгоритмов для автоматизированного проектирования таких экранов, разработки моделей, пригодных для применения в системах автоматизированного проектирования, решения вопросов, связанных с верификацией новых моделей и их адаптацией к производству, построения с их помощью эквивалентных (электрических) схем.

Углеродный наноструктурированный композит (УНК) перспективен в качестве создания эффективных поглотителей ЭМИ. УНК состоит из матрицы (наполнителя), углеродных волокон, наночастиц, а также может включать различного рода дефекты и примеси [1]. Микро- и макроструктура такого материала оказывают непосредственное влияние на рабочий диапазон частот, на значения коэффициентов отражения (R), поглощения (D) и пропускания (T) ЭМИ. Подбором матрицы (наполнителя) композита, варьированием структурой волокон и включением новых структурных элементов можно оказывать влияние на характер поглощения ЭМИ. Например, введение микро- или наночастиц ферромагнитных материалов в матрицу приводит к росту поглощения ЭМИ [2, 3].

Моделирование взаимодействия ЭМИ с подобными углеродными системами включает различные подходы к физико-математическому описанию структурных элементов, составляющих композит. Широко используются модели, основанные на подходе эффективной среды. Приближение эффективной среды (англ. Effective Medium Approximation, EMA) [1] является одним из базовых при описании эффективных параметров неоднородных композитных сред. В [1, 3] представлены физико-математические модели, описывающие взаимодействие ЭМИ с УНК. Модели учитывают микро- и макроструктуру УНК и позволяют установить зависимость электродинамических свойств УНК от его состава. УНК представляется в виде набора структурных элементов, таких как углеродные волокна, наночастицы, в том числе ферромагнитные, воздушные или вакуумные промежутки, переходные оболочки между составляющими матрицу структурными элементами.

Описание свойств таких структурных элементов проводится с использованием материальных параметров и импедансов, характеризующих свойства отдельных элементов и переходных оболочек. Электродинамические параметры композита в целом определяются в рамках модели эффективной среды, корректность применения которой определяется условием, что длина волны ЭМИ существенно превышает характерные размеры структурных элементов, составляющих УНК. Указанные импедансы переходных оболочек и некоторых структурных элементов (волокон, воздушных или вакуумных промежутков) описываются RLC -контурами. Полное описание УНК осуществляется с помощью модели эффективной среды, модифицированной на основе подхода Бруггемана для матрицы со случайным распределением структурных элементов [1, 3–5].

Поскольку модели позволяют прогнозировать электродинамические свойства УНК с определенными структурными характеристиками, практическое использование таких моделей видится в реализации экспериментов по созданию защитных экранов от ЭМИ. Однако большой набор входных параметров, в том числе фундаментальных констант, а также сложность вычислений затрудняют применение указанных моделей для расчетов параметров защитных экранов. Поэтому целью исследований являлось создание программного обеспечения (ПО), которое реализует модели взаимодействия ЭМИ с УНК, с простым и понятным интерактивным пользовательским интерфейсом, что позволит оптимизировать различные наборы параметров композита до проведения эксперимента, обосновать эксперимент и дать его интерпретацию. Для создания такого ПО необходимо решить следующие задачи:

- определить модели, которые нужно будет реализовать;
- создать архитектуру ПО, выделить основные классы, характеризующие свойства структурных элементов, методы их обработки и представления, определить логику работы ПО;
- выполнить программную реализацию архитектуры, сверку с достоверными экспериментальными и теоретическими данными;
- разработать интерактивный интерфейс.

В соответствии с поставленными задачами сформулированы следующие функциональные требования:

- модели должны обладать высокой точностью в предсказании получаемых результатов, а получаемые результаты численного моделирования должны соответствовать реальным экспериментальным данным;
- модели должны быть гибкими и масштабируемыми, позволяя легко их модифицировать для последующего их развития и дополнения новыми структурными элементами и физическими механизмами;
- модели должны быть оптимизированы для обеспечения высокой производительности вычислений, что особенно важно при работе с большими объемами данных и сложными математическими выражениями;
- необходимо предусмотреть удобный интерактивный интерфейс для пользователей, который позволит легко вводить исходные параметры, а также анализировать результаты численных экспериментов.

Архитектура программного обеспечения

Общая структура разработанного ПО для оценки электродинамических параметров УНК и эффективности экранирования ЭМИ состоит из следующих блоков: пользовательский интерактивный интерфейс, блок для пользовательского ввода исходных данных, блоки для расчета параметров отдельных структурных элементов, блок для расчета электродинамических параметров и абсорбционных свойств всего УНК, блок отображения. На рис. 1 наглядно показаны составляющие этих блоков.



Рис. 1. Блоки программного обеспечения
Fig. 1. Software blocks

Подобная архитектура позволяет изменять различные части программы без необходимости изменять всю программу, легко дополнять и расширять функциональные возможности ПО.

Разработка программного обеспечения

В качестве языка программирования использовали *python*, для хранения информации – базу данных *SQLite*, для численных расчетов и визуализации – библиотеки *numpy* и *matplotlib* соответственно, для создания интерактивного интерфейса – библиотеку *pyqt5* [6–8]. Были созданы классы, описывающие структурные элементы УНК. Классы содержат объекты, соответствующие структурным элементам УНК, а также атрибуты объектов, которые соответствуют физическим параметрам структурных элементов УНК, таким как диэлектрическая и магнитная проницаемости, сопротивление, емкость и т. п. Класс *Fibers* содержит информацию об углеродных волокнах и импедансах переходных оболочек, *Matrix* – информацию о матрице УНК, *Nanoparticles* хранит информацию о наночастицах, *Constants* содержит константы и фундаментальные постоянные, *GUI* – параметры для графического интерфейса. Для классов *Fibers*, *Matrix*, *Nanoparticles* созданы методы, т. е. функции внутри класса, которые определяют поведение объектов класса; *Fibers*, *Matrix*, *Nanoparticles* имеют одинаковую структуру. Далее в качестве примера представлены методы из класса *Matrix*.

1. `__init__`. Инициализирует объект класса.
2. `create_matrix_data`. Создает и возвращает новый объект класса.
3. `show_matrix_data`. Показывает данные всех объектов класса, хранящихся в списке класса.
4. `save_to_db`. Сохраняет текущий объект в базу данных *SQLite*, используя параметры подключения и *SQL*-запросы, определенные в коде.
5. `load_from_db`. Загружает данные из базы данных *SQLite* для объекта с указанным *id*.
6. `delete_from_db`. Удаляет запись с указанным *id* из базы данных *SQLite*.
7. `show_to_load_matrix_data`. Показывает все данные из *SQLite* для объектов.
8. `load_examples`. Загружает данные из таблицы с примерами в базе данных *SQLite* и создает новые объекты на основе этих данных.

Перечисленные методы позволяют создавать, сохранять, загружать и удалять объекты с заданными атрибутами. Пример кода одного из методов класса *Fibers*:

```
def __init__(self, name, ro, C, L):
    self.name = name
    self.ro = ro
    self.C = C
    self.L = L
    Fibers.fibers_data.append(self)
```

В представленном выше примере *self*, *name*, *ro*, *C*, *L* – это аргументы, передаваемые в метод, которые устанавливают значения физических параметров путем пользовательского ввода, либо обращения в базу данных.

Программный код, реализующий численное моделирование, представлен методами *low_frequency_calculation* и *high_frequency_calculation* для диапазонов частот 1–18 и 20–200 ГГц соответственно. В данные методы передаются следующие аргументы: *fiber_id*, *matrix_id*, *nanop_id*, *omega*, *Z*. Аргументы *fiber_id*, *matrix_id*, *nanop_id* отвечают за выбор необходимых объектов. Аргумент *omega* передает диапазон частот, для которого будет проведен расчет. Аргумент *Z* передает в формате строки формулу для расчета характеристик *RLC*-контуров. Пример кода для моделирования в диапазоне частот от 1–18 ГГц:

```
def low_frequency_calculation(fiber_id, matrix_id, nanop_id, omega, Z):
    mu_0 = Constants.mu_0
    epsilon_0 = Constants.epsilon_0
    mu_1 = Matrix.matrix_data[matrix_id].mu_1
    mu_2 = Nanoparticles.nanoparticles_data[nanop_id].mu_2
    sigma_1 = Matrix.matrix_data[matrix_id].sigma_1
```

```

sigma_2 = Nanoparticles.nanoparticles_data[nanop_id].sigma_2
c = Nanoparticles.nanoparticles_data[nanop_id].c
a = Nanoparticles.nanoparticles_data[nanop_id].a
d = Matrix.matrix_data[matrix_id].d
ro = Fibers.fibers_data[fiber_id].ro
C = Fibers.fibers_data[fiber_id].C
L = Fibers.fibers_data[fiber_id].L

omega_copy = numpy.copy(omega)
var = {'ro': ro, 'C': C, 'L': L, 'omega': omega_copy}
Z_from_omega = eval(Z, var)
# Z_from_omega = complex(eval(Z.format(ro=ro, C=C, L=L, omega=omega_str)))

Q_mu = (1 / mu_2) - ((1j * omega * a * mu_0) / (2 * Z_from_omega))
B_mu = ((3 - 5 * c) - mu_1 * Q_mu * (6 - 7 * c)) / (3 - 2 * c)
mu_from_omega = (-B_mu + pow(B_mu * B_mu + 8 * mu_1 * Q_mu, 0.5)) / (4 * Q_mu)

epsilon_1 = 1 - 1j * (sigma_1 / (omega * epsilon_0))
epsilon_2 = 2 - 1j * (sigma_2 / (omega * epsilon_0))
Q_epsilon = (1 * Z_from_omega * omega * a * epsilon_0) / (1j * 2 + Z_from_omega * omega *
a * epsilon_0 * epsilon_2)
B_epsilon = ((3 - 5 * c) - epsilon_1 * Q_epsilon * (6 - 7 * c)) / (3 - 2 * c)
epsilon_from_omega = (-B_epsilon + pow(B_epsilon * B_epsilon + 8 * epsilon_1 * Q_epsilon,
0.5)) / (4 * Q_epsilon)
mu = mu_0 * mu_from_omega
epsilon = epsilon_0 * epsilon_from_omega
Z = pow(mu / epsilon, 0.5)

gamma = 1j * omega * pow(mu * epsilon, 0.5)
alpha = 8.68 * gamma.real

R = 20 * numpy.log10(abs(((Z - 377) / (Z + 377))))
A_1 = alpha * d
A_2 = 20 * numpy.log10(abs(pow((377 + Z), 2) / (4 * 377 * Z)))
A_3 = 20 * numpy.log10(abs(1 + pow(e, (-2 * alpha * d) / 8.69) * ((pow((377 - Z), 2)) / (pow((Z
+ 377), 2)))))

T = A_1 + A_2 + A_3
D = 1 - pow(10, R / 20) - pow(10, -T / 20)

```

Метод *graph* отображает полученные результаты в виде графиков для их последующего анализа. Для отображения используется библиотека *matplotlib* [7]. На рис. 2 показан пример отображения метода *graph*.

