УДК 621.396.98

АНАЛИЗ ФРОНТА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ, СОЗДАВАЕМОЙ КОГЕРЕНТНЫМИ ИСТОЧНИКАМИ ИЗЛУЧЕНИЯ ИЗ ДВУХ ТОЧЕК ПРОСТРАНСТВА

А.А. ДЯТКО[1], С.М. КОСТРОМИЦКИЙ[2], П.Н. ШУМСКИЙ[3], И.Н. ДАВЫДЕНКО[4]

[1]*Белорусский государственный технологический университет, Республика Беларусь*

[2,3,4]*Республиканское научно-производственное унитарное предприятие «Центр радиотехники Национальной академии наук Беларуси», Республика Беларусь*

Поступила в редакцию 10 апреля 2018

Аннотация. В статье рассматривается анализ фазового фронта электромагнитной волны, создаваемой когерентными источниками излучения из двух точек пространства. Получены общие выражения, позволяющие оценить направления прихода волны в некоторую точку пространства, где расположен наблюдатель (угломерная система), в зависимости от параметров системы излучателей. Показано, что полученные соотношения для некоторых частных случаев совпадают с выражениями, представленными в известных публикациях по рассматриваемой тематике.

Ключевые слова: электромагнитная волна, фазовый фронт, когерентные источники излучения, угловые координаты.

Abstract. The front of electromagnetic wave generated by coherent sources of radiation from two points of space is analyzed in the article. General expressions are obtained that allow to estimate the directions of the arrival of the wave at a point in the space where the observer is situated (the angle-system), depending on the parameters of the radiators system. It is shown that the obtained relations for some particular cases coincide with the expressions presented in known publications on the subject under consideration.

Keywords: electromagnetic wave, phase front, coherent radiation sources, angular coordinates.

Doklady BGUIR. 2018, Vol. 116, No. 6, pp. 5-11
Analysis of the electromagnetic wave front
created by coherent sources of radiation from two points of space
A.A. Dyatko, S.M. Kostromitski, P.N. Shumski, I.N. Davydenko

Введение

Фазовый фронт электромагнитной волны, создаваемой несколькими (двумя или более) источниками когерентного излучения, имеет довольно сложную форму. Направление вектора нормали к этому фронту определяет направление распространения волны и идентифицируется пеленгатором с направлением на некоторый эквивалентный (виртуальный) источник излучения. При этом направление, определяемое пеленгатором, может ориентироваться в точку за пределами базы источников излучения [1–4].

Вопросы, связанные с анализом формы фазового фронта электромагнитной волны двух источников когерентного излучения и поведением угломерной системы в этой ситуации, рассматривались в ряде работ [1–4]. В отмеченных публикациях представлены разнообразные подходы к анализу работы угломерных систем в условиях двухточечного источника когерентного излучения. Однако отсутствие единого подхода затрудняет использование предлагаемых методов анализа для сравнения результатов при решении конкретных задач измерения угловых координат для этих условий.

Данная статья посвящена исследованию вопроса, связанного с формированием

фазового фронта электромагнитной волны системы двух когерентных излучателей в зависимости от параметров излучающей системы и влияния суммарного сигнала на угломерную систему.

Основная часть

Рассмотрим источник излучения O_1O_2, состоящий из двух излучателей электромагнитных волн O_1 и O_2, центр которого находится в начале декартовой системы координат XOY (рис. 1). На рис. 1 приняты следующие обозначения: P – точка приема электромагнитного излучения (точка наблюдения, в которой находится угломер); $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный из начала координат O в точку наблюдения P; $\vec{r}_1$ – радиус-вектор, проведенный из точки O_1 в точку наблюдения P; $\vec{r}_2$ – радиус-вектор, проведенный из точки O_2 в точку наблюдения P; φ – угловая координата точки P в полярной системе координат с началом в точке O; θ – угловая координата точки O_1 в полярной системе координат с началом в точке O; d – расстояние между точками O_1 и O_2 (база системы излучателей); α – угол, под которым из точки наблюдения P видна база O_1O_2; α_{O_2} – угловое положение источника излучения O_2 относительно направления $-\vec{r}$ при наблюдении из точки P.

Будем также полагать, что приемная антенна в точке P имеет всенаправленную диаграмму направленности.

