УДК 621.396.96

ОСОБЕННОСТИ РАБОТЫ АЛГОРИТМА АНСЦЕНТНОГО ФИЛЬТРА КАЛМАНА ПРИ НАБЛЮДЕНИИ ОБЪЕКТОВ В ПОЛЯРНЫХ КООРДИНАТАХ

П.А. ХМАРСКИЙ, А.С. СОЛОНАР

Военная академия Республики Беларусь
Минск, 220057, Беларусь

Поступила в редакцию 27 сентября 2012

Рассмотрены идея ансцентного преобразования, особенности построения ансцентного фильтра Калмана. Представлены пример реализации ансцентного фильтра Калмана при наблюдении объектов в полярных координатах, сопоставительный анализ результатов фильтрации ансцентного фильтра Калмана и фильтра Калмана при косвенных измерениях.

Ключевые слова: сопровождение летательных аппаратов, фильтр Калмана при косвенных измерениях (Extended Kalman filter), нелинейная фильтрация, многоточечная аппроксимация, ансцентное преобразование, ансцентный фильтр Калмана (Unscented Kalman filter).

Введение

В основе калмановской фильтрации (КФ) лежат два основных принципа [1]: фильтруемый процесс должен быть гауссовско-марковским; все преобразования над процессом должны быть линейными. Эти принципы требуют, чтобы функции экстраполяции (перехода системы от интервала наблюдения к следующему интервалу) и пересчета вектора состояния в систему координат вектора наблюдения были линейными. Для большинства практических задач подобные требования не выполняются.

Широкое использование КФ стало возможным после работы Шмидта [2]. Он предложил использовать метод линеаризации, позволяющий заменить нелинейные функции экстраполяции и пересчета на линейные в некоторой дельта-окрестности. Для этого нелинейные функции раскладываются в ряд Тейлора, из которого используется только первый член [3]. В зарубежной литературе фильтр, реализующий данный метод, обозначается как Extended Kalman filter (EKF), а в отечественной – фильтр Калмана при косвенных измерениях (ФК) [4].

Однако для ряда задач метод линеаризации не подходит, т.к. могут возникнуть значительные ошибки аппроксимации. Известен целый ряд альтернатив этому методу, одной из которых является ансцетное преобразование (АП), предложенное оксфордскими учеными Джулье С. и Ульманом Д. в 1996 году [5]. В основе АП лежит численный алгоритм определения нескольких начальных моментов многомерной плотности вероятности (МПВ) случайной величины после нелинейного преобразования над ней. Для этого МПВ до преобразования описывается детерминированным набором сигма-точек, позволяющим однозначно восстановить по нему значения необходимых начальных моментов МПВ. Главным требованием к преобразуемой МПВ является ее симметричность и унимодальность. Алгоритм фильтрации, синтезированный с использованием АП, получил название ансцентного фильтра Калмана (АФК).

Целями статьи являются: рассмотрение идеи ансцентного преобразования, особенностей построения ансцентного фильтра Калмана и примера реализации ансцентного фильтра Калмана при наблюдении полярных координат; сопоставительный анализ результатов фильтрации ансцентного фильтра Калмана и фильтра Калмана при косвенных измерениях [6].

Постановка задачи

Начальные условия. Будем считать, что в вектор наблюдаемых параметров $\boldsymbol{\theta}$ входят разовые оценки радиальной дальности r и азимута β от двухкоординатной радиолокационной станции (РЛС) кругового обзора. Ошибки наблюдения некоррелированные и характеризуются корреляционной матрицей ошибок измерения:

$$\mathbf{R}_\theta = \begin{Vmatrix} \sigma_r^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\beta^2 \end{Vmatrix},$$

где σ_r, σ_β – СКО гауссовских ошибок наблюдения радиальной дальности и азимута.