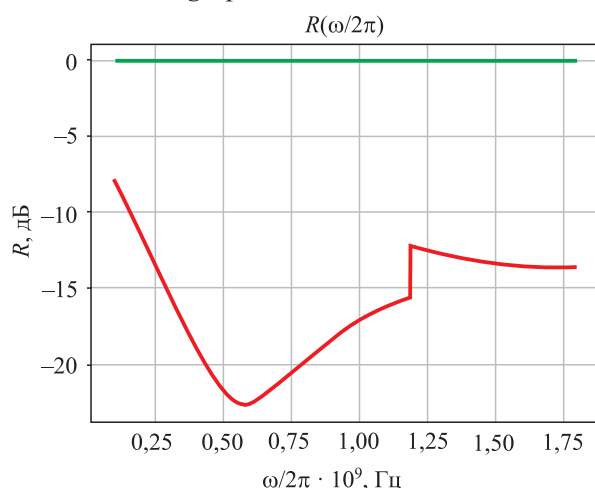


Рис. 2. Графический результат моделирования
Fig. 2. Graphical result of modeling

Результат, представленный на рис. 2, получен при следующих параметрах: частотный диапазон 1–5 ГГц; диаметр наночастиц – 50 нм; объемная концентрация наночастиц – 0,05; толщина нанокompозита – 1 мм; удельная проводимость нанокompозита – 1 См/м; относительная магнитная проницаемость матрицы – 2–3; относительная магнитная проницаемость наночастиц – 1–2; удельная проводимость наночастиц – 1000 См/м; последовательно-параллельное включение RLC -контура с емкостью 6 пФ, индуктивностью 0,01 пГн и сопротивлением 0,005 Ом. Также рассчитаны значения коэффициентов отражения (R), поглощения (D) и пропускания (T), которые соответствуют экспериментальным данным для диапазонов X (8–12 ГГц), получены для массива углеродных нанотрубок, содержащих наночастицы железа и цементита [4]. Пример кода из метода *graph*:

```
def graph(x, y, string):
    real = y.real
    imaginary = y.imag
    plot.figure()
    plot.plot(x / (2 * 3.14), real, 'r')
    plot.plot(x / (2 * 3.14), imaginary, 'g')
    plot.title(f'{{{string}}}\u03C9/2\u03C0')
    plot.ylabel(string)
    plot.xlabel('\u03C9/2\u03C0, Hz')
    plot.grid(True)
```

Пользовательский интерфейс

Для реализации пользовательского интерфейса создан класс GUI с использованием библиотеки *pyqt5*, а также интерактивного редактора *pyqt Designer* для разработки макета интерфейса [8]. Пользователь взаимодействует с ПО посредством главного окна и диалоговых окон, где предусмотрена возможность сохранения, загрузки и удаления данных из программы (рис. 3).

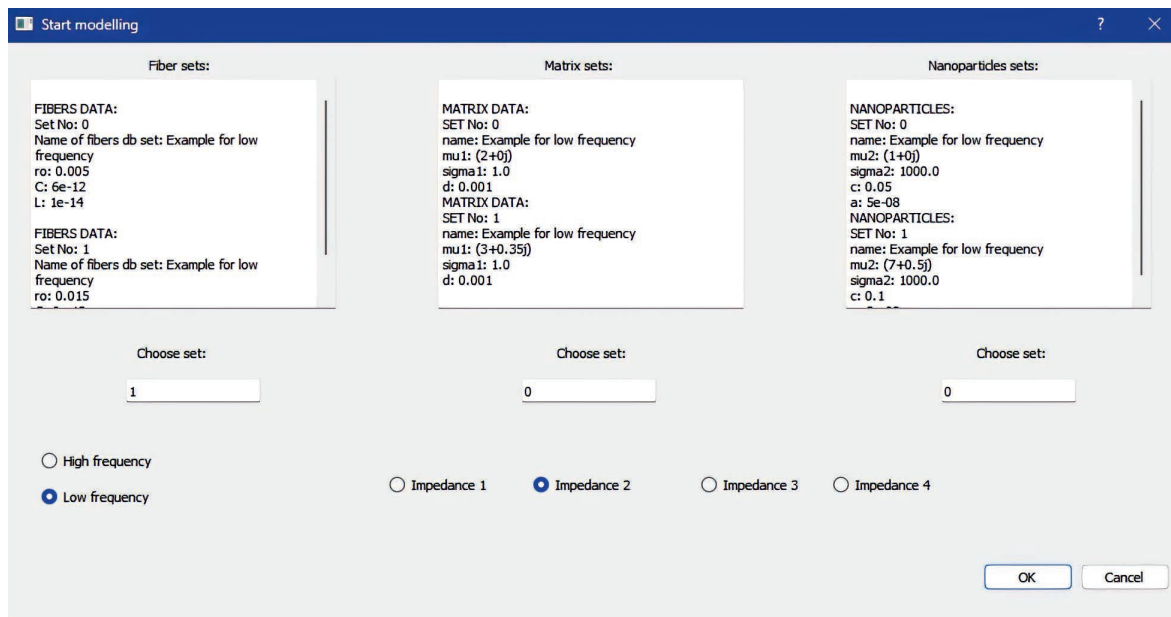


Рис. 3. Вид окна пользовательского интерфейса
Fig. 3. View of the user interface window

Для запуска расчета пользователь должен указать параметры для волокон, матрицы и наночастиц, а также параметры моделирования, такие как частота и тип RLC -контуров. Интерфейс отображает информацию о введенных параметрах в текстовых полях, обеспечивая наглядный способ отслеживания состояния обрабатываемых данных.

Заключение

1. Разработано программное обеспечение для моделирования взаимодействия электромагнитного излучения с углеродным наноструктурированным композитом. В основе предлагаемого кода лежат апробированные физико-математические модели, которые позволяют получить результаты, близкие к экспериментальным данным.

2. Предлагаемые модели могут быть в дальнейшем дополнены, что учтено при разработке архитектуры программного обеспечения. Представленный интерактивный интерфейс для пользователей позволяет легко управлять параметрами модели (дополнять и изменять) и анализировать результаты численных экспериментов.

Список литературы

1. Взаимодействие электромагнитного излучения с нанокompозитом на основе углеродных волокон / А. Л. Данилюк [и др.] // Наука – инновационному развитию общества: матер. 3-й Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 16 ноября 2018 г. Минск: Беларус. навука, 2020. С. 118–128.
2. Bohren, C. F. *Absorption and Scattering of Light by Small Particles* / C. F. Bohren, D. R. Huffman. New York: John Wiley & Sons, 1998.
3. Atdayev, A. Interaction of Electromagnetic Radiation in the 20–200 GHz Frequency Range with Arrays of Carbon Nanotubes with Ferromagnetic Nanoparticles / A. Atdayev, A. L. Danilyuk, S. L. Prischepa // *Beilstein*. 2015. No 6. P. 1056–1064.
4. Microwave Absorption in Nanocomposite Material of Magnetically Functionalized Carbon Nanotubes / V. A. Labunov [et al.] // *Journal Applied of Physics*. 2012. Vol. 112, No 2.
5. Interaction of Electromagnetic Radiation with Magnetically Functionalized CNT Nanocomposite in the Subterahertz Frequency Range / A. Atdaev [et al.] // *Semiconductors*. 2016. Vol. 50, No 13. P. 1702–1707.
6. NumPy Documentation [Electronic Resource]. Mode of access: <https://numpy.org/doc/stable/>. Date of access: 02.10.2023.
7. Matplotlib 3.8.0 Documentation [Electronic Resource]. Mode of access: <https://matplotlib.org/stable/index.html>. Date of access: 02.10.2023.
8. Qt for Python [Electronic Resource]. Mode of access: <https://doc.qt.io/qtforpython-6/>. Date of access: 02.10.2023.

References

1. Danilyuk A. L., Bogush V. A., Labunov V. A., Basaev A. S. (2020) Interaction of Electromagnetic Radiation with a Nanocomposite Based on Carbon Fibers. *Science – Innovative Development of Society: Materials of the 3rd International. Scientific-Practical Conf., Minsk, Nov. 16, 2018*. Minsk, Belaruskaya Navuka Publ. 118–128 (in Russian).
2. Bohren C. F., Huffman D. R. (1998) *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*. New York, John Wiley & Sons.
3. Atdayev A., Danilyuk A. L., Prischepa S. L. (2015) Interaction of Electromagnetic Radiation in the 20–200 GHz Frequency Range with Arrays of Carbon Nanotubes with Ferromagnetic Nanoparticles. *Beilstein*. (6), 1056–1064.
4. Labunov V. A., Danilyuk A. L., Prudnikava A. L., Komissarov I., Shulitski B. G., Speisser C., et al. (2012) Microwave Absorption in Nanocomposite Material of Magnetically Functionalized Carbon Nanotubes. *Journal Applied of Physics*. 112 (2).
5. Atdaev A., Danilyuk A. L., Labunov V. A., Prischepa S. L., Pavlov A. A., Basaev A. S., et al. (2016) Interaction of Electromagnetic Radiation with Magnetically Functionalized CNT Nanocomposite in the Subterahertz Frequency Range. *Semiconductors*. 50 (13), 1702–1707.
6. *NumPy Documentation*. Available: <https://numpy.org/doc/stable/> (Accessed 2 October 2023).
7. *Matplotlib 3.8.0 Documentation*. Available: <https://matplotlib.org/stable/index.html> (Accessed 2 October 2023).
8. *Qt for Python*. Available: <https://doc.qt.io/qtforpython-6/> (Accessed 2 October 2023).

Вклад авторов

Лихачев А. А. выполнил программную реализацию моделей взаимодействия электромагнитного излучения с углеродными наноструктурированными композитами.

Баранова М. С. сформулировала функциональные и технические требования, выполнила разработку архитектуры программного обеспечения, постановку задачи для программной реализации.

Данилюк А. Л. определил цели и задачи исследования, предоставил физико-математические модели, лежащие в основе разрабатываемого программного обеспечения.

Authors' contribution

Likhachou A. A. performed software implementation of models of electromagnetic radiation interaction with carbon nanostructured composites.

Baranova M. S. developed functional and technical requirements, designed software architecture.

Danilyuk A. L. defined the goals and objectives of the research, provided physical and mathematical models that form the basis of the software.

Сведения об авторах

Лихачев А. А., студ., Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Баранова М. С., канд. физ.-мат. наук, зав. студ. науч.-исслед. лаб., Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Данилюк А. Л., канд. физ.-мат. наук, доц. каф. микро- и наноэлектроники, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,
г. Минск, ул. П. Бровки, 6
Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники
Тел.: +375 17 293-88-90
E-mail: baranova@bsuir.by
Баранова Мария Сергеевна

Information about the authors

Likhachou A. A., Student, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics

Baranova M. S., Cand. of Sci., Head of the Student Research Laboratory, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics

Danilyuk A. L., Cand. of Sci., Associate Professor at the Department of Micro- and Nanoelectronics, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics

Address for correspondence

220013, Republic of Belarus,
Minsk, P. Brovki St., 6
Belarusian State University
of Informatics and Radioelectronics
Tel.: +375 17 293-88-90
E-mail: baranova@bsuir.by
Baranova Maryia Sergeevna



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-108-115>

Оригинальная статья
Original paper

УДК 004.932+004.258

СЖАТИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ДИАПАЗОНА ИНФРАКРАСНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ ВЫРАВНИВАНИЯ ГИСТОГРАММЫ С ИНВЕРСИЕЙ КРАЕВ

С. И. РУДИКОВ¹, В. Ю. ЦВЕТКОВ², А. П. ШКАДАРЕВИЧ¹

¹Научно-технический центр «ЛЭМТ» БелОМО (г. Минск, Республика Беларусь)

²Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
(г. Минск, Республика Беларусь)

Поступила в редакцию 09.06.2023

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2024
Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2024

Аннотация. Рассмотрена задача сжатия динамического диапазона инфракрасных изображений. Для повышения качества тонового отображения инфракрасных изображений при сжатии их динамического диапазона и упрощения управления характеристиками воспроизведения инфракрасных изображений предложен алгоритм преобразования динамического диапазона на основе адаптивного выравнивания гистограммы с инверсией краев. Сущность алгоритма состоит в двойном уменьшении динамического диапазона инфракрасного изображения с промежуточным растяжением, сжатием и наложением краев с инвертированием. Для выбора интервала яркости и степени его растяжения в предложенном алгоритме использовался коэффициент асимметрии. Алгоритм позволяет улучшить некоторые глобальные и интервальные показатели качества воспроизведения изображений за счет наложения краев гистограммы.