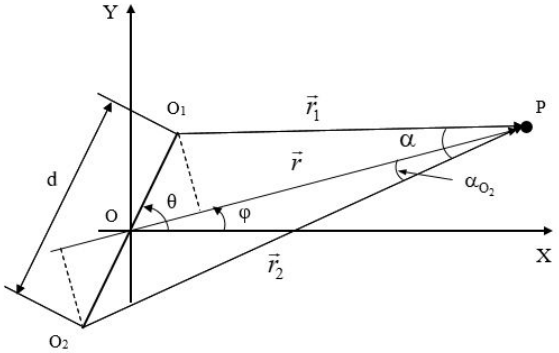

Рис. 1. Взаимное положение двухточечного источника излучения O_1O_2 и точки наблюдения P

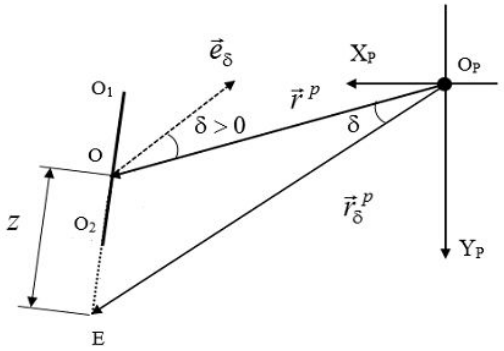

Рис. 2. Взаимное положение эквивалентного источника излучения E и системы координат, связанной с точкой наблюдения

Пусть $s_1'(t) = A_1' e^{i\omega_0 t}$ и $s_2'(t) = A_2' e^{i(\omega_0 t + \psi)}$ – сигналы, излученные из точек O_1 и O_2 соответственно. При этом A_1' и A_2' – амплитуды, ω_0 – частота, ψ – сдвиг фаз излучаемых сигналов.

Запишем выражение для сигнала в точке приема P:

$$s(t) = s_1(t) + s_2(t) = A_1 e^{i\omega_0 (t-\tau_1)} + A_2 e^{i[\omega_0 (t-\tau_2)+\psi]}, \qquad (1)$$

где A_1 и A_2 – амплитуды принятых сигналов; τ_1 и τ_2 – задержки распространения до точки P соответственно первого и второго сигналов.

Представим выражение (1) в виде

$$s(t) = A_1 e^{i\omega_0\left(t-\frac{r_1}{c}\right)} + A_2 e^{i\left[\omega_0\left(t-\frac{r_2}{c}\right)+\psi\right]} = A_1 e^{i(\omega_0 t - k r_1)}\left[1 + a e^{i(k\Delta r + \psi)}\right], \qquad (2)$$

где $r_1 = |\vec{r}_1|$ – расстояние от точки излучения O_1 до точки приема P; $r_2 = |\vec{r}_2|$ – расстояние от точки излучения O_2 до точки приема P; $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число; λ – длина волны; $a = A_2/A_1$ – отношение амплитуд сигналов в точке приема P; $\Delta r = r_1 - r_2$ – разность хода электромагнитной волны.

Из рис. 1 можно получить, что $r_1 = r - (d/2)\cos(\theta - \varphi)$, $r_2 = r + (d/2)\cos(\theta - \varphi)$ и $\Delta r = r_1 - r_2 = -d\cos(\theta - \varphi)$, где $r = |\vec{r}|$. Из приведенных соотношений следует, что $r_1 = r + \Delta r/2$.

Переписывая (2) с учетом выражения для r_1, получаем:

$$s(t) = A_1 e^{i\left[\omega_0 t - k\left(r + \frac{\Delta r}{2}\right)\right]} \left[\, 1 + a e^{i(k\Delta r + \psi)} \right] = A_1 e^{i\left[\omega_0 t - k\left(r + \frac{\Delta r}{2}\right)\right]} B\,, \tag{3}$$

где

$$B = \left[\, 1 + a e^{i(k\Delta r + \psi)} \right] = |B| e^{i\phi_B}\,, \tag{4}$$

$$|B| = \sqrt{[1 + a\cos(k\Delta r + \psi)]^2 + [a\sin(k\Delta r + \psi)]^2} = \sqrt{1 + 2a\cos(k\Delta r + \psi) + a^2}\,.$$

С учетом выражения (4) для B выражение для сигнала в точке приема (3) можно представить в виде

$$s(t) = A_1 |B| e^{i\left[\omega_0 t - k\left(r + \frac{\Delta r}{2}\right) + \phi_B\right]} = A_P e^{i\left\{\omega_0 t - \left[k\left(r + \frac{\Delta r}{2}\right) - \phi_B\right]\right\}} = s_P(t) e^{-i\Phi_P}\,,$$

где $s_P(t) = A_p e^{i\omega t}$, $A_P = A_1 |B|$ – амплитуда суммарного сигнала в точке приема P,

$$\Phi_P = \Phi_P(r, \varphi) = k\left(r + \frac{\Delta r}{2}\right) - \phi_B = \\ = k\left[r - \frac{d}{2}\cos(\theta - \varphi)\right] + \operatorname{arctg}\frac{a\sin[kd\cos(\theta - \varphi) - \psi]}{1 + a\cos[kd\cos(\theta - \varphi) - \psi]} - \tag{5}$$

фаза суммарного сигнала в точке приема, записанная с учетом выражения для Δr.

