

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ДОВЕРИТЕЛЬНОГО ИНТЕРВАЛА ОЦЕНКИ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ, ПОДЧИНЕННОЙ КОМПОЗИЦИИ НОРМАЛЬНОГО И РАВНОМЕРНОГО ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Е.Л. КРЕЙДИК

ОАО «АГАТ-СИСТЕМ», Республика Беларусь

Поступила в редакцию 23 августа 2017

Аннотация. Рассмотрен общий случай определения вероятности попадания на заданный участок случайной величины, подчиненной композиции нормального и равномерного законов распределения, имеющих произвольные центры распределения. Предложена методика расчета доверительного интервала для оценки случайной величины, подчиненной композиции нормального и равномерного законов распределения.

Ключевые слова: теория измерений, закон распределения, доверительный интервал, доверительная вероятность.

Abstract. The general case of determining of probability of hit by a given section of a random variable subordinated to the composition of normal and uniform distribution laws having arbitrary distribution centers is considered. A technique for confidence interval calculating for estimating of the random value subordinated to the composition of normal and uniform distributions is proposed.

Keywords: theory of measurements, distribution law, confidence interval, confidence probability.

Doklady BGUIR. 2017, Vol. 109, No. 7, pp. 25-31

Technique for confidence interval calculating for estimating

of the random value subordinated to the composition of normal and uniform distributions

E.L. Kreidik

Введение

Для предварительной оценки ряда параметров создаваемых радиоэлектронных средств необходимо выполнить теоретико-вероятностные расчеты, связанные с суммой независимых случайных величин, которые распределены по известным законам. Закон распределения суммы независимых случайных величин называют композицией законов распределения. Композиция разнотипных законов распределения может иметь достаточно сложный вид распределения, не всегда удобный для практических расчетов. При суммировании случайных величин их законы распределения существенно деформируются, т. е. форма закона суммы может резко отличаться от формы закона распределения составляющих [1, с. 38; 2, с. 106], как, например, при композиции нормального и равномерного (иначе, равной вероятности) законов распределения. В ходе выполнения теоретико-вероятностных расчетов необходимо определять интервальную оценку для случайной величины, подчиненной композиции нормального и равномерного законов распределения, при изменении основных параметров распределений.

Теоретический анализ

Функция распределения (иначе, интегральный закон распределения) $G(z)$ полностью характеризует случайную величину Z с вероятностной точки зрения, где $Z = X + Y$ сумма двух независимых случайных величин (X, Y) , подчиненных законам распределения $f_1(x)$ и $f_2(y)$, где (x, y) некоторые текущие переменные этих случайных величин. Функция $g(z) = G'(z)$ называется плотностью распределения (иначе, дифференциальным законом распределения) непрерывной случайной величины Z .

Вопросы композиции нормально и равномерно распределенных независимых случайных величин изложены [3–9] посредством дифференциального закона распределения. В типовых примерах [7, с. 143; 10, с. 188; 11, с. 349] приведены решения посредством интегрального

закона распределения. В этих примерах рассмотрена вероятность попадания случайной величины Z , подчиненной композиции нормального и равномерного законов распределения, имеющих общий центр распределения (рис. 1) в начале координат.

По мнению авторов [6, с. 136; 7, с. 142], частным является случай сложения закона нормального распределения с законом равной вероятности, имеющих общий центр распределения в начале координат. Рассмотрим общий случай для определения вероятности попадания на заданный участок случайной величины Z , подчиненной композиции нормального и равномерного законов распределения, имеющих произвольные центры распределения (рис. 2).

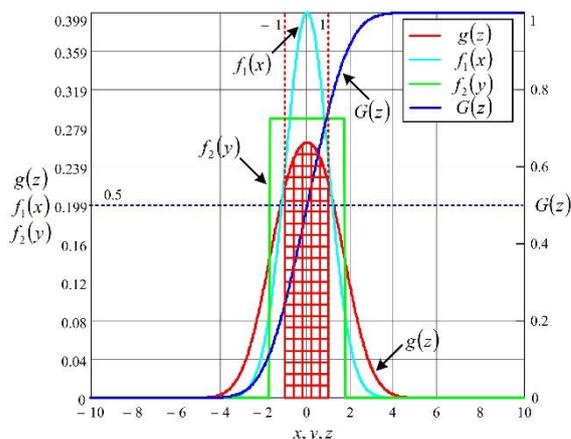


Рис. 1. Частный случай для определения вероятности попадания случайной величины Z , подчиненной композиции нормального и равномерного законов распределения, имеющих общий центр в начале координат