Интервал обновления данных равен T. Наблюдается аэродинамический летательный аппарат (ЛА), который летит с постоянной скоростью. В вектор состояния $\boldsymbol{\alpha} = \begin{Vmatrix} x & V_x & z & V_z \end{Vmatrix}^{\mathrm{T}}$ входят разовые оценки прямоугольных координат x (направление на север), z (на восток) и скоростей их изменения.

Задачи: 1) рассмотреть ансцентное преобразование; 2) рассмотреть особенности расчетов и построений АФК при наблюдении полярных координат и фильтрации прямоугольных координат; 3) методами математического моделирования провести сопоставление суммарных ошибок измерения местоположения ЛА для АФК и ФК [6].

Ансцентное преобразование

В отличие от метода линеаризации, в АП используется предположение, что проще аппроксимировать МПВ, чем аппроксимировать нелинейную функцию преобразования [5]. Данный метод несколько подобен методам Монте-Карло [4, 7], однако есть важное отличие. Выборки случайных отсчетов формируются не случайным образом, а по детерминированному алгоритму, а информация о моментах МПВ может быть получена относительно малым числом точек для любого симметричного унимодального закона распределения. Пример использования АП проиллюстрирован на рисунке.

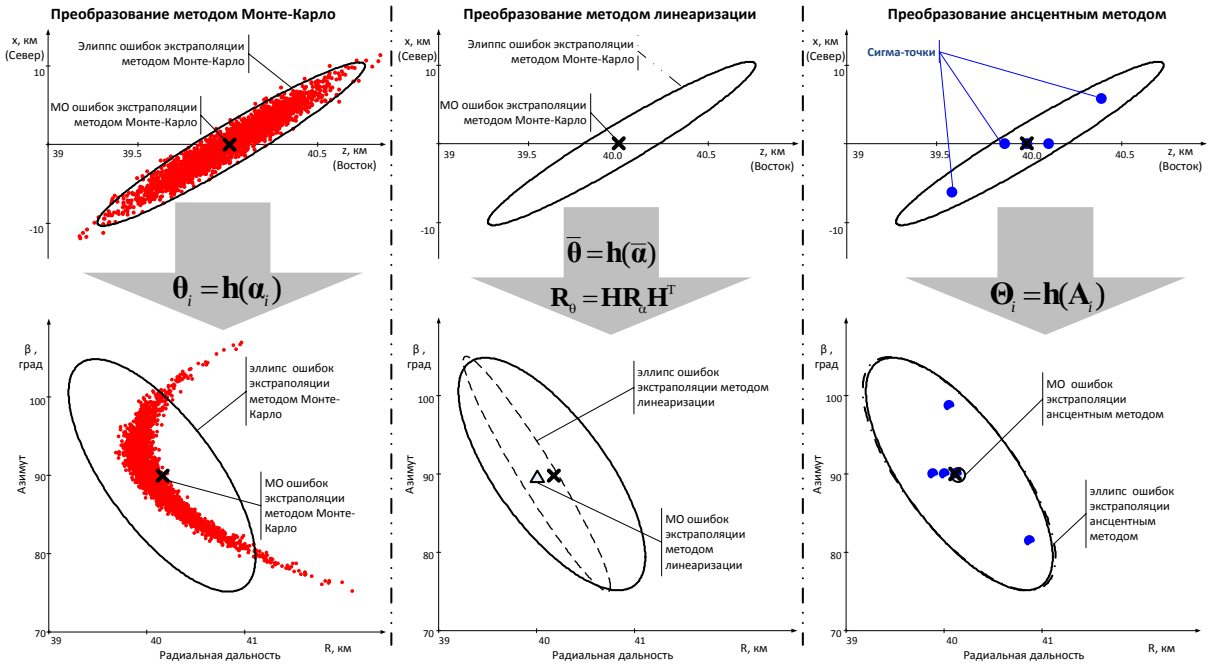

Рис. 1. Демонстрация точности работы метода линеаризации и метода АП.

