

УДК 621.396.96

## ВЫБОР АЛГОРИТМА САМОНАСТРОЙКИ ДЛЯ АДАПТИВНОГО УСТРОЙСТВА КОГЕРЕНТНОГО НАКОПЛЕНИЯ ОТРАЖЕННОГО СИГНАЛА В ПРИЕМНОМ УСТРОЙСТВЕ РАДИОЛОКАТОРА ОБЗОРА

С.А. ГАБЕЦ, С.Ю. СЕДЫШЕВ

Военная академия Республики Беларусь  
Минск-57, 220057, Беларусь

Поступила в редакцию 16 ноября 2015

Представлены результаты анализа адаптивных алгоритмов различных классов для самонастройки адаптивного устройства когерентного накопления отраженного сигнала. Рассмотрены основные показатели их качества. Рассчитаны доверительные интервалы оценки коэффициента корреляции сигнала адаптивным решетчатым RLS-алгоритмом для различных длин выборки.

*Ключевые слова:* отраженный сигнал, адаптивный алгоритм, коэффициент корреляции, решетчатый фильтр.

### Введение

Корреляционные характеристики отраженного сигнала влияют на эффективность радиолокационного приемника на этапе междупериодной обработки [1, 2]. В существующих радиолокационных приемниках применяются устройства когерентного и некогерентного накопления с фиксированными настройками, из-за чего, в общем случае, их потенциальная эффективность не достигается. Ухудшение эффективности накопителя с фиксированными параметрами связано с возможным различием корреляционных характеристик отраженного сигнала и настройками устройства, что, в свою очередь, приводит к уменьшению дальности обнаружения воздушного объекта до 25 % в зависимости от типа цели и погодных условий [2]. Задачу приближения показателей качества реального обнаружителя к потенциальным значениям возможно решить с помощью применения адаптивных к корреляционным свойствам сигнала алгоритмов обработки.

Решение задачи адаптивного накопления сигнала заключается в оценке его корреляционных свойств для вычисления оптимального времени когерентного накопления отраженного сигнала (КН ОС). Это позволяет управлять шириной полосы пропускания фильтра когерентного накопления (ФКН), максимизируя тем самым отношение сигнал/помеха (ОСП). Кроме того, адаптивный когерентный накопитель позволяет производить оценку частоты Доплера отраженного сигнала. Оставшееся время в рамках времени наблюдения отраженного сигнала (ОС) используется для его некогерентного накопления с целью оптимизации предпороговой статистики и получения наилучших характеристик обнаружения радиолокационного приемника [1, 2].

При выборе адаптивного алгоритма основным критерием является точность определения весовых коэффициентов фильтра когерентного накопления, так как ошибки самонастройки снижают эффективность радиолокационного обнаружителя в целом. Повысить точность адаптивных алгоритмов возможно за счет снижения скорости сходимости процесса адаптации [3, 4]. Вместе с этим снижение скорости сходимости процесса адаптации также приводит к снижению эффективности радиолокационного обнаружителя из-за ограниченности времени наблюдения цели.

Существуют разнообразные алгоритмы адаптации к корреляционным свойствам сигнала, что дает возможность разработчикам радиоэлектронной аппаратуры принимать компромиссные решения между вычислительной сложностью и эффективностью при их использовании. Необходимость адаптации следует из решения задачи оптимальной винеровской фильтрации, которая заключается в минимизации рабочей функции фильтра, реализованного с помощью линейного сумматора [3]. Это решение зависит от корреляционной матрицы вектора входных сигналов и вектора взаимной корреляции входного сигнала и требуемого отклика. На практике корреляционная матрица и вектор взаимной корреляции, как правило, неизвестны. Из вариантов их оценивания получают адаптивные алгоритмы.