Ключевые слова: уменьшение динамического диапазона изображений, повышение качества изображений, инфракрасные изображения, выравнивание гистограммы, управление формой гистограммы.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования. Рудиков, С. И. Сжатие динамического диапазона инфракрасных изображений на основе выравнивания гистограммы с инверсией краев / С. И. Рудиков, В. Ю. Цветков, А. П. Шкадаревич // Доклады БГУИР. 2024. Т. 22, № 1. С. 108–115. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-108-115>.

DYNAMIC RANGE COMPRESSION OF INFRARED IMAGES BASED ON HISTOGRAM EQUALIZATION WITH EDGE INVERSION

STANISLAV I. RUDIKOV¹, VIKTAR YU. TSVIATKOU², ALEXEY P. SHKADAREVICH¹

¹Science and Technology Center “LEMT” BelOMO (Minsk, Republic of Belarus)

²Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (Minsk, Republic of Belarus)

Submitted 09.06.2023

Abstract. The problem of compression of the dynamic range of infrared images is considered. To improve the quality of tone mapping of infrared images when their dynamic range is compressed and to simplify the control over the reproduction characteristics of infrared images, a dynamic range conversion algorithm based on adaptive histogram equalization with edge inversion is proposed. The essence of the algorithm consists in double reduction of the dynamic range of the infrared image with intermediate stretching, compression and overlapping of edges with inversion. To select the brightness interval and the degree of its stretching, the proposed algorithm uses the asymmetry coefficient. The algorithm makes it possible to improve some global and interval indicators of image reproduction quality by superimposing the edges of the histogram.

Keywords: image dynamic range reduction, image enhancement, infrared images, histogram equalization, histogram shape control.

Conflict of interests. The authors declare no conflict of interests.

For citation. Rudikov S. I., Tsviatkou V. Yu., Shkadarevich A. P. (2024) Dynamic Range Compression of Infrared Images Based on Histogram Equalization with Edge Inversion. *Doklady BGUIR*. 22 (1), 108–115. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-108-115> (in Russian).

Введение

Инфракрасные (ИК) изображения, формируемые тепловизионными приборами, как правило, не согласуются по динамическому диапазону со стандартными мониторами. Поэтому для воспроизведения ИК-изображений применяется тоновое отображение, сжимающее их динамический диапазон. При этом алгоритмы тонового отображения пытаются улучшить форму гистограммы яркости. Некоторые алгоритмы, основанные на линейном, кусочно-линейном и нелинейном преобразованиях яркости [1], выравнивании гистограммы (Histogram Equalization, HE) [2], модели визуального восприятия [3], на фильтрации и многоканальной обработке [4], делают это для всего ИК-изображения. Более эффективными являются блочные алгоритмы тонового отображения, учитывающие локальные особенности распределения яркости на ИК-изображении. К ним относятся алгоритмы, основанные на адаптивном выравнивании гистограммы (Adaptive Histogram Equalization, AHE) [2] и ограничении контраста (Contrast Limited Adaptive Histogram Equalization, CLAHE) [5].

Для многих приложений актуальной является задача интервального управления тоновым отображением, повышающего разборчивость деталей (локального контраста), например, на краях динамического диапазона (в темной и светлой областях изображения). Алгоритм AHE не позволяет управлять гистограммой яркости. Возможности управления гистограммой в алгоритме CLAHE ограничены уменьшением контраста. Предложенный в [6] алгоритм адаптивного выравнивания, растяжения и сжатия гистограммы (Histogram Equalization, Compression and Stretching, HECS) улучшает локальный контраст ИК-изображения в области темного или светлого, но вносит значительные искажения в последовательность изменения тонов и использует сложную процедуру подбора параметров.

Цель исследований авторов – улучшение интервальных характеристик качества воспроизведения ИК-изображений при уменьшении их динамического диапазона на основе адаптивного выравнивания гистограммы.

Постановка задачи

Оценка качества тонового отображения ИК-изображений производится с помощью безэталонных и эталонных показателей. Безэталонные позволяют оценить контраст (стандартное отклонение D_{ST} , средний градиент G_A), энтропию E_I , статистическую естественность N_S [7] с использованием только преобразованного ИК-изображения. Эталонные показатели оценивают структурную точность F_S [8] и качество тональной карты I_{TMQ} [9] на основе сопоставления исходного (эталонного) и преобразованного ИК-изображений. Большинство показателей качества тонового отображения являются глобальными (применяются ко всему изображению). Для интервальной оценки качества тонового отображения в [10] предложены эталонные показатели потенциальной различающей способности P_D (чем меньше P_D , тем выше различающая способность), потеря различения при сжатии динамического диапазона E_D (чем меньше E_D , тем меньше потери различения соседних пикселей преобразованного изображения), величины нелинейных искажений сжатия E_{MS} (чем меньше E_{MS} , тем ближе передаточные характеристики блоков или всего изображения к линейным), неоднозначности тонового отображения L_{DH} (чем ближе L_{DH} к единице, тем меньше неоднозначность тонового отображения), величины нелинейных искажений из-за неоднозначности отображения L_{DL} (чем меньше L_{DL} , тем меньше нелинейные искажения из-за неоднозначности тонового отображения), безэталонные показатели равномерности использования динамического диапазона U_H (чем ближе U_H к единице, тем более равномерным является распределение яркостей на выбранном интервале динамического диапазона относительно базового интервала и тем ближе тоновое отображение к линейному при равновероят-

ных значениях пикселей) и детализации изображения N_{LE} (чем больше N_{LE} , тем больше деталей на изображении). Показатели E_{MS} , L_{DH} и L_{DL} могут вычисляться как глобальные. Значения перечисленных характеристик для приведенных на рис. 1 тестовых ИК-изображений и алгоритмов HE, AHE, HECS представлены в табл. 1, 2.

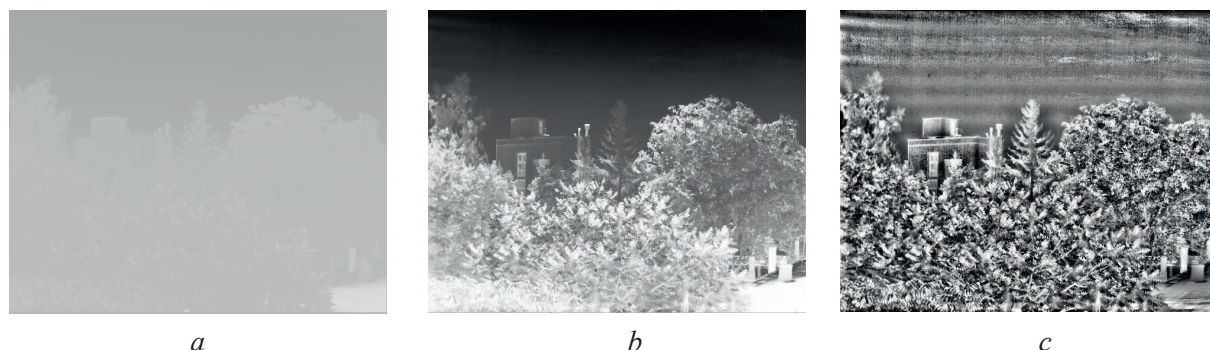


Рис. 1. Инфракрасные изображения:

a – исходное (линейное контрастирование);
 b, c – преобразованное с помощью HE и AHE соответственно

Fig. 1. Infrared images: a – initial (linear contrast); b, c – converted using HE and AHE, respectively

Таблица 1. Глобальные показатели качества тонового отображения для изображений на рис. 1
Table 1. Global tone mapping quality indicators for the images in Fig. 1

Показатель качества изображения / Image quality index	Алгоритм сжатия динамического диапазона / Dynamic range compression algorithm								
	HE	Блоки 64×64 пикселя / Blocks 64×64 pixel				Блоки 32×32 пикселя / Blocks 32×32 pixel			
		AHE	HECS	HECSm+	HECSm–	AHE	HECS	HECSm+	HECSm–
N_S	0,073	0,407	0,539	0,397	0,558	0,549	0,647	0,499	0,657
F_S	0,718	0,712	0,638	0,592	0,653	0,681	0,656	0,602	0,656
I_{TMO}	0,755	0,828	0,827	0,786	0,835	0,843	0,851	0,808	0,852
D_{ST}	28,249	52,147	55,974	55,900	60,521	55,578	60,755	58,279	59,407
G_A	8,068	17,374	22,803	19,307	20,527	20,933	24,181	22,216	23,114
E_I	6,234	7,253	7,526	7,086	7,224	7,502	7,619	7,304	7,448
N_{LE}	35 191	44 968	56 951	51 913	51 423	46 432	54 103	52 360	52 827

Примечание – HECSm – Histogram Equalization, Compression and Stretching Modification.

Таблица 2. Интервальные показатели качества тонового отображения для изображений на рис. 1
Table 2. Interval tone quality measurements for the images in Fig. 1

Интервал / Interval	Показатель / Index	Алгоритм сжатия динамического диапазона / Dynamic range compression algorithm								
		HE	Блоки 64×64 пикселя / Blocks 64×64 pixel				Блоки 32×32 пикселя / Blocks 32×32 pixel			
			AHE	HECS	HECSm+	HECSm–	AHE	HECS	HECSm+	HECSm–
L	P_D	–9,975	–224,689	–208,181	–364,615	485,332	–228,603	–203,410	–408,638	321,372
	E_D	–174,207	–34,282	–33,212	–85,689	22,348	–19,189	–27,468	–54,506	19,648
	E_{MS}	15,845	19,235	20,425	22,729	22,090	19,481	20,300	22,724	26,714
	U_H	0,988	0,505	0,531	0,590	2,660	0,519	0,645	0,484	1,362
	L_{DH}	1,000	26,704	33,610	30,369	28,684	32,822	36,142	33,901	48,740
	L_{DL}	0,018	0,687	0,847	1,476	0,266	0,836	0,827	1,678	0,512
R	P_D	2,930	–106,852	–69,005	525,549	–341,095	–98,195	–9,571	533,323	–341,452
	E_D	77,637	16,688	28,071	141,157	4,098	11,637	39,280	90,639	–8,637
	E_{MS}	0,695	0,676	0,714	1,193	1,149	0,679	0,665	1,033	1,901
	U_H	1,003	0,516	0,633	3,079	0,471	0,577	0,762	2,485	0,329
	L_{DH}	1,000	2,419	2,799	2,491	2,554	2,604	2,702	2,733	16,588
	L_{DL}	0,019	0,064	0,061	0,024	0,136	0,062	0,054	0,027	0,757

Алгоритм HECS улучшает ряд глобальных (табл. 1) и интервальных (табл. 2) показателей качества на краях динамического диапазона. Он превосходит алгоритмы HE и AHE по статистической естественности N_S , контрастам D_{ST} и G_A , энтропии E_I и детализации N_{LE} , уступая им по структурной точности F_S , неоднозначности тонового отображения L_{DH} и нелинейным искажениям L_{DL} . Причинами проигрыша HECS по ряду показателей являются сильные искажения краев гистограммы. Это подтверждают данные табл. 2, из которых следует, что на краях динамического диапазона (интервалы L и R) алгоритм HECS по сравнению с AHE имеет меньшую потенциальную различающую способность P_D , большие потери различения E_D , как правило, большие нелинейные искажения сжатия динамического диапазона E_{MS} , меньшую равномерность использования динамического диапазона U_H , большую неоднозначность тонового отображения L_{DH} . Кроме того, алгоритм HECS обладает сложной процедурой подбора параметров. Таким образом, актуальной является задача разработки простого в настройке алгоритма сжатия динамического диапазона ИК-изображений на основе адаптивного выравнивания гистограммы, позволяющего улучшить интервальные характеристики качества воспроизведения ИК-изображений без существенного ухудшения глобальных характеристик.

