КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 621.385.6

УРАВНЕНИЯ ВОЗБУЖДЕНИЯ ВОЛНОВОДА С ПРОДОЛЬНО-НЕРЕГУЛЯРНЫМ ЗАПОЛНЕНИЕМ МАГНИТОДИЭЛЕКТРИКОМ

А.А. КУРАЕВ, В.В. МАТВЕЕНКО, Т.Л. ПОПКОВА

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Республика Беларусь

Поступила в редакцию 16 февраля 2018

Аннотация. Приведено строгое решение задачи о возбуждении волновода с продольно-нерегулярным заполнением магнитодиэлектриком.

Ключевые слова: уравнения возбуждения, нерегулярный волновод, магнитодиэлектрическое заполнение.

Abstract. The exact solution for exciting a longitudinally irregular waveguide problem with a magnetodielectric filling up is presented.

Keywords: excitation equation, irregular waveguide, magnetodielectric filling up.

Doklady BGUIR. 2018, Vol. 114, No. 4, pp. 100-104
The excitation equation of the longitudinally irregular waveguide
with a magnetodielectric filling up
A.A. Kurayev, V.V. Matveyenko, T.L. Popkova

Введение

Волноводы с магнитодиэлектрическим заполнением находят широкое применение в электронике, технике СВЧ, ускорительной технике [1–3]. Особый интерес представляет волноводы с нерегулярным заполнением [2, 3], поскольку в этом случае возможна оптимизация фазо-частотных характеристик волноводных структур. Однако к настоящему времени не существует строгой теории и методов расчета таких волноводов. В настоящей статье представлено строгое решение краевой задачи и задачи возбуждения волновода с произвольно нерегулярным вдоль оси волновода магнитодиэлектрическим заполнением.

Постановка задачи

Поставим задачу следующим образом. Требуется найти решение уравнений Максвела для гармонического процесса с угловой частотой ω

$$\begin{cases} rot\dot{\vec{H}} = j\omega\dot{\varepsilon}_a(z)\dot{\vec{E}} + \dot{\vec{\delta}} \\ rot\dot{\vec{E}} = -j\omega\dot{\mu}_a(z)\dot{\vec{H}} \end{cases} \quad (1)$$

при граничных условиях на контуре поперечного сечения волновода l:

$$\dot{E}_\tau(l) = 0, \quad \dot{H}_n(l) = 0. \quad (2)$$

Здесь $\dot{\vec{E}}$, $\dot{\vec{H}}$ соответственно электрическая и магнитная напряженности искомого электромагнитного поля, $\dot{\vec{\delta}} = \vec{\delta}(\vec{r})e^{j\omega t}$ – плотность стороннего электрического тока источников; $\dot{\varepsilon}_a(z) = \varepsilon_0\dot{\varepsilon}(z)$ – абсолютное значение диэлектрической проницаемости заполнения волновода, ε_0 – диэлектрическая проницаемость пустоты, $\dot{\mu}_a(z) = \mu_0\dot{\mu}(z)$ – абсолютное значение магнитной проницаемости заполнения волновода, μ_0 – магнитная проницаемость пустоты, $\dot{E}_\tau(l)$ – касательная (тангенсальная) составляющая $\dot{\vec{E}}$ на контуре l, $\dot{H}_n(l)$ – нормальная составляющая $\dot{\vec{H}}$ на контуре l. Точки над величинами указывают на их комплексный характер. Координата z соответствует направлению оси волновода. Поперечные координаты (в общем случае криволинейные) обозначим q_1, q_2.

Будем считать, что контур поперечного сечения волновода l не зависит от z и нерегулярность волновода обусловлена только зависимостями $\dot{\varepsilon}(z)$ и $\dot{\mu}_a(z)$.

Система базисных функций

В качестве базисных функций изберем «квазирегулярную» систему функций $\dot{\vec{E}}_s$, $\dot{\vec{H}}_s$ вида [4–6]

$$\begin{aligned} \dot{\vec{E}}_s^{e,m} &= \vec{E}_{0s}^{e,m}(q_1, q_2, z)\, e^{-j\int \dot{\Gamma}_s dz}, \\ \dot{\vec{H}}_s^{e,m} &= \vec{H}_{0s}^{e,m}(q_1, q_2, z)\, e^{-j\int \dot{\Gamma}_s dz}, \end{aligned} \tag{3}$$

где $\dot{\Gamma}_s = \sqrt{\dot{k}^2 - \kappa_s^2}$, $\dot{k} = \omega\sqrt{\dot{\varepsilon}_a(z)\dot{\mu}_a(z)} = \dfrac{\omega}{c}\sqrt{\dot{\varepsilon}(z)\dot{\mu}(z)}$, c – скорость света в пустоте, $c = 1\Big/\sqrt{\varepsilon_0(z)\mu_0(z)}$, κ_s – пояснено ниже.