Прообразами большинства адаптивных алгоритмов служат: алгоритм наискорейшего спуска, алгоритм Ньютона и алгоритм по критерию наименьших квадратов [3, 4]. По методу минимизации рабочей функции адаптивные алгоритмы можно разделить на три группы. Ярким представителем первой группы является алгоритм по критерию наименьшего среднего квадрата, или LMS-алгоритм (Least Mean Square), прообразом которого служит алгоритм наискорейшего спуска. Из второй группы (прообразы алгоритма Ньютона) выделяется нормализованный алгоритм по критерию наименьшего среднего квадрата, или NLMS-алгоритм (Normalized Least Mean Square). Алгоритм по критерию наименьшего среднего квадрата послужил началом развития рекурсивных адаптивных алгоритмов, одним из которых является рекурсивный алгоритм по критерию наименьших квадратов, основанный на минимизации среднеквадратического значения ошибок между полезным откликом и выходным сигналом адаптивного линейного сумматора – RLS-алгоритм (Recursive Least Square). Среди RLS-алгоритмов стоит выделить класс быстрых лестничных RLS-алгоритмов. Эти алгоритмы получили название лестничные (ladder) из-за структуры процедур вычисления ошибок линейного предсказания и моделирования обрабатываемых сигналов. Другое широко используемое название таких алгоритмов – это «решетчатые» (lattice). Так как существует огромное количество различных вариантов адаптивных алгоритмов и их модификаций, в данной статье рассматриваются по одному из основных представителей алгоритмов обобщенных групп.

### Основная часть

Процесс адаптации заключается в коррекции весовых коэффициентов адаптивного линейного сумматора, алгоритм работы которого в векторном виде описывается выражением (1). В качестве требуемого отклика адаптивного алгоритма используется наблюдаемый сигнал, а в качестве вектора входного сигнала – задержанные на период дискретизации (период повторения зондирующего сигнала  $T_n$ ) отсчеты наблюдаемого сигнала:

$$\varepsilon_k = x_k - y_k = x_k - \mathbf{w}_{k-1}^H \mathbf{x}_k, \quad (1)$$

где  $\varepsilon_k$  – разностный сигнал ошибки, используемый для настройки весовых коэффициентов;  $x_k$  – входной сигнал адаптивного устройства когерентного накопления (требуемый отклик адаптивного линейного сумматора);  $y_k$  – выходной сигнал адаптивного линейного сумматора;

$\mathbf{w}_k = [w_{1,k}, w_{2,k} \dots w_{N,k}]^T$  – вектор настраиваемых весовых коэффициентов;

$\mathbf{x}_k = [x_{k-1}, x_{k-2} \dots x_{k-N}]^T$  – вектор входного сигнала адаптивного линейного сумматора;  $H$  – знак операции эрмитового сопряжения;  $N$  – порядок адаптивного фильтра когерентного накопления;  $k$  – номер отсчета дискретного входного сигнала (номер периода зондирования), или номер итерации процесса адаптивной обработки сигнала.

Процесс коррекции весовых коэффициентов согласно LMS-алгоритму описывается выражением

$$\mathbf{w}_k = \mathbf{w}_{k-1} + \mu \mathbf{x}_k \varepsilon_k^*, \quad (2)$$

где  $\mu$  – параметр, определяющий устойчивость и скорость сходимости процесса адаптации, выбирается из условия

$$0 < \mu < \frac{1}{N\sigma_x^2}, \quad (3)$$

где  $\sigma_x^2$  – дисперсия вектора входного сигнала.

Коррекция весовых коэффициентов в NLMS-алгоритме представлена выражением

$$\mathbf{w}_k = \mathbf{w}_{k-1} + \frac{\hat{\mu}}{\mathbf{x}_k^H \mathbf{x}_k + \delta^2} \mathbf{x}_k \varepsilon_k^*, \quad (4)$$

где  $\hat{\mu}$  – нормализованный параметр, определяющий устойчивость и скорость сходимости процесса адаптации, определяется неравенством  $0 < \hat{\mu} < 1$ ;  $\delta^2 \geq 0,01\sigma_x^2$  – параметр регуляризации, предназначенный для улучшения обращения мгновенной оценки корреляционной матрицы вектора входного сигнала  $\mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H$  в случае ее плохой обусловленности.

Представленные выражениями (2) и (4) адаптивные алгоритмы относятся к простым градиентным алгоритмам, а RLS-алгоритм к сложным, и записываются следующими выражениями:

$$\mathbf{g}_k = \frac{\mathbf{R}_{Nk-1}^{-1} \mathbf{x}_k}{\lambda + \mathbf{x}_k^H \mathbf{R}_{Nk-1}^{-1} \mathbf{x}_k}, \quad (5)$$

$$\mathbf{R}_{Nk}^{-1} = \lambda \left[ \mathbf{R}_{Nk-1}^{-1} - \mathbf{g}_k \mathbf{x}_k^H \mathbf{R}_{Nk-1}^{-1} \right], \quad (6)$$

$$\mathbf{w}_k = \mathbf{w}_{k-1} + \mathbf{g}_k \varepsilon_k^*, \quad (7)$$

где  $\mathbf{g}_k$  – вектор коэффициентов Калмана;  $\mathbf{R}_{Nk}^{-1}$  – оценка обратной корреляционной матрицы вектора входного сигнала на  $k$ -й итерации обработки;  $\lambda$  – параметр экспоненциального взвешивания или параметр «забывания», определяется как  $(1 - 0,4/N) \leq \lambda \leq 1$ .