Алгоритм сжатия динамического диапазона с инверсией краев гистограммы

Для упрощения процедуры подбора коэффициентов сжатия динамического диапазона и улучшения интервальных характеристик качества воспроизведения ИК-изображений без существенного ухудшения глобальных показателей разработан алгоритм HECSm на основе адаптивного выравнивания гистограммы с инверсией краев. Алгоритм использует несколько этапов обработки, в процессе которых сначала осуществляется блочное выравнивание гистограммы исходного ИК-изображения в широком динамическом диапазоне, затем производятся частичное растяжение, сжатие, инвертирование и наложение краев гистограммы полученного на первом этапе ИК-изображения. После этого используется линейное контрастирование для приведения ИК-изображения к требуемому динамическому диапазону. Шаги алгоритма HECSm состоят в следующем.

1. Формирование ИК-изображения $I_{AHE} = \|i_{AHE}(y, x)\|_{(y=0, \overline{Y-1}, x=0, \overline{X-1})}$ с узким динамическим диапазоном $[0, L_{LDR1} - 1]$ с помощью адаптивного выравнивания гистограммы исходного ИК-изображения $I_{HDR} = \|i_{HDR}(y, x)\|_{(y=0, \overline{Y-1}, x=0, \overline{X-1})}$ с широким динамическим диапазоном $[0, L_{HDR} - 1]$, где $Y \times X$ – размеры ИК-изображений в пикселях по вертикали и горизонтали.

2. Управление формой гистограммы.

2.1. Формирование гистограммы $H_{LDR1} = \|h_{LDR1}(l)\|_{(l=0, L_{LDR1}-1)}$ изображения I_{AHE} .

2.2. Медианная фильтрация гистограммы H_{LDR1} – формируется отфильтрованная гистограмма $H_{MLDR1} = \|h_{MLDR1}(l)\|_{(l=0, L_{LDR1}-1)}$. Размер окна медианного фильтра зависит от доступных вычислительных ресурсов.

2.3. Поиск точки перегиба корректирующей функции T_G . Для этого осуществляется поиск максимума гистограммы G_{max} (центральной яркостной моды). Изображение может иметь несколько мод. Среди максимумов выделяются левый и правый. Точка перегиба T_G определяется посередине между координатами крайних левого I_{Lmax} и правого I_{Rmax} максимумов с помощью выражения $T_G = (I_{Lmax} + I_{Rmax})/2$.

2.4. Определение уровней обрезки гистограммы слева T_{TL} и справа T_{TR} – таких, что $H_{MLDR1}(T_{TL}) \approx G_{max}/2$ и $H_{MLDR1}(T_{TR}) \approx G_{max}/2$.

2.5. Определение крутизны левого и правого обрезанных краев гистограммы справа $S_{NR} = ((h_{MLDR1}(L_{LDR1}) + h_{MLDR1}(T_{TR}))/2) / (2h_{MLDR1}(T_{TR} + (L_{LDR1} - T_{TR})/2))$ и слева $S_{NL} = ((h_{MLDR1}(1) + h_{MLDR1}(T_{TL}))/2) / (2h_{MLDR1}(T_{TL}/2))$.

2.6. Сжатие гистограммы на основе двух гамма-функций с коэффициентами S_{NL} и S_{NR} , применяемых к двум частям динамического диапазона $[0, T_G - 1]$ и $[T_G + 1, L_{LDR1} - 1]$, которые разделяются на уровне T_G . Формируется изображение $I_G = \|i_G(y, x)\|_{(y=0, \overline{Y-1}, x=0, \overline{X-1})}$ с динамическим диапазоном $[0, L_{LDR1} - 1]$. При $S_{NL} = S_{NR} = 1$ сжатие линейное.

2.7. Формирование гистограммы $H_{GLDR1} = \|h_{GLDR1}(I)\|_{(I=0, L_{LDR1}-1)}$ изображения I_G .

2.8. Медианная фильтрация гистограммы H_{GLDR1} . Формируется отфильтрованная гистограмма $H_{MGLDR1} = \|h_{MGLDR1}(I)\|_{(I=0, L_{LDR1}-1)}$. Размер окна медианного фильтра зависит от доступных вычислительных ресурсов.

2.9. Поиск главного максимума гистограммы H_{MGLDR1} (центральной яркостной моды). Изображение может иметь несколько мод. Поэтому максимумов может быть несколько, среди которых выделяются левый и правый. Главный максимум M_G определяется посередине между координатами крайних левого M_{Lmax} и правого M_{Rmax} максимумов с помощью выражения $M_G = (M_{Lmax} + M_{Rmax})/2$. Если максимум один, то $M_{Lmax} = M_{Rmax}$.

2.10. Определение уровней обрезки гистограммы слева T_L и справа T_R – таких, что $h_{MGLDR1}(T_L) \approx M_G/KS$ и $h_{MGLDR1}(T_R) \approx M_G/K(1-S)$, где K – коэффициент ослабления ($K = 12$ – значение определено экспериментально); S – коэффициент асимметрии, значения которого находятся в диапазоне $(0, 1)$.

2.11. Прогнозирование положений левого P_L и правого P_R максимумов после растяжения гистограммы с помощью выражений $P_L = (M_{Lmax} - T_L)L_{LDR1}/(T_R - T_L)$ и $P_R = (M_{Rmax} - T_R)L_{LDR1}/(T_R - T_L)$.

2.12. Определение крутизны левого C_L и правого C_R обрезанных краев гистограммы с помощью выражений $C_L = h_{MGLDR1}(T_L/2)/((h_{MGLDR1}(1) + h_{MGLDR1}(T_L))/2)$ и $C_R = (h_{MGLDR1}(T_R + (L_{LDR1} - T_R)/2))/((h_{MGLDR1}(L_{LDR1}) + h_{MGLDR1}(T_R))/2)$.

2.13. Вычисление коэффициентов растяжения левого S_L и правого S_R краев гистограммы.

2.14. Формирование изображения $I_{PLS} = \|i_{PLS}(y, x)\|_{(y=0, Y-1, x=0, X-1)}$ с динамическим диапазоном $[0, L_{LDR1} - 1]$ в результате кусочно-линейного растяжения центральной части скорректированной гистограммы H_{MGLDR1} в диапазоне $[T_L, T_R]$ с коэффициентом $(L_{LDR1} - 1)/((L_{LDR1} - 1) - (T_L + (L_{LDR1} - 1 - T_R)))$ и кусочно-линейного растяжения (сжатия) боковых частей гистограммы H_{MGLDR1} в диапазонах $[0, T_L - 1]$ и $[T_R, L_{LDR1} - 1]$ с коэффициентами S_L и S_R .

3. Формирование результирующего изображения $I_{HECSm} = \|i_{HECSm}(y, x)\|_{(y=0, Y-1, x=0, X-1)}$ с требуемым динамическим диапазоном $[0, L_{LDR2} - 1]$ с помощью линейного сжатия гистограммы ИК-изображения I_{PLS} с коэффициентом L_{LDR1}/L_{LDR2} .

На рис. 2 приведены изображения с преобразованным динамическим диапазоном с помощью алгоритмов HECS и HECSm при размере блока 32×32 пикселя. При обрезке и сжатии левого края гистограммы с помощью алгоритма HECSm ($S = 1/5$) происходит растяжение ее правой части, в результате чего центральные значения гистограммы смещаются влево, изображение становится более темным, но повышается локальный контраст светлых областей (рис. 2, b). При обрезке и сжатии правого края гистограммы ($S = 4/5$) алгоритм HECSm обеспечивает растяжение левой ее части и повышение локального контраста темных областей (рис. 2, c).

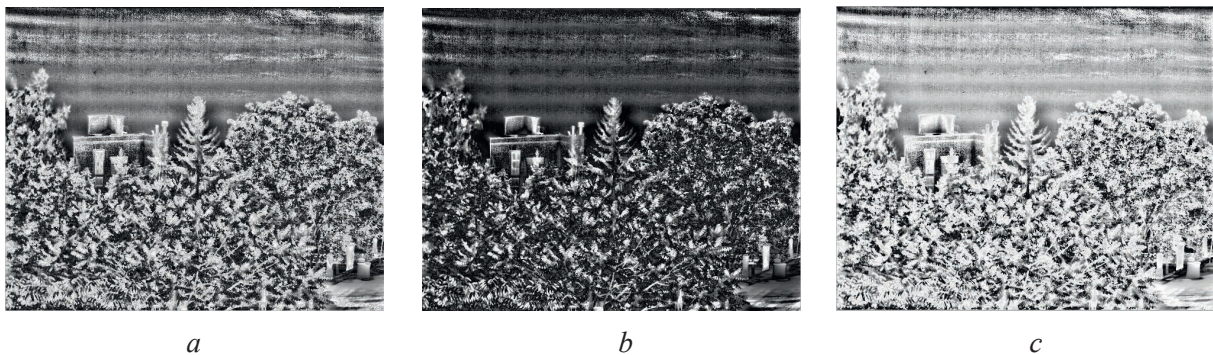


Рис. 2. Результаты тонового отображения с помощью алгоритмов:

a – HECS; b – HECSm, $S = 1/5$; c – HECSm, $S = 4/5$

Fig. 2. Tone mapping results with algorithms: a – HECS; b – HECSm, $S = 1/5$; c – HECSm, $S = 4/5$

Благодаря наложению краев гистограммы минимизируются потери информации, что позволяет улучшить некоторые глобальные и интервальные показатели качества (табл. 1, 2, где $S = 1/3$ соответствуют столбцы HECSm-, а $S = 2/3$ – столбцы HECSm+).

Оценка эффективности алгоритмов тонового отображения

В результате тонового отображения с помощью алгоритма HECSm сформированы 470 ИК-изображений с узким динамическим диапазоном. Значения показателей качества этих изображений сопоставлены с соответствующими значениями показателей качества изображений, сформированных с помощью алгоритмов HE, AHE и HECS при размере блока обработки 32×32 пикселя. В табл. 3 приведены усредненные по 470 изображениям отношения глобальных показателей, в табл. 4 – разности интервальных показателей.