Функции $\dot{\vec{E}}_s$, $\dot{\vec{H}}_s$ удовлетворяют граничным условиям (2) в каждом сечении волновода $z = z'$ и являются решениями однородных уравнений (1) при $\dot{\vec{\delta}} = 0$ для регулярного волновода с однородным заполнением с $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}(z')$ и $\dot{\mu} = \dot{\mu}(z')$. Система векторных функций (3) определяется следующим образом [4].

Введем «электрический» потенциал Герца $\dot{\Pi}_s^e = \dot{\Psi}_s^e(q_1, q_2)e^{-j\dot{\Gamma}_s z}$ и «магнитный» потенциал Герца $\dot{\Pi}_s^m = \dot{\Psi}_s^m(q_1, q_2)e^{-j\dot{\Gamma}_s z}$. Тогда в соответствии с [4] имеем

$$\begin{cases} \dot{\vec{E}}_s^e = k^2(z')\vec{z}_0\dot{\Pi}_s^e(z') - j\Gamma_s(z')\, grad\,\dot{\Psi}_s^e(q_1, q_2)e^{-j\dot{\Gamma}_s z}, \\ \dot{\vec{H}}_s^e = j\omega\dot{\varepsilon}_a(z')\, rot(\vec{z}_0\dot{\Pi}_s^e), \\ \dot{\vec{H}}_s^m = k^2(z')\vec{z}_0\dot{\Pi}_s^m(z') - j\Gamma_s(z')\, grad\,\dot{\Psi}_s^m(q_1, q_2)e^{-j\dot{\Gamma}_s z}, \\ \dot{\vec{E}}_s^m = -j\omega\dot{\mu}_a(z')\, rot(\vec{z}_0\dot{\Pi}_s^m). \end{cases} \tag{4}$$

В соответствии с [4] функции $\dot{\Psi}_s^{e,m}$ и значения $\kappa_s^{e,m}$ определяются двумерными краевыми задачами на поперечном сечении волновода $S_\perp$ с границей l:

$$\nabla^2\Psi_s^{e,m} + \kappa_s^2\Psi_s^{e,m} = 0, \tag{5}$$

$$\Psi_s^e(l) = 0, \tag{6}$$

$$\frac{\partial \Psi_s^m}{\partial \vec{n}}(l) = 0, \tag{7}$$

причем $\nabla^2 \Psi_s^{e,m} = \frac{1}{h_1 h_2}\left[\frac{\partial}{\partial q_1}\left(\frac{h_2}{h_1}\frac{\Psi_s^{e,m}}{\partial q_1}\right) + \frac{\partial}{\partial q_2}\left(\frac{h_1}{h_2}\frac{\Psi_s^{e,m}}{\partial q_2}\right)\right]$, где $h_1(q_1,q_2)$, $h_2(q_1,q_2)$ – метрические коэффициенты Ламе для криволинейных ортогональных координат q_1, q_2.

$$\Gamma_s^2(z') = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \dot{\varepsilon}(z')\dot{\mu}(z') - \kappa_s^2.$$

Опустим далее для упрощения записи верхние индексы *e*, *m* – «электрические» и «магнитные» волны образуют общую систему.