На рис. 1 изображено искажение двумерной гауссовской плотности вероятности (ПВ) при переходе из прямоугольной системы координат в полярную. Взаимосвязь между координатами осуществляется при помощи нелинейной вектор-функции $\mathbf{h}(\bullet)$:

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{Vmatrix} r \\ \beta \end{Vmatrix} = \mathbf{h}(\boldsymbol{\alpha}) = \mathbf{h}\left(\begin{Vmatrix} x \\ V_x \\ z \\ V_z \end{Vmatrix}\right) = \begin{Vmatrix} \sqrt{x^2 + z^2} \\ \mathrm{arctg}(z/x)+(\pi/2)[2\text{-}\mathrm{sgn}(x)\text{-}\mathrm{sgn}(x)\mathrm{sgn}(z)] \end{Vmatrix}. \quad (1)$$

Неискаженная оценка математического ожидания (МО) и корреляционной матрицы (КМ) преобразованной ПВ производится методом Монте-Карло, для чего генерируется 10000 случайных отсчетов в прямоугольной системе координат, распределенных по гауссовскому закону с заданными МО и КМ. После генерации осуществляется нелинейное преобразование (1) над каждым отсчетом. По получившейся выборке случайных отсчетов в полярной системе координат оцениваются параметры преобразованной ПВ. Данный подход демонстрируется в левой части рис. 1, где наблюдается явное искажение исходной ПВ при переходе в полярную систему координат.

В средней части рисунка представлены оценки методом линеаризации. В данном методе МО $\bar{\boldsymbol{\theta}}$ в полярной системе координат определяется прямым преобразованием МО $\bar{\boldsymbol{\alpha}}$ в прямоугольной системе координат через выражение (1). Связь между КМ в прямоугольной системе координат $\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}}$ и КМ в полярной системе координат $\mathbf{R}_{\theta}$ определяется соотношением [3]:

$\mathbf{R}_{\theta} = \mathbf{H}\mathbf{R}_{\boldsymbol{\alpha}}\mathbf{H}^{\mathrm{T}}$, где $\mathbf{H}$ – матрица статического пересчета:

$$\mathbf{H} = \left\| \partial \mathbf{h}^{(i)}(\boldsymbol{\alpha}) / \partial \boldsymbol{\alpha}^{(j)} \right\| = \begin{Vmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) & 0 \\ \sin(\beta)/r & 0 & -\cos(\beta)/r & 0 \end{Vmatrix};$$

где i – номер строки вектор-функции $\mathbf{h}(\cdot)$, $i = (0, \ldots, n_{\theta} - 1)$, n_{θ} – размерность $\boldsymbol{\theta}$; j – номер элемента вектора состояния $\boldsymbol{\alpha}$, $j = (0, \ldots, n_{\alpha} - 1)$, n_{α} – размерность $\boldsymbol{\alpha}$.

На рис. 1 заметно явное отклонение оценки МО и значительное отклонение эллипса ошибок экстраполяции (который описывается соответствующей КМ) от истинного значения. Таким образом, для представленного примера метод линеаризации не подходит.

Правая часть рис. 1 демонстрирует оценки моментов ПВ методом АП. Взвешенный набор сигма-точек выбран таким образом, что они однозначно определяют МО и КМ исходной ПВ (верхняя часть рисунка). Нелинейное преобразование (1) применено к каждой точке поочередно, что позволяет получить совокупность сигма-точек в полярной системе координат. По этой совокупности вычисляются параметры преобразованной ПВ. Как видно из рисунка (нижняя часть), точность определения МО и эллипса ошибок экстраполяции достаточно высока по сравнению с методом линеаризации.

Ансцентное преобразование является численным алгоритмом и подразумевает последовательное выполнение операций [5]:

– формирование набора сигма-точек, однозначно описывающего моменты исходной ПВ;

– поочередное применение к каждой сигма-точке нелинейного функционального преобразования;

– вычисление моментов преобразованной ПВ как результата взвешенной суммы преобразованных сигма-точек.