Современные решетчатые алгоритмы основываются на методе максимизации энтропии, предложенного Джоном Бергом в 1967 году для получения спектральных оценок. Процедура оценивания, основанная на этом методе, дает более высокую разрешающую способность при ограниченной априорной информации о сигнале. Высокая разрешающая способность достигается за счет продолжения корреляционной функции за пределы интервала, на котором она известна [5].

Разностный сигнал ошибки решетчатого RLS-алгоритма можно представить в векторном виде [5]:

$$\varepsilon_N = \mathbf{a}_N^T \mathbf{x}_N, \quad (8)$$

где  $\mathbf{a}_N = [1, a_{N,1}, a_{N,2}, \dots, a_{N,N}]^T$  – коэффициенты отражения решетчатого фильтра порядка  $N$  связаны обратной корреляционной матрицей входного сигнала с помощью выражения [5]

$$\mathbf{a}_N = \mathbf{R}_N^{-1} \begin{bmatrix} P_N \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где  $P_N = E[\varepsilon_N^2]$  – мощность разностного сигнала ошибки,  $E[\bullet]$  – математическое ожидание.

Если обратную корреляционную матрицу входного сигнала представить как

$$\mathbf{R}_N^{-1} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{21} & \cdots & z_{1N} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ z_{N1} & z_{N2} & \cdots & z_{NN} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

то коэффициенты отражения решетчатого фильтра можно записать в виде:

$$\mathbf{a}_N = \left[ 1, \frac{z_{21}}{z_{11}}, \frac{z_{31}}{z_{11}}, \dots, \frac{z_{N1}}{z_{11}} \right]. \quad (11)$$

Способы нахождения коэффициентов отражения  $\mathbf{a}_N$  определяют вид решетчатого фильтра [4]. Решетчатый RLS-алгоритм, представленный в [4], не имеет векторных вычислений, из-за чего, на первый взгляд, имеет большую арифметическую сложность [4], но вычислительная сложность этого алгоритма ниже, чем у RLS-алгоритма, описанного выражениями (5)–(7).

При решении задачи накопления сигнала скорость сходимости и точность представленных выше адаптивных алгоритмов возможно оценить с помощью моделирования процесса оценки корреляционных характеристик сигнала. При междупериодном накоплении сигнала с адаптивным перераспределением времен когерентного и некогерентного накопления, как показано в [1, 2], достаточной является оценка коэффициента междупериодной корреляции сигнала. По этой оценке будет происходить сравнение адаптивных алгоритмов. Модель входного сигнала можно представить в виде междупериодных отсчетов комплексного коррелированного стационарного случайного процесса с экспоненциальной корреляционной функцией [1, 2, 6]. Входной сигнал и его характеристики представлены на рис. 1.

Задаваемые параметры входного сигнала: аппроксимация корреляционной функции – экспоненциальная (рис. 1, б); период повторения  $T_{\Pi} = 2$  мс; частота Доплера  $F_{Дс} = 250$  Гц; число отсчетов сигнала  $L = 200$ ; коэффициент междупериодной корреляции  $r_c = 0,95$ ; время междупериодной корреляции  $\tau_c = 0,039$  с; ширина спектра междупериодных флуктуаций  $\Delta F_c = 12,8$  Гц; амплитуда сигнала 0,707, что соответствует СКО гауссовского закона распределения ( $\sigma_x = 0,707$ ), показанного на рис. 1, з.