Система функций $\left\{\begin{matrix}\dot{\vec{E}}_s \\ \dot{\vec{H}}_s\end{matrix}\right\}$ ортогональна в каждом сечении z', как и любая система собственных волн регулярного волновода, т. е.

$$J_{s,p} = \int\limits_{S_\perp} \left\{\left[\dot{\vec{E}}_s, \dot{\vec{H}}_p\right] - \left[\dot{\vec{E}}_p, \dot{\vec{H}}_s\right]\right\} \vec{z}_0 dS_\perp = \begin{cases} 0, \; p \neq s \\ N_s, \; p = s. \end{cases} \tag{8}$$

Поскольку, однако, $\Gamma_s = \Gamma(z) \neq \text{const}$, поля (4) не удовлетворяют однородным уравнениям Максвелла, и система уравнений для них имеет вид [5, 6]

$$\begin{cases} rot\dot{\vec{H}}_s = j\omega\dot{\varepsilon}_a \dot{\vec{E}}_s + \Phi_s^e, \\ rot\dot{\vec{E}}_s = -j\omega\dot{\mu}_a \dot{\vec{H}}_s + \Phi_s^m, \end{cases}$$

$$\dot{\Phi}_s^e = -e^{-j\int \Gamma_s dz} \frac{\partial}{\partial z}\left[\dot{\vec{H}}_{0s}, \vec{z}_0\right],$$

$$\dot{\Phi}_s^m = e^{-j\int \Gamma_s dz} \frac{\partial}{\partial z}\left[\dot{\vec{E}}_{0s}, \vec{z}_0\right].$$

Таким образом, $\dot{\Phi}_s^e$, $\dot{\Phi}_s^m$ – чисто поперечные вектора, что существенно в последующем выводе уравнений возбуждения.

Уравнения возбуждения волновода

Разделим все вектора на поперечные и продольные и запишем разложения для поперечных составляющих $\dot{\vec{E}}_t$, $\dot{\vec{H}}_t$ в виде

$$\dot{\vec{E}}_t = \sum_s \left(\dot{C}_s(z)\dot{\vec{E}}_{st} + \dot{C}_{-s}(z)\dot{\vec{E}}_{-st}\right),$$

$$\dot{\vec{H}}_t = \sum_s \left(\dot{C}_s(z)\dot{\vec{H}}_{st} + \dot{C}_{-s}(z)\dot{\vec{H}}_{-st}\right).$$

Тогда нетрудно показать, что разложение полного поля, удовлетворяющего (1), должно быть записано в следующей форме [5, 6] (при доказательстве используется тот факт, что $\dot{\Phi}_s^e$ = $\dot{\Phi}_s^m$ = 0):

$$\dot{\vec{E}} = \sum_s \left(\dot{C}_s(z)\dot{\vec{E}}_s + \dot{C}_{-s}(z)\dot{\vec{E}}_{-s} \right) - \frac{\dot{\vec{\delta}}}{j\omega\dot{\varepsilon}_a},$$
$$\dot{\vec{H}} = \sum_s \left(\dot{C}_s(z)\dot{\vec{H}}_s + \dot{C}_{-s}(z)\dot{\vec{H}}_{-s} \right). \quad (9)$$

Для определения коэффициентов разложения воспользуемся леммой Лоренца для бесконечно малого объема $S_\perp dz$ в волноводе, предполагая, что $E(z)$, $H(z)$ и соответственно $\Gamma_s(z)$ – гладкие функции. В соответствии с леммой Лоренца для $dV = S_\perp dz$ можно записать

$$\frac{d}{dz}\int_{S_\perp} \left\{ \left[\dot{\vec{E}}_1, \dot{\vec{H}}_2 \right] - \left[\dot{\vec{E}}_2, \dot{\vec{H}}_1 \right] \right\} \vec{z}_0 dS_\perp = \int_{S_\perp} \left(\vec{\delta}_1^e \dot{\vec{E}}_2 - \vec{\delta}_2^e \dot{\vec{E}}_1 - \vec{\delta}_1^m \dot{\vec{H}}_2 + \vec{\delta}_2^m \dot{\vec{H}}_1 \right) dS. \quad (10)$$

Полагая в качестве $\dot{\vec{E}}_1$, $\dot{\vec{H}}_1$ поля (9) ($\delta_1^e = \delta, \delta_1^m = 0$), а в качестве $\dot{\vec{E}}_2$, $\dot{\vec{H}}_2$ поля $\dot{\vec{E}}_{\pm s}$, $\dot{\vec{H}}_{\pm s}$ ($\delta_2^e = \dot{\Phi}_{\pm s}^e, \delta_2^m = \dot{\Phi}_{\pm s}^m$) и с учетом условия ортогональности (8), из (10) получаем:

$$\frac{d}{dz}\left(\dot{C}_s N_s \right) = \int_{S_\perp} \vec{\delta}\, \dot{\vec{E}}_{-s} dS_\perp + \sum_p \dot{C}_p \gamma_{p,-s},$$
$$\frac{d}{dz}\left(\dot{C}_{-s} N_{-s} \right) = \int_{S_\perp} \vec{\delta}\, \dot{\vec{E}}_s dS_\perp + \sum_p \dot{C}_p \gamma_{p,s}. \quad (11)$$