Выражение (5) описывает фазовую поверхность электромагнитной волны в точке приема суммарного сигнала как функцию ее полярных координат (r, φ) в плоскости XOY. Полагая в (5) $\Phi_P(r, \varphi) = C = \text{const}$, получаем уравнение фазового фронта волны, которое в случае волнового процесса с гармонической временной зависимостью является уравнением волнового фронта.

Вычислим вектор, определяющий направление распространения этой электромагнитной волны. Известно, что направление распространения волны в некоторой точке совпадает с вектором нормали к ее волновому фронту в этой точке. В качестве вектора нормали можно использовать градиент функции $\Phi_P(r, \varphi)$. Таким образом, в полярных координатах имеем: $\nabla\Phi_P = \vec{e}_r \dfrac{\partial\Phi_P}{\partial r} + \vec{e}_\phi \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial\Phi_P}{\partial\varphi}$. Вычисляя коэффициенты при единичных векторах $\vec{e}_r$ и $\vec{e}_\varphi$, получаем $\dfrac{\partial\Phi_P}{\partial r} = k$, $\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial\Phi_P}{\partial\varphi} = k\dfrac{d}{r}\sin(\theta - \varphi)\left[-\dfrac{1}{2} + \dfrac{a\cos\beta(\varphi) + a^2}{1 + 2a\cos\beta(\varphi) + a^2}\right]$, где $\beta(\varphi) = kd\cos(\theta - \varphi) - \psi$.

В случае одного источника излучения, расположенного в начале системы координат XOY (рис. 1), когда база $d = 0$, направление распространения электромагнитной волны определяется единичным вектором $\vec{e}_r$. При наличии системы из двух излучателей, когда база $d \neq 0$, направление распространения электромагнитной волны будет определяться единичным вектором $\vec{e}_\delta = \nabla\Phi_P / |\nabla\Phi_P|$. Тогда некоторый угол δ – угол между векторами $\vec{e}_r$ и $\vec{e}_\delta$ – определит рассогласование между направлением распространения радиоволны в случае наличия двух рассовмещенных в пространстве источников радиоизлучения по сравнению со случаем, когда присутствует только один точечный источник излучения:

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{1}{r}\frac{\partial\Phi_P}{\partial\varphi} \Big/ \frac{\partial\Phi_P}{\partial r} = \frac{d}{r}\sin(\theta - \varphi)\left[-\frac{1}{2} + \frac{a\cos\beta(\varphi) + a^2}{1 + 2a\cos\beta(\varphi) + a^2}\right]. \tag{6}$$

Как видно из рис. 1, при $|\vec{r}| = r >> d/2$ можно положить, что $\operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2} \approx \dfrac{d\sin(\theta - \varphi)}{2r}$, и представить выражение (6) в виде

$$\operatorname{tg}\delta = 2\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\left[-\frac{1}{2} + \frac{a\cos[kd\cos(\theta - \varphi) - \psi] + a^2}{1 + 2a\cos[kd\cos(\theta - \varphi) - \psi] + a^2}\right]. \tag{7}$$

Переписывая выражение (7) для случая $\theta-\varphi=\pi/2$, когда вектор $\vec{r}_1$ ориентирован нормально к базе O_1O_2, и учитывая, что для малых углов $\mathrm{tg}(\alpha/2)\approx\alpha/2$ и $\mathrm{tg}\,\delta\approx\delta$, получаем

$$\delta\approx\alpha\left[-\frac{1}{2}+\frac{a\cos\psi+a^2}{1+2a\cos\psi+a^2}\right]=\alpha_{O_2}+\alpha\frac{a\cos\psi+a^2}{1+2a\cos\psi+a^2}, \tag{8}$$

где $\alpha_{O_2}=-(\alpha/2)$ – угловое положение источника излучения O_2 относительно направления $-\vec{r}$ при наблюдении из точки P (рис. 1).