Для формирования детерминированного набора из L сигма-точек необходимо знать МО $\bar{\boldsymbol{\alpha}}$ вектора состояния и КМ $\mathbf{R}$. Число точек L=2n+1 определяется размерностью вектора состояния n. Каждой i-ой сигма-точке ($i \in 0...2n$) соответствует вес W_i, причем должно выполняться условие $\sum_{i=0}^{2n} W_i = 1$. Координаты точки с нулевым номером определяются $\bar{\boldsymbol{\alpha}}$, а вес – масштабируемым коэффициентом λ: $\mathbf{A}_0 = \bar{\boldsymbol{\alpha}}$, $W_0 = \dfrac{\lambda}{n+\lambda}$, i=0.

В основе определения координат других точек лежит вычисление их отклонений относительно МО $\bar{\boldsymbol{\alpha}}$. Отклонение сигма-точек определяется как i-ый столбец (или строка) взвешен-

ной матрицы $\sqrt{(n+\lambda)\mathbf{R}}$. С учетом симметричности отклонений, координаты сигма-точек и их веса определяются из выражений:

$$\mathbf{A}_i = \bar{\boldsymbol{\alpha}} + \left(\sqrt{(n+\lambda)\mathbf{R}}\right)_i,\ W_i = \frac{1}{2(n+\lambda)},\ i = 1\ldots n;$$

$$\mathbf{A}_i = \bar{\boldsymbol{\alpha}} - \left(\sqrt{(n+\lambda)\mathbf{R}}\right)_i,\ W_i = \frac{1}{2(n+\lambda)},\ i = n{+}1\ldots 2n;$$

которые гарантируют, что выполняется условие:

$$\mathbf{R} = \frac{1}{2(n+\lambda)}\sum_{i=1}^{2n}(\mathbf{A}_i - \bar{\boldsymbol{\alpha}})(\mathbf{A}_i - \bar{\boldsymbol{\alpha}})^{\mathrm{T}}.$$

После применения к каждой сигма-точке нелинейного функционального преобразования $\mathbf{h}(\bullet)$ получается набор точек в любой другой системе координат:

$$\boldsymbol{\Theta}_i = \mathbf{h}(\mathbf{A}_i),\ i = 0\ \ldots\ 2L.$$

При вычислении МО $\bar{\boldsymbol{\theta}}$, КМ $\mathbf{R}_{\theta\theta}$ преобразованной ПВ и взаимной КМ $\mathbf{R}_{\alpha\theta}$ векторов $\boldsymbol{\alpha}$ и $\boldsymbol{\theta}$ используются выражения:

$$\bar{\boldsymbol{\theta}} \approx \sum_{i=0}^{2n} W_i \boldsymbol{\Theta}_i,\ \mathbf{R}_{\theta\theta} \approx \sum_{i=0}^{2n} W_i(\boldsymbol{\Theta}_i - \bar{\boldsymbol{\theta}})(\boldsymbol{\Theta}_i - \bar{\boldsymbol{\theta}})^{\mathrm{T}},\ \mathbf{R}_{\alpha\theta} = \sum_{i=0}^{2n} W_i(\mathbf{A}_i - \bar{\boldsymbol{\alpha}})(\boldsymbol{\Theta}_i - \bar{\boldsymbol{\theta}})^{\mathrm{T}}.$$

Такие оценки МО и КМ точны вплоть до второго члена ряда Тейлора разложения нелинейной функции $\mathbf{h}(\bullet)$, а преобразование такого типа обозначается как АП 2-го порядка. Для минимизации ошибок, вносимых членами ряда Тейлора более высоких порядков чем 2, λ должен выбираться из эвристического правила: $\lambda+n=3$. Известен также алгоритм АП позволяющий получать, наряду с оценками МО и КМ, эксцесс преобразованной ПВ – АП 4-го порядка [5].