Таблица 3. Отношения глобальных показателей при размере блока 32×32 пикселя
Table 3. Relationships of global indicators with a block size of 32×32 pixels

Показатель / Index	Сопоставление отношений показателей алгоритма HECSm при различных S и алгоритмах / Comparison of ratios of indicators of the HECSm algorithm for various S and algorithms														
	HE					AHE					HECS				
	$S = 1/5$	$S = 1/3$	$S = 1/2$	$S = 2/3$	$S = 4/5$	$S = 1/5$	$S = 1/3$	$S = 1/2$	$S = 2/3$	$S = 4/5$	$S = 1/5$	$S = 1/3$	$S = 1/2$	$S = 2/3$	$S = 4/5$
N_S	10,98	10,48	9,75	9,16	8,62	1,11	1,07	1,01	0,96	0,90	0,97	0,92	0,86	0,82	0,76
F_S	0,91	0,94	0,94	0,93	0,90	0,96	0,99	0,99	0,98	0,95	1,00	1,03	1,03	1,02	0,99
I_{TMQ}	1,11	1,12	1,11	1,10	1,08	1,00	1,00	0,99	0,99	0,97	0,99	1,00	0,99	0,98	0,97
D_{ST}	1,96	1,95	1,93	1,94	1,96	0,99	0,99	0,98	0,98	0,99	0,92	0,91	0,90	0,91	0,92
G_A	3,41	3,32	3,25	3,25	3,27	1,03	1,01	0,99	0,99	0,99	0,91	0,88	0,86	0,86	0,87
E_I	1,22	1,23	1,23	1,23	1,22	0,98	0,99	0,99	0,99	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98	0,97
N_{LE}	1,29	1,27	1,26	1,26	1,28	1,06	1,04	1,04	1,04	1,06	0,97	0,95	0,95	0,95	0,96

Таблица 4. Разности интервальных показателей при размере блока 32×32 пикселя
Table 4. Differences of interval indicators with a block size of 32×32 pixels

Показатель / Index	Сопоставление разности показателей алгоритма HECSm при различных S и алгоритмах / Comparison of the difference between the indicators of the HECSm algorithm for different S and algorithms														
	HE					AHE					HECS				
	$S = 1/5$	$S = 1/3$	$S = 1/2$	$S = 2/3$	$S = 4/5$	$S = 1/5$	$S = 1/3$	$S = 1/2$	$S = 2/3$	$S = 4/5$	$S = 1/5$	$S = 1/3$	$S = 1/2$	$S = 2/3$	$S = 4/5$
Интервал L															
P_D	-152,0	21,6	112,2	168,5	233,0	-254,3	-79,9	17,8	67,1	137,1	-225,2	-50,8	45,0	96,2	166,2
E_D	10,4	29,0	39,0	43,4	50,7	-21,2	-2,5	7,5	12,0	19,6	-22,7	-4,1	5,9	10,5	18,0
E_{MS}	-5,8	-2,1	0,8	3,7	3,1	-6,0	-2,2	0,2	3,6	3,2	-6,5	-2,7	-0,2	3,1	2,6
U_H	-0,2	-0,2	-0,4	-0,5	-0,5	0,1	0,1	-0,1	-0,2	-0,2	-0,1	-0,1	-0,2	-0,2	-0,3
L_{DH}	-62,2	-66,7	-67,5	-67,0	-63,4	4,2	-0,1	-1,0	-0,7	2,7	10,9	6,8	6,0	6,0	9,1
L_{DL}	-0,3	-0,5	-0,6	-0,8	-1,0	0,3	0,1	-0,1	-0,2	-0,5	0,3	0,1	-0,1	-0,2	-0,5
Интервал R															
P_D	209,9	147,2	68,9	-51,6	-255,2	169,9	107,3	32,4	-88,9	-302,0	206,6	143,9	67,4	-52,2	-265,4
E_D	39,4	34,5	25,6	10,1	-27,4	12,4	7,6	1,8	-15,9	-55,3	29,1	24,3	18,1	0,8	-38,5
E_{MS}	-0,6	-0,1	0	-0,1	-0,2	-0,8	-0,2	-0,1	-0,2	-0,3	-0,5	0,1	0,2	0,1	0
U_H	-0,6	-0,5	-0,4	-0,2	-0,5	-0,3	-0,2	-0,1	0,1	-0,3	-0,4	-0,3	-0,3	-0,1	-0,3
L_{DH}	-35,8	-28,1	-21,9	-17,2	-17,3	-9,9	-2,0	4,2	9,0	8,9	-7,6	0,2	6,4	11,2	11,1
L_{DL}	-0,4	-0,2	-0,1	-0,1	-0,1	-0,4	-0,2	0	0,2	0,2	-0,4	-0,2	0	0,2	0,2

Из табл. 3 следует, что по большинству глобальных показателей алгоритм HECSm превосходит HE, аналогичен алгоритму AHE и уступает HECS (кроме структурной точности F_S , качества тональной карты I_{TMQ} и энтропии E_I). Анализ соотношений интервальных показателей в табл. 4 необходимо производить с учетом значения коэффициента асимметрии S . При $S < 1/2$ происходит растяжение правой части гистограммы за счет сжатия левой, что ведет к улучшению показателей качества тонового отображения для правого интервала гистограммы (более ярких

областей) и ухудшения этих показателей для левого интервала (более темных областей). Аналогично для $S > 1/2$ имеет место улучшение показателей качества тонового отображения для левого интервала гистограммы (более темных областей). С учетом этого из табл. 4 следует, что в нижнем и верхнем интервалах динамического диапазона алгоритм HECSm имеет лучшие значения потенциальной различающей способности P_D и потерь различения E_D при сжатии динамического диапазона по сравнению с алгоритмами HE, AHE и HECS, а также величины нелинейных искажений сжатия E_{MS} по сравнению с HECS.

Заключение

С целью повышения качества тонового отображения инфракрасных изображений при сжатии их динамического диапазона и упрощения управления характеристиками воспроизведения инфракрасных изображений предложен алгоритм преобразования динамического диапазона на основе адаптивного выравнивания гистограммы с инверсией краев. Для выбора интервала яркости и степени его растяжения в предложенном алгоритме использовался коэффициент асимметрии. Благодаря наложению краев гистограммы (отсутствию насыщения) минимизируются потери информации при ее растяжении, что позволяет улучшить некоторые глобальные и интервальные показатели качества.

Список литературы

1. Enhancement of Low Illumination Images Based on an Optimal Hyperbolic Tangent Profile / S. C. Liu [et al.] // *Computers and Electrical Engineering*. 2018. Vol. 70. P. 538–550. DOI: 10.1016/j.compeleceng.2017.08.026.
2. Kim, T. K. Contrast Enhancement System Using Spatially Adaptive Histogram Equalization with Temporal Filtering / T. K. Kim, J. K. Paik, B. S. Kang // *IEEE Transactions on Consumer Electronics*. 1998. Vol. 44, No 1. P. 82–87. DOI: 10.1109/30.663733.
3. Low-Light Image Enhancement via a Deep Hybrid Network / W. Ren [et al.] // *IEEE Trans. Image Process.* 2019. Vol. 28, No 9. P. 4364–4375. DOI: 10.1109/TIP.2019.2910412.
4. Fast Image Enhancement Based on Maximum and Guided Filters / D. Zhu [et al.] // *IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, Taipei. 2019. P. 4080–4084. DOI: 10.1109/ICIP.2019.8803591.
5. Reza, A. M. Realization of the Contrast Limited Adaptive Histogram Equalization (CLAHE) for Real-Time Image Enhancement / A. M. Reza // *The Journal of VLSI Signal Processing-Systems for Signal, Image, and Video Technology*. 2004. Vol. 38, No 1. P. 35–44. DOI: 10.1023/B:VLSI.0000028532.53893.82.
6. Рудиков, С. И. Уменьшение динамического диапазона инфракрасных изображений на основе адаптивного выравнивания, растяжения и сжатия гистограммы / С. И. Рудиков, В. Ю. Цветков, А. П. Шкадаревич // *Вестні Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі. Серыя фізіка-тэхнічных навук*. 2021. Т. 66, № 4. С. 470–482. DOI: 10.29235/1561-8358-2021-66-4-470-482.
7. Independence of Luminance and Contrast in Natural Scenes and in the Early Visual System / V. Mante [et al.] // *Nat Neurosci*. 2005. Vol. 8. P. 1690–1697. DOI: 10.1038/nn1556.
8. Wang, Z. Multiscale Structural Similarity for Image Quality Assessment / Z. Wang, E. P. Simoncelli, A. C. Bovik // *37th Asilomar Conf. on Signals, Systems & Computers*. Pacific Grove, CA, USA. 2003. Vol. 2. P. 1398–1402. DOI: 10.1109/ACSSC.2003.1292216.
9. Yeganeh, H. Objective Quality Assessment of Tone-Mapped Images / H. Yeganeh, Z. Wang // *IEEE Transactions Image Processing*. 2013. Vol. 22, Iss. 2. P. 657–667. DOI: 10.1109/TIP.2012.2221725.
10. Интервальные показатели качества сжатия динамического диапазона инфракрасных изображений на основе матрицы тонового отображения / С. И. Рудиков, В. Ю. Цветков, А. П. Шкадаревич // *Вестник Полоцкого государственного университета. Серия С. Фундаментальные науки*. 2022. Т. 39, № 11. С. 30–39. DOI: 10.52928/2070-1624-2022-39-11-30-39.

References

1. Liu S. C., Liu S., Wu H., Rahman M. A., Lin S. C.-F., Wong C. Y., et al. (2018) Enhancement of Low Illumination Images Based on an Optimal Hyperbolic Tangent Profile. *Computers and Electrical Engineering*. 70, 538–550. DOI: 10.1016/j.compeleceng.2017.08.026.
2. Kim T. K., Paik J. K., Kang B. S. (1998) Contrast Enhancement System Using Spatially Adaptive Histogram Equalization with Temporal Filtering. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*. 44 (1), 82–87. DOI: /10.1109/30.663733.
3. Ren W., Liu S., Ma L., Xu Q., Xu X., Cao X., et al. (2019) Low-Light Image Enhancement via a Deep Hybrid Network. *IEEE Transactions on Image Processing*. 28 (9), 4364–4375. DOI: 10.1109/TIP.2019.2910412.

4. Zhu D., Chen G., P. Michelini N., Liu H. (2019) Fast Image Enhancement Based on Maximum and Guided Filters. *IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), Taipei*. 4080–4084. DOI: 10.1109/ICIP.2019.8803591.
5. Reza A. M. (2004) Realization of the Contrast Limited Adaptive Histogram Equalization (CLAHE) for Real-Time Image Enhancement. *The Journal of VLSI Signal Processing-Systems for Signal, Image, and Video Technology*. 38 (1), 35–44. DOI: 10.1023/B:VLSI.0000028532.53893.82.
6. Rudikov S. I., Tsviatkou V. Yu., Shkadarevich A. P. (2021) Dynamic Range Reduction of Infrared Images Based on Adaptive Equalization, Stretch and Compression of Histogram. *Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-Technical Series*. 66 (4), 470–482. DOI: 10.29235/1561-8358-2021-66-4-470-482 (in Russian).
7. Mante V., Frazor R. A., Bonin V., Geisler W. S., Carandini M. (2005) Independence of Luminance and Contrast in Natural Scenes and in the Early Visual System. *Nat Neurosci*. (8), 1690–1697. DOI: 10.1038/nm1556.
8. Wang Z., Simoncelli E. P., Bovik A. C. (2003) Multiscale Structural Similarity for Image Quality Assessment. *37th Asilomar Conference on Signals, Systems & Computers. Pacific Grove, CA, USA*. (2), 1398–1402. DOI: 10.1109/ACSSC.2003.1292216.
9. Yeganeh H., Wang Z. (2013) Objective Quality Assessment of Tone-Mapped Images. *IEEE Transactions on Image Processing*. 22 (2), 657–667. DOI: 10.1109/TIP.2012.2221725.
10. Rudikov S. I., Tsviatkou V. Yu., Shkadarevich A. P. (2022) Interval Quality Indicators of the Dynamic Range Compression of Infrared Images on the Basis of a Tone Mapping Matrix. *Bulletin of Polotsk State University. Series C. Basic Sciences*. 39 (11), 30–39. DOI: 10.52928/2070-1624-2022-39-11-30-39 (in Russian).