Здесь $\gamma_{p,\pm s} = \gamma_{p,\pm s}^m - \gamma_{p,\pm s}^e$, $\quad \gamma_{p,\pm s}^e = \int_{S_\perp} \dot{\vec{E}}_p \dot{\vec{\Phi}}_{\pm s}^e dS_\perp$, $\quad \gamma_{p,\pm s}^m = \int_{S_\perp} \dot{\vec{H}}_p \dot{\vec{\Phi}}_{\pm s}^m dS_\perp$.

Заключение

Система уравнений возбуждения (11) представляет собой общее решение поставленной задачи о возбуждении волновода с продольно-нерегулярным заполнением магнитодиэлектриком.

Список литературы.

1. Колесников П.М. Теория неоднородных светодиодов и резонаторов. Минск: Наука и техника, 1982. 296 с.
2. Иларионов Ю.А., Раевский С.Б., Сморгонский В.Я. Расчет гофрированных и частично заполненных волноводов М.: Сов. радио, 1980. 200 с.
3. Тараненко З.И., Трохименко Я.К. Замедляющие системы. Киев: Техніка, 1965. 301 с.
4. Кураев А.А., Попкова Т.Л., Синицын А.К. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Инфра-М, 2016. 424 с.
5. Кураев А.А. Мощные приборы СВЧ. Методы анализа и оптимизации параметров. М.: Радио и связь, 1986. 208 с.
6. Кураев А.А., Слепян Г.Я. К задаче оптимизации ЛБВ-О // Радиотехника и электроника. 1975. Т. XX, № 5. С.1019–1029.

References

1. Kolesnikov P.M. Teorija neodnorodnyh svetodiodov i rezonatorov. Minsk: Nauka i tehnika, 1982. 296 s. (in Russ.)
2. Ilarionov Ju.A., Raevskij S.B., Smorgonskij V.Ja. Raschet gofrirovannyh i chastichno zapolnennyh volnovodov M.: Sov. radio, 1980. 200 s. (in Russ.)
3. Taranenko Z.I., Trohimenko Ja.K. Zamedljajushhie sistemy. Kiev: Technika, 1965. 301 s. (in Russ.)
4. Kuraev A.A., Popkova T.L., Sinicyn A.K. Jelektrodinamika i rasprostranenie radiovoln. M.: Infra-M, 2016. 424 s. (in Russ.)
5. Kuraev A.A. Moshhnye pribory SVCh. Metody analiza i optimizacii parametrov. M.: Radio i svjaz', 1986. 208 s. (in Russ.)
6. Kuraev A.A., Slepjan G.Ja. K zadache optimizacii LBV-O // Radiotehnika i jelektronika. 1975. T. XX, № 5. S. 1019–1029. (in Russ.)

Сведения об авторах

Кураев А.А., д.ф.-м.н., профессор, профессор кафедры информационных радиотехнологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

Матвеенко В.В., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры вычислительных методов и программирования Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

Попкова Т.Л., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры информационных радиотехнологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

Information about the authors

Kurayev A.A., D.Sci, professor, professor of information radiotechnologies department of Belarusian state university of informatics and radioelectronics

Matveyenka V.V., PhD., associate professor, associate professor of computational methods and programming department of Belarusian state university of informatics and radioelectronics.

Popkova T.L., PhD., associate professor, associate professor of information radiotechnologies department of Belarusian state university of informatics and radioelectronics.

Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,
г. Минск, ул. П. Бровки, 6,
Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники
тел. +375-17-293- 89-56;
e-mail: vladzimir66@bsuir.by
Матвеенко Владимир Владимирович

Address for correspondence

220013, Republic of Belarus,
Minsk, P. Brovka, st., 6,
Belarusian state university of
informatics and radioelectronics
tel. +375-17-293- 89-56;
e-mail: vladzimir66@bsuir.by
Matveyenka Vladimir Vladimirovich