Таким образом, к основным достоинствам АП можно отнести: относительно небольшие вычислительные затраты [5]; достаточно высокую точность определения оценок МО и КМ по сравнению с методом линеаризации; возможность применять его к нелинейным преобразованиям включающим точки разрыва первого и второго рода, а также к не дифференцируемым функциям. К недостаткам относится ограниченная точность метода.

Алгоритм ансцентного фильтра Калмана

Ансцентный фильтр Калмана – это ФК, в котором для учета нелинейных преобразований (вектор-функции экстраполяции $\mathbf{b}(\bullet)$ и статического пересчета координат $\mathbf{h}(\bullet)$) используется АП. Структурная схема АФК изображена на рис. 2. Как и в ФК, оценка вектора состояния производится на основе взвешенной невязки оценки вектора наблюдаемых параметров и пересчитанного экстраполированного значения вектора состояния.

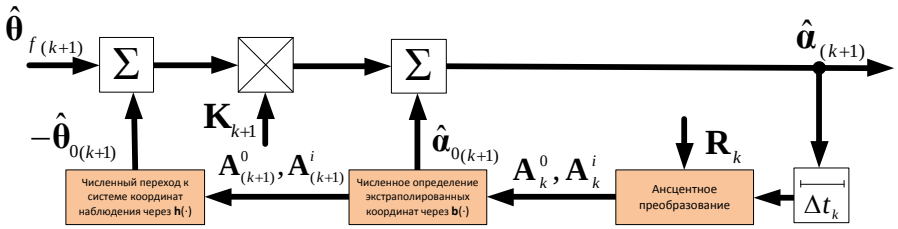

Рис. 2. Структурная схема ансцентного фильтра Калмана.

При практической реализации работу алгоритма АФК можно разбить на два основных этапа – этап экстраполяции, этап фильтрации.

Этап экстраполяции. Формируется набор из $(2n+1)$ сигма-точек из фильтрованного вектора состояния $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_k$ и матрицы ошибок фильтрации $\mathbf{R}_k$ на предыдущем наблюдении (k-ом шаге):

$$\mathbf{A}_k^0 = \hat{\boldsymbol{\alpha}}_k;\ \mathbf{A}_k^i = \hat{\boldsymbol{\alpha}}_k + \left(\sqrt{(n+\lambda)\mathbf{R}_k}\right)_i,\ i = 1...n;\ \mathbf{A}_k^i = \hat{\boldsymbol{\alpha}}_k - \left(\sqrt{(n+\lambda)\mathbf{R}_k}\right)_i,\ i = n+1,...,2n.$$

Каждая точка экстраполируется при помощи функции $\mathbf{b}(\bullet)$: $\mathbf{A}_{k+1}^i = \mathbf{b}(\mathbf{A}_{k+1}^i),\ i = 0...2n.$ По экстраполированным точкам определяются параметры экстраполированной ПВ – МО $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{0_{(k+1)}}$ и КМ $\mathbf{R}_{0_{(k+1)}}$:

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{0_{(k+1)}} = \sum_{i=0}^{2n} W_i \mathbf{A}_{k+1}^i,\ \mathbf{R}_{0_{(k+1)}} = \sum_{i=0}^{2n} W_i (\mathbf{A}_{k+1}^i - \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{0_{(k+1)}})(\mathbf{A}_{k+1}^i - \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{0_{(k+1)}})^{\mathrm{T}} + \mathbf{M},$$

где $\mathbf{M}$ – матрица случайного дискретного маневра, равная $\mathbf{M} = \mathbf{S}\mathbf{S}^{\mathrm{T}}\sigma_{\mathrm{M}}^2$; $\mathbf{S}$ – матрица пересчета случайных приращений вектора состояния; σ_{M}^2 – дисперсия случайного дискретного маневра ЛА.