Вклад авторов

Рудиков С. И. разработал алгоритм преобразования динамического диапазона ИК-изображений на основе адаптивного выравнивания гистограммы с инверсией краев, провел экспериментальные исследования.

Цветков В. Ю. осуществил постановку задачи исследования и редактирование статьи.

Шкадаревич А. П. определил направление и цель исследования, выполнил интерпретацию полученных результатов.

Authors' contribution

Rudikov S. I. developed an algorithm for transforming the dynamic range of infrared images based on adaptive histogram equalization with edge inversion, and conducted experimental studies.

Tsviatkou V. Yu. carried out the formulation of the research problem and editing of the article.

Shkadarevich A. P. determined the direction and purpose of the study, performed the interpretation of the results.

Сведения об авторах

Рудиков С. И., магистр техн. наук, зам. дир. по информационным технологиям, Научно-технический центр «ЛЭМТ» БелОМО

Цветков В. Ю., д-р техн. наук, доц., зав. каф. инфокоммуникационных технологий, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Шкадаревич А. П., акад. Национальной академии наук Беларуси, д-р физ.-мат. наук, проф., дир. Научно-технического центра «ЛЭМТ» БелОМО

Information about the authors

Rudikov S. I., M. of Sci., Deputy Director for Information Technologies Deputy Director, Science and Technology Center “LEMT” BelOMO

Tsviatkou V. Yu., Dr. of Sci. (Tech.), Associate Professor, Head of the Department of Infocommunication Technologies, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics

Shkadarevich A. P., Academician of the National Academy of Science of Belarus, Dr. of Sci. (Phys. and Math.), Professor, Director of the Science and Technology Center “LEMT” BelOMO

Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,
г. Минск, ул. П. Бровки, 6
Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники
Тел.: +375 17 293-84-08
E-mail: vtsvet@bsuir.by
Цветков Виктор Юрьевич

Address for correspondence

220013, Republic of Belarus,
Minsk, P. Brovki St., 6
Belarusian State University
of Informatics and Radioelectronics
Tel.: +375 17 293-84-08
E-mail: vtsvet@bsuir.by
Tsviatkou Viktor Yur'evich



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-116-124>

Оригинальная статья

Original paper

УДК 004.942

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ КАРТЫ РАСПОЛОЖЕНИЯ ОБЛАСТЕЙ, СОСТАВЛЯЮЩИХ ФОНОВУЮ ОБСТАНОВКУ ДЛЯ ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ

А. В. СЕРГЕЕНКО, А. Ю. ЛИПЛЯНИН, А. В. ХИЖНЯК

Военная академия Республики Беларусь (г. Минск, Республика Беларусь)

Поступила в редакцию 21.09.2023

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2024
Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2024

Аннотация. Представлена разработанная математическая модель для построения карты расположения областей, составляющих фоновую обстановку для оптико-электронных систем. Особенностью предложенной модели является то, что при определении, к какому классу относится конкретный пиксель, учитываются одновременно значения классов соседних пикселей, а также пространственное положение пикселя. Приведены количественные оценки адекватности данной модели и существующих математических моделей изображений, способных осуществить построение карт расположения областей. Предлагаемая модель сравнивалась с Марковской моделью, блочной Марковской моделью, моделью Гиббса, блочной моделью Гиббса и дважды стохастической моделью с квантованием по уровню. Оценку адекватности проводили с использованием разработанной авторами искусственной нейронной сети, оценивающей сходство двух изображений по нормированному показателю сходства, находящемуся в интервале от 0.0 до 1.0, и ее k -кратной перекрестной проверки. Результаты сравнения показали, что разработанная модель по вычисленному показателю не менее чем в три раза лучше известных.

Ключевые слова: оптико-электронные средства, математическая модель изображений, оценка адекватности, обработка изображений.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования. Сергеевко, А. В. Математическая модель для построения карты расположения областей, составляющих фоновую обстановку для оптико-электронных систем / А. В. Сергеевко, А. Ю. Липлянин, А. В. Хижняк // Доклады БГУИР. 2024. Т. 22, № 1. С. 116–124. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-116-124>.

MATHEMATICAL MODEL FOR CONSTRUCTING A MAP OF THE LOCATION OF AREAS THAT MAKE UP THE BACKGROUND ENVIRONMENT FOR OPTICAL-ELECTRONIC SYSTEMS

ANDREY V. SIARHEYENKA, ANTON Y. LIPLIANIN, ALEXANDER V. KHIZHNIYAK

Military Academy of the Republic of Belarus (Minsk, Republic of Belarus)

Submitted 21.09.2023

Abstract. A developed mathematical model is presented for constructing a map of the location of areas that make up the background environment for optical-electronic systems. A feature of the proposed model is that when determining which class a particular pixel belongs to, the class values of neighboring pixels, as well as the spatial position of the pixel, are simultaneously taken into account. Quantitative assessments of the adequacy of this model and existing mathematical image models capable of constructing maps of the location of areas are given.

The proposed model was compared with the Markov model, block Markov model, Gibbs model, block Gibbs model and doubly stochastic model with level quantization. Adequacy assessment was carried out using an artificial neural network developed by the authors, which evaluates the similarity of two images using a normalized similarity index ranging from 0.0 to 1.0, and its k -fold cross-validation. The comparison results showed that the developed model, according to the calculated indicator, is at least three times better than the known ones.

Keywords: optical-electronic means, mathematical model of images, adequacy assessment, image processing.

Conflict of interests. The authors declare no conflict of interests.

For citation. Siarheyenka A. V., Liplianin A. Y., Khizhniak A. V. (2024) Mathematical Model for Constructing a Map of the Location of Areas that Make Up the Background Environment for Optical-Electronic Systems. *Doklady BGUIR*. 22 (1), 116–124. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-116-124> (in Russian).

Введение

Современные оптико-электронные системы (ОЭС) характеризуются глубокой интеграцией во многие виды человеческой деятельности. Задачи мониторинга и анализа сложной фоновой обстановки, поиска, распознавания, автоматического сопровождения объектов интереса на сложном динамическом фоне в условиях существенной как стохастической, так и нестохастической неопределенности требуют перманентной разработки новых алгоритмов обработки видеоинформации. Эффективность такой работы напрямую зависит от качества математических моделей изображений, используемых разработчиком. Наличие адекватных математических моделей позволяет разработчику, во-первых, формализовать фоновую целевую обстановку и объекты интереса, во-вторых, обосновать параметры и характеристики результатов работы алгоритмов обработки видеоинформации при различных условиях.

Одним из актуальных направлений в настоящее время является использование ОЭС с низкореляционными беспилотных летательных аппаратов. Такие условия съемки имеют следующие особенности: во-первых, на наблюдаемых изображениях одновременно присутствует как наземная составляющая обстановки, так и воздушная; во-вторых, наземная и воздушная составляющие в общем случае не являются однородными и состоят из областей, характеризующихся разными структурными и спектральными характеристиками. Обзор современных математических моделей изображений показал, что существующие модели позволяют описывать подстилающую поверхность (характерно для съемки в надиры с высоколетящего носителя) или однородный фон [1, 2]. Оба типа математических моделей не соответствуют указанным условиям съемки. В связи с этим возникает необходимость разработки математической модели изображения, соответствующей условиям эксплуатации систем. Формирование изображения целесообразно разделить на два этапа: первый – создание карты расположения областей, составляющих фоновую обстановку; второй – заполнение каждой области требуемыми структурами и спектральными характеристиками.

В статье представлена разработанная авторами математическая модель, с помощью которой можно описать расположение областей, составляющих фоновую обстановку для ОЭС. Эта модель предназначена для использования в рамках первого этапа построения изображения.

Математическая модель для построения карты расположения областей, составляющих фоновую обстановку для оптико-электронных систем

Искомая карта расположения областей представляет собой изображение сложной сцены, состоящей из областей (классов) различных конфигураций. Поэтому построение карты проводится в несколько этапов, итерационно уточняя параметры и характеристики каждой области. Изначально карта инициализируется пустыми значениями. На каждом итерационном шаге точки карты обходятся последовательно по столбцам сверху вниз, и осуществляется модификация значения карты в каждой из них.

На первом, подготовительном, этапе необходимо задать параметры изображения и проинициализировать начальными значениями: весовые коэффициенты пикселей, зависимость коэффициентов появления классов от координаты Y , карта переходов между классами, количество итераций, размер изображения и размер группы пикселей для расчета. Объединение пикселей в группы обусловлено тем, что попиксельная модернизация карты приводит к тому, что все карты состоят из областей схожих размеров. Чтобы обеспечить существенное различие размеров

областей между случайными картами, проводится определение класса не для каждого отдельно взятого пикселя, а сразу для группы пикселей. Начальные размеры группы задаются таким образом, чтобы быть эквивалентными желаемому размеру наименьшей итоговой области. Для обеспечения различия форм областей в последующих итерациях размер группы уменьшается в два раза до тех пор, пока группа не выродится в пиксель.

На втором, основном, этапе производится итерационное построение карты расположения областей. Анализ изображений, соответствующих заданным условиям съемки, показал, что типичное изображение сцены представляет собой совокупность областей разных классов произвольных формы и размеров. При этом было установлено, что наибольший вклад в определение, к какому классу относится отдельно взятый пиксель, оказывают значения координаты Y пикселя (значение коэффициента корреляции между координатой Y и значением класса составило 0.84) и значения классов, к которым относятся соседние пиксели (значение коэффициента корреляции между классами соседних пикселей и отдельно взятым составило 0.99). Тогда значения весовых коэффициентов появления пикселя (группы пикселей) одного из классов можно записать в виде

$$W_c(\Omega, y, z) = W_c(\Omega)_{cor} W_c(y, z)_{cor} TM, \quad (1)$$

где $W_c(\Omega, y, z)$ – весовой коэффициент появления класса c ; $c \in [1, n]$ – номер класса, к которому относится пиксель (группа пикселей); n – общее число классов; Ω – соседние пиксели (группы пикселей); y – значение координаты Y ; z – номер итерации; $W_c(\Omega)_{cor}$ – скорректированный коэффициент появления класса c от значения соседних пикселей (групп пикселей); $W_c(y)_{cor}$ – скорректированный коэффициент появления класса c от значения координаты Y ; TM – карта переходов классов.