Представленный в таком виде частный результат (8) вычислений угла δ при выполнении условия $\theta-\varphi=\pi/2$ соответствует результату, полученному в [4], где использовано линейное приближение при описании диаграммы направленности приемной антенны.

Перепишем выражение (7), выполняя сложение в квадратных скобках. В результате получим:

$$\mathrm{tg}\,\delta=\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}\cdot\frac{a^2-1}{1+2a\cos[kd\cos(\theta-\varphi)-\psi]+a^2} \tag{9}$$

или

$$\mathrm{tg}\,\delta\approx\frac{d\sin(\theta-\varphi)}{2r}\cdot\frac{a^2-1}{1+2a\cos[kd\cos(\theta-\varphi)-\psi]+a^2}. \tag{10}$$

Для случая $\theta-\varphi=\pi/2$ и малых углов α ($\mathrm{tg}(\alpha/2)\approx\alpha/2$) и δ $(\mathrm{tg}\,\delta\approx\delta)$ из (9) получаем частный результат:

$$\frac{\delta}{\alpha}=-\frac{1-a^2}{2[1+2a\cos\psi+a^2]}. \tag{11}$$

Последнее выражение с точностью до знака соответствует результату, полученному в известных публикациях [1–3]. Знак в правой части выражения (11) определяется знаком δ и зависит от выбора системы координат и соглашения о положительном значении угла. Отметим, что выражение (11) также получено с использованием линейного приближения при описании диаграммы направленности антенны.

Как было отмечено выше, при приеме сигнала от двухточечного источника излучения в точке наблюдения P, последний можно представить как некоторый эквивалентный одноточечный источник (виртуальный, т. е. несуществующий источник), расположенный на линии базы, как внутри, так и вне отрезка O_1O_2, в точке E. При этом угломер будет производить измерение угловой координаты именно этого виртуального источника излучения.

Определим положение такого виртуального источника (иными словами, положение точки E) на прямой, совпадающей с направлением линии базы (рис. 2).

На рис. 2 z – расстояние от центра базы O до эквивалентного источника E. Смысл остальных обозначений ясен из рисунка и вышеизложенного материала.

С помощью достаточно простых вычислений и рис. 2 можно показать, что $z=\dfrac{\sin\delta}{\sin(\theta-\varphi-\delta)}r$. (12)

Удобно также определить коэффициент

$$k_z=\frac{z}{(d/2)}=2\left(\frac{r}{d}\right)\frac{\sin\delta}{\sin(\theta-\varphi-\delta)}, \tag{13}$$

который показывает, во сколько раз величина линейного смещения виртуального источника вдоль линии O_1O_2 относительно центра базы больше половины длины базы. Заметим, что коэффициент k_z может иметь положительный или отрицательный знак в зависимости от положения точки E относительно центра базы O (рис. 2).

Рассмотрим выражение (10) для некоторых частных случаев, допускающих аналитический анализ значений z и δ. Пусть $\theta-\varphi=\pi/2$, что соответствует случаю, когда вектор $\vec{r}$ перпендикулярен базе O_1O_2. (рис. 1).

В рассматриваемом случае выражения (10) и (12) принимают вид:

$$z = \frac{\sin\delta}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right)} r = r\,\mathrm{tg}\,\delta \ , \tag{14}$$

$$\mathrm{tg}\,\delta = \frac{d}{2r} \cdot \frac{a^2 - 1}{1 + 2a\cos\psi + a^2} \ . \tag{15}$$

Пусть $\psi = 0$, что соответствует синфазности сигналов, излучаемых из точек O_1 и O_2. Тогда из (15) следует, что

$$\mathrm{tg}\,\delta = \frac{d}{2r} \cdot \frac{a-1}{a+1}. \tag{16}$$

Если при этом в точке приема P амплитуды сигналов равны ($a = 1$), то из (16) следует, что $\mathrm{tg}\,\delta = 0$. Последнее означает, что $\delta = 0$ и $z = 0$.

Таким образом, в данном случае электромагнитная волна распространяется вдоль радиус-вектора $\vec{r}$ в направлении точки приема P (рис. 1). Это означает, что из точки наблюдения P двухточечный источник излучения представляется как одноточечный источник, расположенный в точке O – центре базы O_1O_2.