Этап фильтрации. Полученные сигма-точки преобразуются с помощью вектор-функции наблюдения $\mathbf{h}(\bullet)$: $\boldsymbol{\Theta}_{k+1}^i = \mathbf{h}(\mathbf{A}_{(k+1)}^i),\ i = 0\ ...\ 2n$. По совокупности полученных точек определяются параметры преобразованной ПВ – МО $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{0_{(k+1)}}$, КМ $\mathbf{R}_{\theta\theta_{(k+1)}}$ и КМ $\mathbf{R}_{\alpha\theta_{(k+1)}}$:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{0_{(k+1)}} = \sum_{i=0}^{2n} W_i \boldsymbol{\Theta}_{k+1}^i,$$

$$\mathbf{R}_{\theta\theta_{(k+1)}} = \sum_{i=0}^{2n} W_i (\boldsymbol{\Theta}_{(k+1)}^i - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{0_{(k+1)}})(\boldsymbol{\Theta}_{(k+1)}^i - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{0_{(k+1)}})^{\mathrm{T}},\ \mathbf{R}_{\alpha\theta_{(k+1)}} = \sum_{i=0}^{2n} W_i (\mathbf{A}_{(k+1)}^i - \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{0_{(k+1)}})(\boldsymbol{\Theta}_{(k+1)}^i - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{0_{(k+1)}})^{\mathrm{T}}.$$

Матрица коэффициентов фильтрации $\mathbf{K}_{k+1}$, фильтрованный вектор состояния $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k+1)}$ и корреляционная матрица ошибок фильтрации $\mathbf{R}_{(k+1)}$ на (k+1)-ом шаге будут равны:

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{R}_{\alpha\theta_{(k+1)}} (\mathbf{R}_{\theta\theta_{(k+1)}})^{-1},\ \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{(k+1)} = \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{0_{(k+1)}} + \mathbf{K}_{(k+1)} (\hat{\boldsymbol{\theta}}_{f_{(k+1)}} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{0_{(k+1)}}),\ \mathbf{R}_{(k+1)} = \mathbf{R}_{0_{(k+1)}} - \mathbf{K}_{(k+1)} \mathbf{R}_{\theta\theta} \mathbf{K}_{(k+1)}^{\mathrm{T}}.$$

Результаты сопоставления ансцентного фильтра Калмана и фильтра Калмана при косвенных измерениях методом математического моделирования

Комплекс математического моделирования. Для проведения сопоставительного моделирования ошибок измерений АФК с ФК был разработан комплекс математического моделирования. Данный комплекс позволяет: сформировать входное воздействие в виде суммы задающего и возмущающего воздействий. Задающее воздействие представлено детерминированной полиномиальной моделью 1-го порядка и моделью случайного ускорения в виде некоррелированного гауссовского шума с нулевым математическим ожиданием и СКО случайного маневра σ_{M} равным 0,001 м/с^2. Возмущающее воздействие соответствовало ошибкам первичных измерений в двухкоординатной РЛС кругового обзора с периодом обзора 5 секунд. Вектор наблюдаемых параметров $\boldsymbol{\theta}$ включал разовые оценки радиальной дальности и азимута ЛА (СКО ошибок наблюдения равнялись σ_r =100 м, σ_β =2^0).

Показатели качества. За показатель качества модификаций фильтров было принято СКО суммарной ошибки измерения местоположения $\boldsymbol{\Delta}_\Sigma(k)$ и ее среднее значение $\overline{\Delta}_\Sigma$, которые на каждом обзоре вычислялись согласно выражению [8]:

$$\boldsymbol{\Delta}_\Sigma(k) = \sqrt{\frac{1}{N_{\exp}-1}\sum_{j=1}^{N_{\exp}}([x_{\mathrm{T}_j}(k) - x_{\mathrm{fil}_j}(k)]^2 + [z_{\mathrm{T}_j}(k) - z_{\mathrm{fil}_j}(k)]^2)},\ \overline{\Delta}_\Sigma = \frac{\sum_{k=1}^{N}\boldsymbol{\Delta}_\Sigma(k)}{N},$$

где $N_{\exp}$ – количество проведенных опытов (опыт – результат наблюдения всей траектории), j – номер опыта; $x_{\mathrm{T}_j}(k)$, $z_{\mathrm{T}_j}(k)$ – истинные значения координат ЛА, k – номер шага наблюдения; $x_{\mathrm{fil}_j}(k)$, $z_{\mathrm{fil}_j}(k)$ – фильтрованные значения координат; N – число измерений в одном опыте.