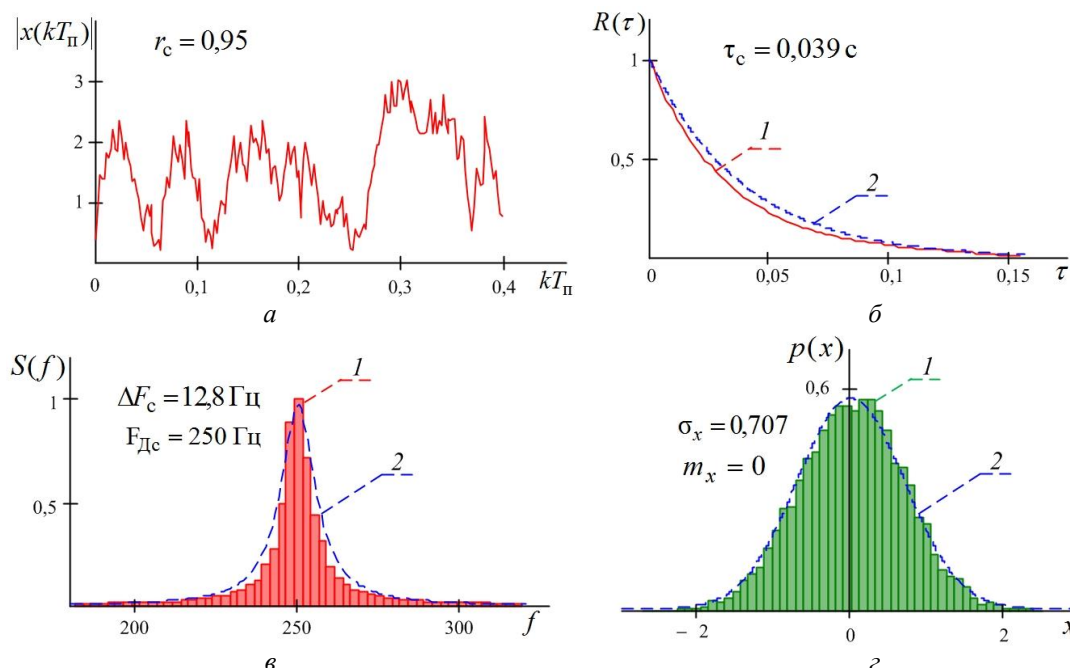


Рис. 1. Входной сигнал и его статические характеристики: модуль комплексного стационарного коррелированного процесса (а); нормированная корреляционная функция (б); нормированный энергетический спектр (в); закон распределения (г): 1 – найденная характеристика сигнала; 2 – задаваемая характеристика сигнала

Результаты оценки коэффициента междупериодной корреляции сигнала ( $\hat{r}_c$ ) при моделировании процесса адаптивной фильтрации входного воздействия (рис. 1, а) представленными выше алгоритмами показаны на рис. 2.

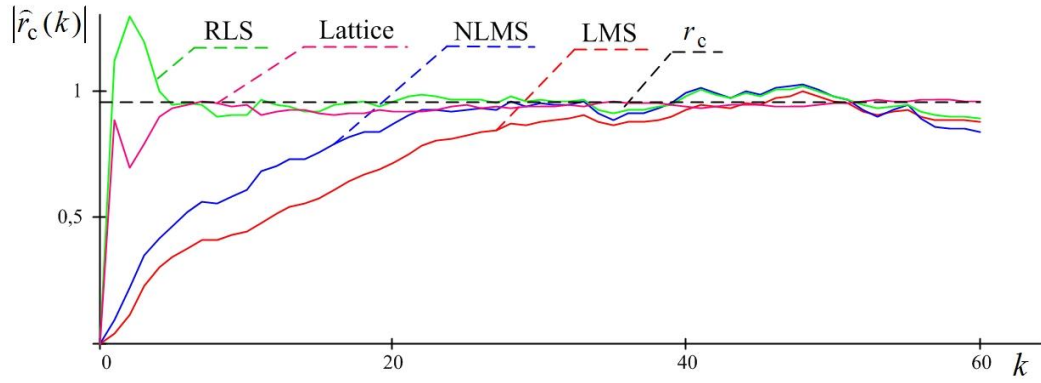


Рис. 2. Оценочное значение коэффициента междупериодной корреляции

Из рис. 2 видно, что скорость сходимости процесса адаптации рекурсивных алгоритмов выше чем нерекурсивных, что подтверждает [2, 3]. Показатели скорости сходимости процесса адаптации представлены в табл. 1. Параметры адаптивных алгоритмов выбирались из соображений минимизации ошибки оценки коэффициента междупериодной корреляции с максимально возможной скоростью сходимости.