Пусть теперь $\psi = \pi$. Это означает, что сигналы из точек O_1 и O_2 излучаются в противофазе. Тогда из (16) следует, что

$$\mathrm{tg}\,\delta = \frac{d}{2r} \cdot \frac{a+1}{a-1} \ . \tag{17}$$

Рассмотрим случай, когда $a \to 1, a > 1$. Тогда из (17) получаем, что $\mathrm{tg}\,\delta \to \infty$ и $\delta \to \pi/2$. При этом, как следует из (14), $z \to \infty$. Если же $a \to 1, a < 1$, то $\mathrm{tg}\,\delta \to -\infty$ и $\delta \to -\pi/2$. В этом случае $z \to -\infty$.

В общем случае аналитическое исследование зависимости угла δ от произвольных значений параметров, влияющих на его величину, а, следовательно, и величину линейного отклонения z и коэффициента k_z невозможно. В этом случае необходимо прибегнуть к численным экспериментам.

Построим зависимость $\delta = \delta(a)$ при условии, что разность фаз $\psi = \mathrm{const}$. При этом будем полагать, что ψ является параметром и принимает значения $\psi = \{\psi_1;\ \psi_2;\ \psi_3\} = \{179^\circ;\ 179{,}5^\circ;\ 180^\circ\}$, а расстояние от центра базы до угломера превышает размер базы в 100 раз, т. е. $p = d/r = 10^{-2}$. Рассматриваемая зависимость представлена на рис. 3, из которого видно, что при отношении амплитуд сигналов двух источников в точке приема P $a = A_2/A_1 < 1$ величина углового отклонения имеет отрицательный знак, а при $a > 1$ – положительный. Потенциально максимальное значение модуля углового отклонения стремится к 90° при одновременном выполнении условий: $\psi \to 180^\circ$ и $a = A_2/A_1 \to 1$.

Если хотя бы одно из этих условий не выполняется, то величина модуля углового отклонения становится меньше потенциально достижимого значения. В этом случае максимально достижимая величина отклонения $|\delta|$ определяется конкретными значениями пары параметров ψ и a. Например, при $\psi = 179^\circ$ максимум величины $|\delta|$ достигается при двух значениях a: $a = 1{,}018$ и $a = 0{,}982$.

На рис. 4 представлена зависимость $|k_z| = |k_z(a)|$ для тех же значений разности фаз ψ сигналов источников O_1 и O_2, $\psi = \{\psi_1;\ \psi_2;\ \psi_3\} = \{179^\circ;\ 179{,}5^\circ;\ 180^\circ\}$.

Из рис. 4 видно, что при отношениях амплитуд сигналов двух источников в точке приема P $0{,}9 \le a \le 1{,}1$ практически всегда величина модуля линейного смещения виртуального источника вдоль линии O_1O_2 относительно центра базы существенно превышает половину длины базы. Исключение составляет ситуация, когда разность фаз ψ сигналов источников излучения O_1 и O_2 стремится к 180°. При этом для одновременного выполнения условий

$\psi \to 180^\circ$ и $a = A_2/A_1 \to 1$ величина модуля линейного смещения виртуального источника вдоль линии O_1O_2 относительно центра базы резко увеличивается. Если же $\psi = 180^\circ$, а отношение амплитуд $a = A_2/A_1$ близко к 1, но не равно ей, то модуль линейного смещения виртуального источника, наоборот, уменьшается.