Используем полученные весовые коэффициенты для определения вероятности, что пиксель (группа пикселей) при модификации примет значение класса c :

$$P(c) = \frac{W_c(\Omega, y, z)}{\sum_{c=1}^n W_c(\Omega, y, z)}, \quad (2)$$

где $P(c)$ – вероятность, что пиксель (группа пикселей) при модификации примет значение класса c .

Как видно из (1), для того, чтобы отнести пиксель к определенному классу, необходимо рассчитать три составляющие: скорректированный коэффициент появления класса c от значения соседних пикселей (групп пикселей), скорректированный коэффициент появления класса c от значения координаты Y и возможность перехода из одного класса в другой. Рассмотрим подробнее процесс формирования весовых коэффициентов класса от соседних пикселей (группы пикселей). При анализе реальных изображений было установлено, что наибольший вклад в определение класса отдельного пикселя вносят восемь ближайших соседних пикселей, находящихся в области 3×3 пикселя (значение коэффициента корреляции 0.9988). Далее с увеличением размера области вклад постепенно уменьшается.

$W_{i-1,j-1}$	$W_{i,j-1}$	$W_{i+1,j-1}$
$W_{i-1,j}$	$W_{i,j}$	$W_{i+1,j}$
$W_{i-1,j+1}$	$W_{i,j+1}$	$W_{i+1,j+1}$

Рис. 1. Внешний вид маски коэффициентов соседних пикселей (группы пикселей)
Fig. 1. Appearance of the mask of coefficients of neighboring pixels (group of pixels)

Для определения влияния конкретного пикселя (группы пикселей) на то, какое значение примет новый пиксель (группа пикселей), используется маска, представленная на рис. 1.

На рис. 1 i и j – текущие координаты модифицируемого пикселя (верхнего левого пикселя модифицируемой группы пикселей); $w \in [0.0, 1.0]$ – весовой коэффициент пикселя (группы пикселей). В соответствии с рис. 1 каждому из соседей присваивается некоторый весовой коэффициент w , находящийся в диапазоне от 0.0 до 1.0. Значение центрального элемента маски коэффициентов в расчет не принимается. Инициализация значений маски зависит от внешнего вида искомой карты расположения областей. При задании больших коэффициентов на горизонтальных позициях и малых на вертикальных итоговые области будут сильно растянуты по горизонтали (рис. 2, a, b). Если задать большие коэффициенты на вертикальные позиции и малые на горизонтальные, итоговые области будут сильно растянуты по вертикали (рис. 2, c, d).

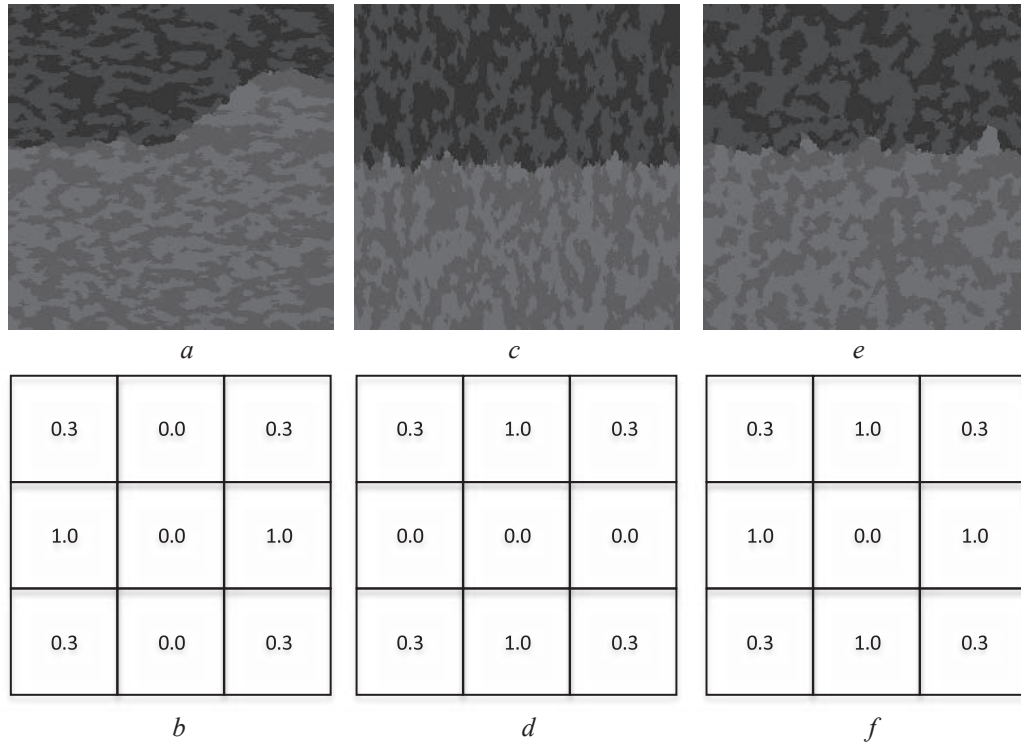


Рис. 2. Внешний вид искомой карты и соответствующей ей маски: a, c, e – карты областей для различных масок коэффициентов соседних пикселей; b, d, f – соответствующие маски коэффициентов соседних пикселей

Fig. 2. Appearance of the target map and the corresponding mask: a, c, e – maps of regions for different masks of coefficients of neighboring pixels; b, d, f – corresponding masks of coefficients of neighboring pixels

Поскольку на первой итерации значения карты инициализированы пустыми значениями, формула расчета коэффициента появления класса c имеет следующий вид:

$$W_A(\Omega) = \sum_{i=1}^1 \sum_{j=1}^1 \left(w_{i,j} \cdot 1_{i,j}^{C_A} + \frac{w_{i,j}}{n} \cdot 1_{i,j}^{C_{-1}} \right), \quad (3)$$

где $W_A(\Omega)$ – нескорректированный коэффициент появления класса c от значения соседних пикселей (группы пикселей); $1_{i,j}^{C_A}$ – принимает значение 1, если класс пикселя (области) равен c , иначе 0; $1_{i,j}^{C_{-1}}$ – принимает значение 1, если пиксель (область) не инициализирован, иначе 0.

Корректировка полученного весового коэффициента применяется при первой итерации и необходима для снижения вклада соседних пикселей (группы пикселей) в результирующий весовой коэффициент. Скорректированный весовой коэффициент появления класса c от значения соседних пикселей (областей) определяется по формуле

$$W_A(\Omega)_{cor} = W_A(y) \frac{g-e}{g} + W_A(\Omega) \frac{e}{g}, \quad (4)$$

где $W_A(y)$ – нескорректированный коэффициент появления класса c от значения координаты Y ; g – общее число пикселей (групп пикселей), участвующих в формировании пикселя (группы пикселей); e – число инициализированных соседних пикселей (групп пикселей).

Следующей составляющей расчета является скорректированный коэффициент появления класса c от значения координаты Y . Для описания зависимости значения c от координаты Y подходят функция сигмоиды, которая обеспечивает неоднородность границы классов по координате X , и кусочно-заданная функция, обеспечивающая однородность границы классов по координате X . Корректировка этих коэффициентов необходима для уменьшения роли координаты Y при наличии уже инициализированных соседних пикселей (областей) и сохранении значимости коэффициентов при шаге уменьшения размеров группы. Корректировка осуществляется по формуле

$$W_c(y, z)_{cor} = \begin{cases} W_c(\Omega) \frac{g - e}{g} + W_c(y) \frac{e}{g}, & \text{если } z > 0; \\ W_c(y), & \text{если } z = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Третьей составляющей выражения (1) является коэффициент карты переходов, который принимает два значения: 0 или 1. Коэффициент определяет, может ли пиксель (группа пикселей) принять значение класса c_y , при условии, что предыдущий пиксель (область пикселей) по координате Y относится к классу c_{y-1} . Вид карты переходов представлен на рис. 3, где $t_{c_{y-1}c_y}$ – коэффициент, определяющий возможность перехода одного класса в другой.

$c_{y-1} \backslash c_y$	c_0	...	c_n
c_0	1	...	$t_{c_n c_0}$
\vdots	\vdots	1	\vdots
c_n	$t_{c_0 c_n}$...	1

Рис. 3. Внешний вид карты переходов между классами
Fig. 3. Appearance of transition map between classes

Последовательность выполнения операций при создании карты расположения областей, составляющих фоновую обстановку для ОЭС в соответствии с предложенной математической моделью, представлена на рис. 4. Пример карты расположения областей, составляющих фоновую обстановку для ОЭС, полученной при помощи разработанной математической модели, показан на рис. 5.

Анализ результатов исследований

Сравним предложенную математическую модель для построения карты областей с математическими моделями, позволяющими выполнять аналогичные задачи. Для этого воспользуемся методикой оценки адекватности математической модели изображения [3]. В ее основе лежит искусственная нейронная сеть (ИНС), решающая задачу оценки сходства двух изображений по нормированному показателю сходства, и ее k -кратная перекрестная проверка [4, 5]. Для сравнения карт расположения областей, составляющих фоновую обстановку для ОЭС, требуется выполнить следующие этапы.

1. Провести обучение ИНС, для чего используется весь набор изображений, за исключением изображений реальных сцен и оцениваемой модели.

2. Выделить переменную *estimate*, которая необходима для хранения текущей суммы оценок сходства пары изображений.

3. Выполнить разбиение набора данных на 10 равных частей таким образом, чтобы в каждой части было равное число реальных изображений и изображений оцениваемой математической модели.

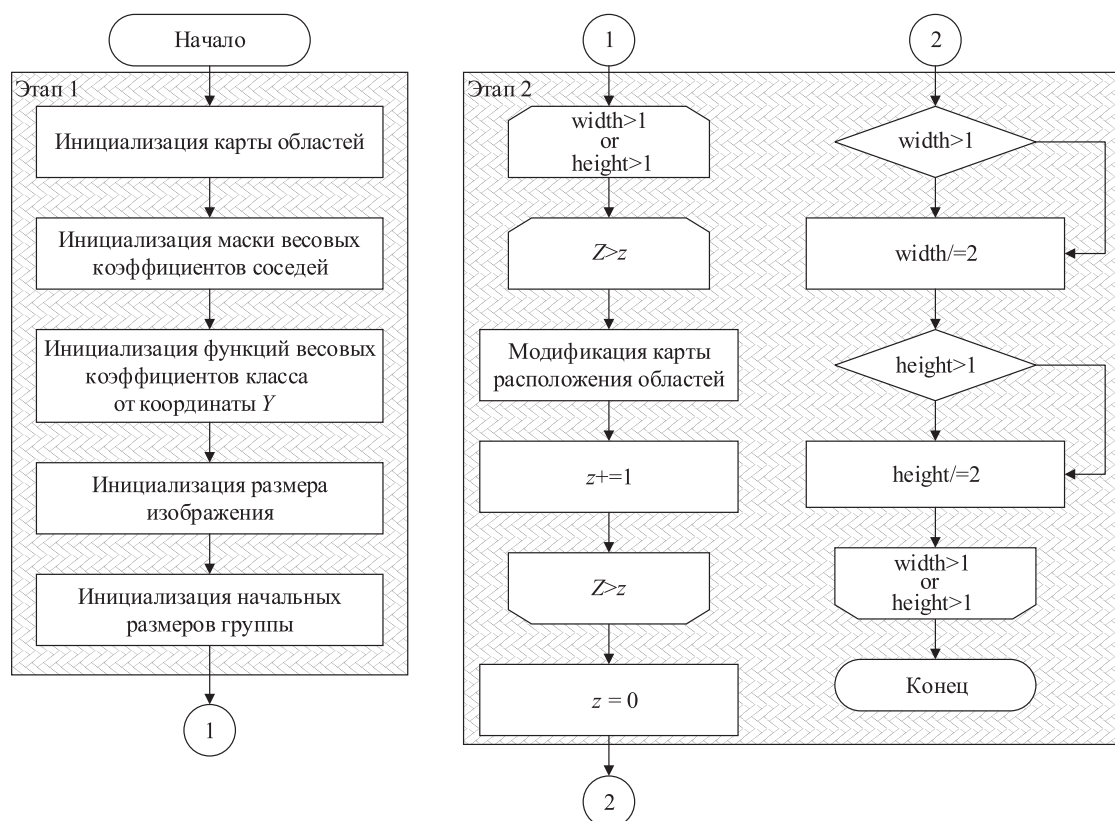


Рис. 4. Алгоритм создания карты расположения областей, составляющих фоновую обстановку для оптико-электронных систем, в соответствии с предложенной математической моделью
Fig. 4. Algorithm for creating a map of the location of the areas that make up the background environment for the optoelectronic system in accordance with the proposed mathematical model