Таблица 1. Показатели скорости сходимости процесса адаптации

Алгоритм	LMS	NLMS	RLS	Lattice
Количество итераций	30	20	5	5

Кроме того, из полученных результатов моделирования возможно узнать точность оценки коэффициента междупериодной корреляции. Оценка ошибок производилась по методике, представленной в [7], результаты расчета ошибок, с учетом исключения переходных процессов, представлены в табл. 2. Нормированная стандартная ошибка ( $\varepsilon_r$ ), ошибка смещения ( $\varepsilon_b$ ) и среднеквадратическая ошибка ( $\varepsilon$ ) рассчитывались с помощью выражений [6]:

$$\varepsilon_r = \frac{\sqrt{E[\hat{r}_c^2] - E^2[\hat{r}_c]}}{r_c}, \quad (12)$$

$$\varepsilon_b = \frac{E[\hat{r}_c]}{r_c} - 1, \quad (13)$$

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{E[(\hat{r}_c - r_c)^2]}}{r_c}. \quad (14)$$

Таблица 2. Ошибки оценки коэффициента междупериодной корреляции

Алгоритм	LMS	NLMS	RLS	Lattice
Математическое ожидание ( $E[\hat{r}_c]$ )	0,907	0,91	0,938	0,949
Стандартная ошибка ( $\varepsilon_r$ )	0,048	0,07	0,035	0,014
Ошибка смещения ( $\varepsilon_b$ )	-0,036	-0,032	-0,003	-0,0005
Среднеквадратическая ошибка ( $\varepsilon$ )	0,06	0,077	0,035	0,015

Из табл. 2 видно, что решетчатый (Lattice) алгоритм обладает лучшей точностью и высокой скоростью сходимости процесса адаптации (см. табл. 1), чем рассмотренные алгоритмы. Кроме того, решетчатый RLS-алгоритм, благодаря ортогональности вычислений ошибок предсказания и моделирования, имеет и высокую устойчивость [4].

Рассмотрим точность оценки коэффициента корреляции решетчатым RLS-алгоритмом. Для расчета доверительных интервалов оценки коэффициента междупериодной корреляции строился закон распределения оценочного значения коэффициента междупериодной корреляции с помощью гистограммы. При построении гистограммы размер выборки ( $x(k)$ ) равен 1000, нормированная гистограмма представлена на рис. 3.

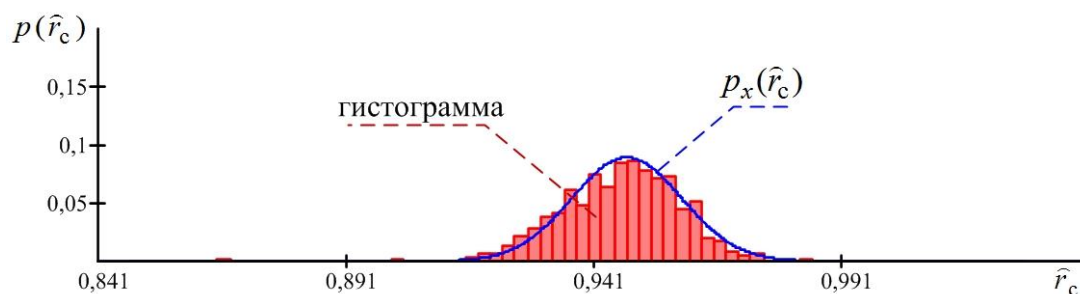


Рис. 3. Нормированная гистограмма оценки коэффициента междупериодной корреляции

Огибающая  $p_x(\hat{r}_c)$  представляет собой гауссовский закон распределения [7, 8], так как ошибка смещения пренебрежительно мала  $\varepsilon_b = -0,00067$ , а среднеквадратическая ошибка  $\varepsilon = 0,012 < 0,2$  [7]:

$$p_x(\hat{r}_c) = \frac{1}{\varepsilon r_c \sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-(\hat{r}_c - r_c)^2}{2(\varepsilon r_c)^2}\right). \quad (15)$$

Из рис. 3 видно, что закон распределения ошибки оценивания коэффициента междупериодной корреляции возможно считать гауссовским, что позволяет использовать выражения (16) для расчета доверительных интервалов с заданной доверительной вероятностью 0,95 [7]:

$$\frac{\hat{r}_c}{1+2\varepsilon} \leq r_c \leq \frac{\hat{r}_c}{1-2\varepsilon}. \quad (16)$$

Практический интерес вызывает зависимость ширины доверительного интервала и ошибок оценивания коэффициента междупериодной корреляции от длины выборки (числа отраженных сигналов за время наблюдения). Результаты расчета точностных характеристик адаптивного решетчатого RLS-алгоритма при  $r_c = 0,95$  представлены в табл. 3.