В ходе моделирования проведено 5000 опытов для каждого модельного эксперимента. Значение $\mathbf{\Delta}_{\Sigma}(k)$ нормировалось к СКО текущих оценок. Скорость ЛА задавалась постоянной и равнялась для всех модельных экспериментов 720 км/ч. Траектория была проложена перпендикулярно линии визирования (начальные значения курса α и азимута β равнялись 45°, 135°, соответственно), когда наблюдается максимальное влияние взаимной корреляции прямоугольных координат [6, 8]. Начальные значения радиальной дальности для различных модельных экспериментов составляли – 10 км, 30 км, 60 км и 100 км.

Полученные в ходе модельных экспериментов значения нормированных СКО суммарных ошибок измерения местоположения ЛА $\mathbf{\Delta}$ изображены на рис. 3, *а–г*, а значение $\overline{\Delta}_{\Sigma}$ для каждого опыта представлено в таблице.

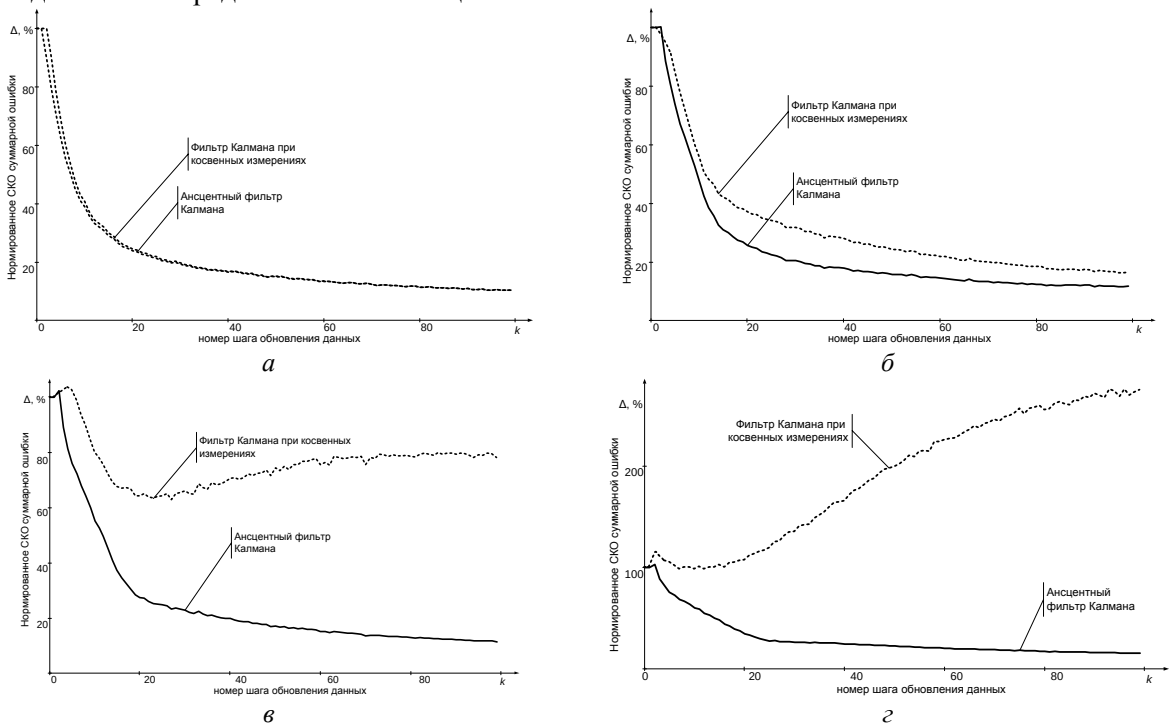

Рис. 3. Результаты сопоставительного моделирования.