Рис. 5. Внешний вид карты расположения областей согласно разработанной математической модели
Fig. 5. Appearance of maps of the location of areas, according to the developed mathematical model

4. Выделить 1-ю часть набора как тестовую, а 2–10-е – как тренировочные.
5. Провести обучение ИНС на тренировочной части набора данных. При этом изображения разбиваются на пары так, чтобы пары с четными номерами являлись изображениями одного класса, а с нечетными – изображениями разных классов.
6. Провести проверку обученной ИНС, при этом результат оценки каждой пары суммируется к переменной *estimate*. Изображения разбиваются на пары таким образом, чтобы каждая пара являлась изображением разных классов.
7. Выполнить пункты 3–5 для оставшихся частей набора данных.
8. Разделить итоговую сумму оценки сходства *estimate* на общее число пар изображений.

9. Обнулить веса в ИНС.
10. Выполнить пункты 1–9 для оставшихся моделей изображения.
Блок-схема оценки карт областей представлена на рис. 6.

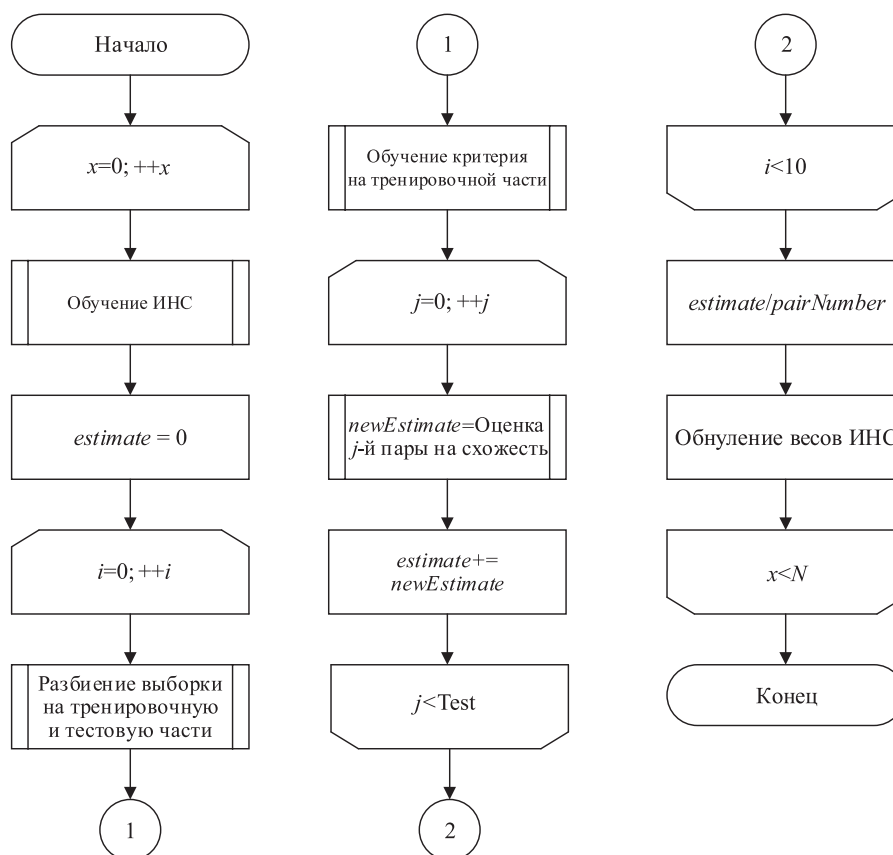


Рис. 6. Блок-схема методики оценки адекватности карт областей, полученных при помощи различных математических моделей, по отношению к реальным изображениям
Fig. 6. Flowchart of the methodology for assessing the adequacy of maps of regions obtained using various mathematical models in relation to real images

Сравнение разработанной математической модели осуществлялось со следующими математическими моделями: с Марковскими случайными полями, случайными полями Гиббса, их блочными модификациями и дважды стохастической моделью с квантованием по уровню¹ [2].

В табл. 1 представлены результаты оценки адекватности существующих математических моделей изображений и предложенной модели построения карты расположения областей, составляющих фоновую обстановку.

Таблица 1. Результаты оценки адекватности существующих математических моделей изображений и предложенной методики разбиения изображения

Table 1. Results of assessment of adequacy of existing mathematical models and proposed math models

Наименование оцениваемой модели / Name of the model being evaluated	Нормированная оценка сходства / Normalized similarity score
Марковская модель	0,0279
Блочная Марковская модель	0,0032
Модель Гиббса	0,0450
Блочная модель Гиббса	0,2134
Дважды стохастическая модель с квантованием по уровню	0,0078
Разработанная модель	0,7452

¹Андриянов, Н. А. Дважды стохастические авторегрессионные модели изображений / Н. А. Андриянов. Ульяновск, 2017.

Анализируя полученные результаты, можно отметить, что существующие в настоящее время математические модели не могут обеспечить адекватное построение карт расположения областей, составляющих фоновую обстановку для ОЭС, соответствующую заданным условиям съемки. Предложенная модель, напротив, обеспечивает адекватное построение таких карт. Нормированные оценки сходства математических моделей показали, что разработанная модель позволяет повысить не менее чем в три раза адекватность карт расположения областей, составляющих фоновую обстановку.

Заключение

1. Разработана итерационная математическая модель для построения карты расположения областей, составляющих фоновую обстановку для оптико-электронных систем. Особенностью этой модели является то, что в ее рамках при определении значения пикселя (группы пикселей) учитываются значения координаты Y и значения классов соседних прилегающих пикселей (групп пикселей).

2. Оценка адекватности, основанная на нормированном показателе сходства разработанной математической и существующих моделей, показала, что предлагаемая модель позволяет повысить нормированную оценку сходства карт расположения областей, составляющих фоновую обстановку, до трех раз.

3. Дальнейшие исследования планируется направить на реализацию второго этапа построения изображения – заполнение каждой области требуемыми структурами с требуемыми спектральными характеристиками.

Список литературы

1. Сергеенко, А. В. Универсальный инструментарий для исследования работы алгоритмов обнаружения в оптическом диапазоне / А. В. Сергеенко, А. Ю. Липлянин, А. В. Хижняк // Вестник Полоцкого государственного университета. 2020. № 12. С. 36–43.
2. Имитационное моделирование в задачах оптического дистанционного зондирования / Г. М. Креков [и др.]. Новосибирск: Наука, 1988.
3. Сергеенко, А. В. Методика расчета параметров адекватности математической модели изображения / А. В. Сергеенко, А. Ю. Липлянин, А. В. Хижняк // Проблемы физики, математики и техники. 2023. Т. 56, № 3. С. 94–99.
4. TORCH.NN [Electronic Resource] // PyTorch. Mode of access: <https://pytorch.org/docs/stable/nn.html>. Date of access: 01.08.2023.
5. Cross-Validation: Evaluating Estimator Performance [Electronic Resource] // Scikit-Learn. Mode of access: https://scikit-learn.org/stable/modules/cross_validation.html. Date of access: 01.08.2023.

References

1. Siarheyenka A. V., Liplianin A. Y., Khizniak A. V. (2020) Universal Tools for Analysis of Algorithms for Detecting Targets in the Optical Range. *Bulletin of Polotsk State University*. (12), 36–43 (in Russian).
2. Krekov G. M., Orlov V. M., Belov V. V., Belov M. L., Belokhovostikov A. V., Mishin I. V., et al. (1988) *Simulation Modeling in Optical Remote Sensing Problems*. Novosibirsk, Nauka Publ. (in Russian).
3. Siarheyenka A. V., Liplianin A. Y., Khizniak A. V. (2023) Method for Calculating the Adequacy Parameters of Image Mathematical Model. *Problems of Physics, Mathematics and Engineering*. 56 (3), 94–99 (in Russian).
4. TORCH.NN. *PyTorch*. Available: <https://pytorch.org/docs/stable/nn.html> (Accessed 1 August 2023).
5. Cross-Validation: Evaluating Estimator Performance. *Scikit-Learn*. Available: https://scikit-learn.org/stable/modules/cross_validation.html (Accessed 1 August 2023).

Вклад авторов

Сергеенко А. В. выполнил построение математической модели и ее анализ.

Липлянин А. Ю. осуществил сбор данных для проведения исследования.

Хижняк А. В. осуществил постановку задачи для проведения исследования и формулировку выводов.

Authors' contribution

Siarheyenka A. V. carried out the construction of a mathematical model and its analysis.

Liplianin A. Y. carried out data collection for the study.

Khizniak A. V. formulated the problem for the study and the conclusions.

Сведения об авторах

Сергеенко А. В., мл. науч. сотр. 2-й группы науч.-исслед. лаб. факультета связи и автоматизированных систем управления, Военная академия Республики Беларусь

Липлянин А. Ю., канд. техн. наук, нач. цикла каф. автоматизированных систем управления войсками, Военная академия Республики Беларусь

Хижняк А. В., канд. техн. наук, доц., вед. науч. сотр. 2-й группы науч.-исслед. лаб. факультета связи и автоматизированных систем управления, Военная академия Республики Беларусь

Адрес для корреспонденции

220057, Республика Беларусь,
г. Минск, просп. Независимости, 220
Военная академия Республики Беларусь
Тел.: +375 29 652-62-06
E-mail: andrew-sergeenko@mail.ru
Сергеенко Андрей Владимирович

Information about the authors

Siarheyenka A. V., Junior Researcher of the 2nd Group of the Research Laboratory at the Department of Communications and Automated Control Systems, Military Academy of the Republic of Belarus

Liplianin A. Y., Cand. of Sci., Head of the Cycle at the Department of Automated Control Systems, Military Academy of the Republic of Belarus

Khizniak A. V., Cand. of Sci., Associate Professor, Senior Researcher of the 2nd Group of the Research Laboratory at the Department of Communications and Automated Control Systems, Military Academy of the Republic of Belarus

Address for correspondence

220057, Republic of Belarus,
Minsk, Nezavisimosti Ave., 220
Military Academy of the Republic of Belarus
Tel.: +375 29 652-62-06
E-mail: andrew-sergeenko@mail.ru
Siarheyenka Andrey Vladimirovich