Таблица 3. Точностные характеристики адаптивного решетчатого RLS-алгоритма

Длина выборки ( $L$ )	Математическое ожидание	Среднеквадратическая ошибка	Доверительный интервал
15	0,919	0,038	$0,854 \leq r_c \leq 0,993$
20	0,946	0,025	$0,901 \leq r_c \leq 0,996$
30	0,953	0,021	$0,915 \leq r_c \leq 0,996$
40	0,953	0,018	$0,92 \leq r_c \leq 0,989$
60	0,955	0,016	$0,926 \leq r_c \leq 0,987$
100	0,959	0,015	$0,932 \leq r_c \leq 0,989$
150	0,954	0,015	$0,926 \leq r_c \leq 0,983$
200	0,949	0,015	$0,921 \leq r_c \leq 0,979$
500	0,949	0,012	$0,926 \leq r_c \leq 0,973$
1000	0,949	0,012	$0,927 \leq r_c \leq 0,972$

Из табл. 3 видно, что при увеличении длины выборки  $L$  среднеквадратическая ошибка  $\varepsilon$  уменьшается, что приводит к сужению доверительного интервала. Среднеквадратическая ошибка составляет сотые доли истинного коэффициента корреляции и математическое ожидание оценочного коэффициента корреляции приближается к истинному при короткой длине выборки  $L \geq 20$ . Это значит, что наиболее эффективным будет применение адаптивного устройства когерентного накопления отраженного сигнала в приемном устройстве радиолокатора с временем наблюдения цели более 20 периодов зондирования.

## Заключение

При выборе адаптивного алгоритма самонастройки устройств когерентного и некогерентного накопления наиболее важным параметром является точность оценки коэффициента междупериодной корреляции отраженного сигнала. Высокую точность имеют рекурсивные адаптивные алгоритмы с решетчатой структурой вычислений (адаптивные решетчатые RLS-алгоритмы), что видно из табл. 2 и 3.

Адаптивные RLS-алгоритмы относятся к классу быстрых, благодаря относительно невысокой вычислительной сложности. Высокая устойчивость таких алгоритмов обеспечивается ортогональностью процедур вычисления ошибок линейного предсказания и моделирования. При высокой точности адаптивные рекурсивные алгоритмы имеют высокую скорость сходимости процесса адаптации, что видно из рис. 1 и табл. 3.

Ошибка оценки коэффициента междупериодной корреляции адаптивным алгоритмом имеет гауссовское распределение (рис. 2), что упрощает процесс расчета доверительных интервалов оценки. Среднеквадратические ошибки и доверительные интервалы с вероятностью 0,95 приведены в табл. 3. Из таблицы видно, что если в радиолокаторе число отраженных сигналов за время наблюдения цели не менее 20, то применение адаптивных алгоритмов на этапе междупериодной обработки позволяет увеличить эффективность радиолокационного приемника.

Полученные результаты позволяют применять адаптивный решетчатый алгоритм в качестве алгоритма самонастройки адаптивного устройства когерентного накопления отраженного сигнала в приемном устройстве радиолокатора обзора. Впервые предложен адаптивный решетчатый алгоритм для организации этапа адаптивного когерентного накопления в радиолокационном тракте междупериодной обработки сигнала.

## CHOICE OF SELF-ADJUSTMENT ALGORITHM FOR THE ADAPTIVE DEVICE OF COHERENT ACCUMULATION OF THE REFLECTED SIGNAL IN THE RADAR INTAKE

S.A. GABETS, S.U. SEDYSHEV

### Abstract

The results of the analysis of various classes adaptive algorithms for self-adjustment of adaptive device of reflected signal coherent accumulation are presented. The basic indicators of their quality are considered. Confidential intervals of an estimation of signal's correlation factor by adaptive trellised RLS-algorithm for various sample's lengths are calculated.

*Keywords:* reflected signal, adaptive algorithm, correlation coefficient, lattice filter.

### Список литературы

1. Охрименко А. Е. Основы радиолокации и РЭБ. Ч. 1. Основы радиолокации. М., 1983.
2. Габец С. А., Седышев С. Ю. // Вестн. Воен. акад. Респ. Беларусь. 2014. № 1 (42). С. 81–87.
3. Видроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов. Пер. с англ. М., 1989.
4. Джиган В. И. Адаптивная фильтрация сигналов: теория и практика. М., 2013.
5. Монзинго Р. А., Миллер Т. А. Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию. М., 1986.
6. Быков В. В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. М., 2012.
7. Бендат Дж., Пирсон А. Прикладной анализ случайных данных. Пер. с англ. М., 1989.
8. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М., 2005.