Результаты математического моделирования

Среднее значение суммарной ошибки измерения	Модельный эксперимент 1, м	Модельный эксперимент 2, м	Модельный эксперимент 3, м	Модельный эксперимент 4, м
Разовая ошибка	1810	2130	2863	4035
Ансцентный фильтр Калмана	274,49	400,13	648,18	1158
Фильтр Калмана	270,49	555,78	2187,3	7893

Анализ рис. 3, *а–г* и данных таблицы показывает, что преимущества АФК по отношению к ФК выявляются при наблюдении ЛА по мере увеличения расстояния. Это связано с ростом степени искажения гауссовской ПВ при переходе из прямоугольной системы координат в полярную. Для условий модельного эксперимента 1 (рис.3, *а*) АФК и ФК имеют практически одинаковые (разница не более 2%) показатели качества. Увеличение дальности при проведении модельного эксперимента 2 (рис.3, *б*) привело к увеличению ошибок аппроксимации методом линеаризации, в результате выигрыш АФК относительно ФК составляет до 15%. Результаты проведения модельного эксперимента 3 (рис.3, *в*) демонстрируют дальнейшее увеличение ошибок аппроксимации методом линеаризации – для данных условий использование ФК нецелесообразно (проигрыш до 60%). Наконец, ошибки аппроксимации методом линеаризации в модельном эксперименте 4 (рис.3, *г*) привели для ФК к срыву сопровождения.

Заключение

Для ряда задач фильтрации метод линеаризации не подходит, так как могут возникнуть значительные ошибки аппроксимации по причине роста степени искажения гауссовской ПВ. Примером такого искажения является переход из прямоугольной системы координат в полярную. Одной из эффективных альтернатив методу линеаризации может выступать метод АП. В основе АП лежит численный алгоритм определения нескольких начальных моментов МПВ случайной величины после нелинейного преобразования над ней.

Результаты проведенных модельных экспериментов методом математического моделирования подтверждают значительное ухудшение качества оценки координат и параметров движения ЛА в ФК при увеличении дальности до цели. Это объясняется ростом ошибок аппроксимации методом линеаризации при пересчете экстраполированных координат из прямоугольной системы координат в полярную. Эти же модельные эксперименты подтвердили работоспособность АФК в различных условиях наблюдения.

FEATURES OF UNSCENTED KALMAN FILTER PERFORMANCE USING POLAR MEASUREMENTS

P.A. KHMARSKI, A.S. SOLONAR

Abstract

The principle of the unscented transformation and features of Unscented Kalman filter performance using polar measurement is considered. The estimation performance of Extended Kalman filter and Unscented Kalman Filter is compared.

Список литературы

1. *Kalman R.H., Bucy R.S.* // Trans. ASME, J. Basic Eng. 1961. № 83. P. 95–107.
2. *Schmidt S.F.* // Advanced Control Systems. 1966. № 3. P. 293–340.
3. *Худсон Д.* Статистика для физиков. Лекции по теории вероятности и элементарной статистики. М., 1970.
4. Радиоэлектронные системы: Основы построения и теория. Справочник / Под ред. Ширмана Я.Д. М., 2007.
5. *Julier S., Uhlmann J.* // IEEE Trans. on Automatic Control. 2000. Vol. 45. № 3. P. 477–482.
6. *Хмарский П.А., Солонар А.С.* // Докл. БГУИР. 2012. № 7. С. 47–53.
7. *Парахневич А.В., Солонар А.С., Горшков С.А.* // Докл. БГУИР. 2012. № 1. С 22–29.
8. *Фарина А., Студер Ф.* // Цифровая обработка радиолокационной информации. Сопровождение целей. М., 1993.