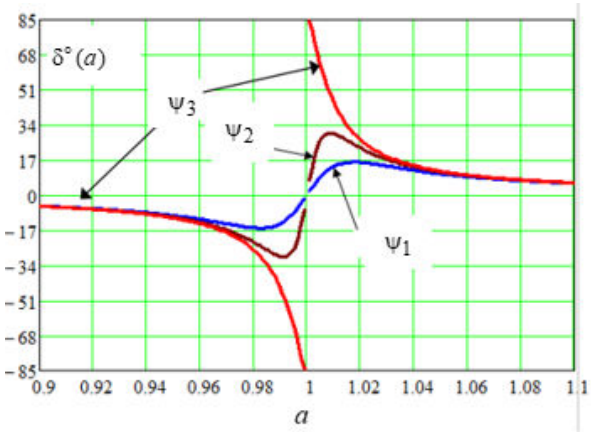

Рис. 3. Зависимость $\delta = \delta(a)$ при $\psi = \text{const}$

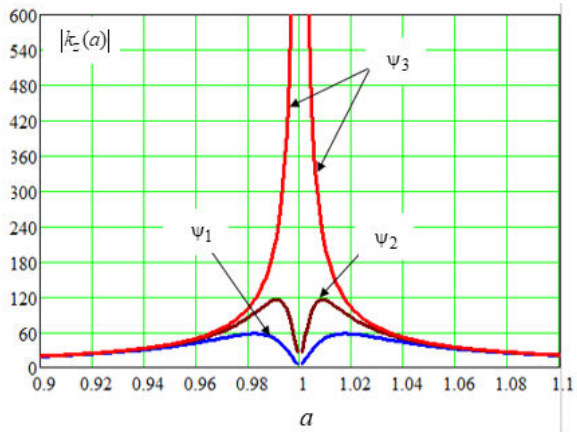

Рис. 4. Зависимость $|k_z| = |k_z(a)|$ при $\psi = \text{const}$

Заключение

В результате проведенных исследований показано, что система из двух когерентных излучателей электромагнитных волн, разнесенных в пространстве, эквивалентна некоторому одному эквивалентному (виртуальному) источнику излучения. При этом угловое отклонение этого источника от направления на центр базы излучателей по отношению к внешнему наблюдателю (например, угломеру) может существенно превосходить угловой размер базы излучателей. Получены аналитические выражения и приведены результаты численных экспериментов, позволяющие вычислить угловое отклонение виртуального источника излучения от направления на центр базы излучателей в системе координат наблюдателя в зависимости от параметров системы разнесенных в пространстве излучателей. Показано, что полученные результаты совпадают с результатами, полученными ранее в известных публикациях [1–4] для некоторых частных случаев.

Список литературы

1. Куприянов А.И., Сахаров А.В. Теоретические основы радиоэлектронной борьбы. М.: Вузовская книга, 2007. 356 с.
2. Леонов А.И., Фомичев К.И. Моноимпульсная радиолокация. М.: Сов. радио, 1970. 392 с.
3. Вакин С.А., Шустов Л.Н. Основы радиопротиводействия и радиотехнической разведки. М: Сов. радио, 1968. 448 с.
4. Локк А.С. Управление снарядами. М.: Физматлит, 1958. 780 с.

References

1. Kuprijanov A.I., Saharov A.V. Teoreticheskie osnovy radiojelektronnoj bor'by. M.: Vuzovskaja kniga, 2007. 356 s. (in Russ.)
2. Leonov A.I., Fomichev K.I. Monoimpul'snaja radiolokacija. M.: Sov. radio, 1970. 392 s. (in Russ.)
3. Vakin S.A., Shustov L.N. Osnovy radioprotivodejstvija i radiotehnicheskoj razvedki. M: Sov. radio, 1968. 448 s. (in Russ.)
4. Lokk A.S. Upravlenie snarjadami. M.: Fizmatlit, 1958. 780 s. (in Russ.)

Сведения об авторах

Дятко А.А., к.т.н., доцент, доцент кафедры информатики и веб-дизайна Белорусского государственного технологического университета.

Костромицкий С.М., д.т.н., профессор, член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, директор республиканского научно-производственного центра «Центр радиотехники Национальной академии наук Беларуси».

Шумский П.Н., к.т.н., доцент, заместитель директора по научной работе республиканского научно-производственного центра «Центр радиотехники Национальной академии наук Беларуси».

Давыденко И.Н., к.т.н., доцент, ученый секретарь республиканского научно-производственного центра «Центр радиотехники Национальной академии наук Беларуси».

Адрес для корреспонденции

220072, Республика Беларусь,
г. Минск, ул. П. Бровки, 15/5,
Республиканское научно-производственное унитарное предприятие «Центр радиотехники Национальной академии наук Беларуси»
тел. +375-29-573-50-25;
e-mail: dyatko_a@tut.by
Дятко Александр Аркадьевич

Information about the authors

Dyatko A.A., PhD, associate professor, associate professor of informatics and web - design department of Belarusian state university.

Kostromitski S.M., D.Sci, professor, corresponding member of the National academy of sciences of Belarus, director of Republican science and production unitary enterprise «Radioengineering center of NAS of Belarus».

Shumski P.N., PhD, associate professor, deputy director for science of Republican science and production unitary enterprise «Radioengineering center of NAS of Belarus».

Davydenko I.N., PhD, associate professor, scientific secretary of Republican science and production unitary enterprise «Radioengineering center of NAS of Belarus».

Address for correspondence

220072, Republic of Belarus,
Minsk, P. Brovka st., 15/5,
Republican science and production unitary enterprise «Radioengineering center of NAS of Belarus»
tel. +375-29-573-50-25;
e-mail: dyatko_a@tut.by
Dyatko Alexandr Arkadievich