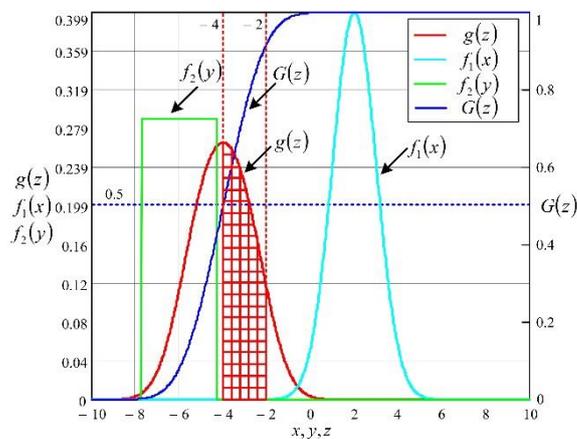


Рис. 2. Общий случай для определения вероятности попадания на заданный участок случайной величины Z , подчиненной композиции нормального и равномерного законов распределения, имеющих произвольные центры распределения

Композиция нормально распределенного закона с параметрами σ – среднее квадратическое отклонение (СКО), m – математическое ожидание

$$f_1(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

и закона равной вероятности

$$f_2(y) = \frac{1}{\beta - \alpha},$$

где $\alpha < y < \beta$, определена через плотность распределения $g(z)$ случайной величины Z [3]:

$$g(z) = \frac{1}{\beta - \alpha} \left(\Phi^* \left(\frac{\beta - (z - m)}{\sigma} \right) - \Phi^* \left(\frac{\alpha - (z - m)}{\sigma} \right) \right). \quad (1)$$

Плотность распределения $g(z)$ выражена через $\Phi^*(x)$ – нормальную функцию распределения [12]:

$$\Phi^*(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{x}{\sqrt{2}} \right) \right],$$

где $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ – интеграл вероятностей. В дальнейшем используется обозначение

интеграла вероятностей [13, с. 30]

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt. \quad (2)$$

Тогда

$$g(z) = \frac{1}{2(\beta - \alpha)} \left(\Phi \left(\frac{\beta - (z - m)}{\sqrt{2}\sigma} \right) - \Phi \left(\frac{\alpha - (z - m)}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right). \quad (3)$$

Вероятность попадания случайной величины Z на интервале от γ до ε определяется выражением [3, с. 81]:

$$P(\gamma < Z < \varepsilon) = \int_{\gamma}^{\varepsilon} g(z) dz = G(z) \Big|_{\gamma}^{\varepsilon} = G(\varepsilon) - G(\gamma), \quad (4)$$

$$P(\gamma < Z < \varepsilon) = \frac{1}{2(\beta - \alpha)} \int_{\gamma}^{\varepsilon} \left[\Phi\left(\frac{\beta - (z - m)}{\sqrt{2}\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - (z - m)}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right] dz. \quad (5)$$

Графики законов $f_1(x)$, $f_2(y)$, $g(z)$ и $G(z)$ приведены:

– при $\alpha = -\sqrt{3}$, $\beta = \sqrt{3}$, $m = 0$, $\sigma = 1$, $\gamma = -1$, $\varepsilon = 1$ – на рис. 1;

– при $\alpha = -6 - \sqrt{3}$, $\beta = -6 + \sqrt{3}$, $m = 2$, $\sigma = 1$, $\gamma = -4$, $\varepsilon = -2$ – на рис. 2.

Геометрически вероятность попадания (4) величины Z на участок (γ, ε) равна площади кривой распределения, опирающейся на этот участок (рис. 1, 2).

Так как определенный интеграл от разности функций равен разности интегралов от этих функций, формула (5) преобразована в виде

$$P(\gamma < Z < \varepsilon) = \frac{1}{2(\beta - \alpha)} \left[\underbrace{\int_{\gamma}^{\varepsilon} \Phi\left(\frac{\beta - (z - m)}{\sqrt{2}\sigma}\right) dz}_1 - \underbrace{\int_{\gamma}^{\varepsilon} \Phi\left(\frac{\alpha - (z - m)}{\sqrt{2}\sigma}\right) dz}_2 \right]. \quad (6)$$

При решении 1-го и 2-го интеграла (6) по формуле (7) [14, с. 138]:

$$\int \Phi(az + b) dz = z\Phi(az + b) + \frac{1}{\sqrt{\pi}a} e^{-(az+b)^2} + \frac{b}{a} \Phi(az + b) \quad (7)$$

введены обозначения величин a, b :

$$a_{(1)} = -\frac{1}{\sqrt{2}\sigma}; b_{(1)} = \frac{\beta + m}{\sqrt{2}\sigma} \text{ и } a_{(2)} = -\frac{1}{\sqrt{2}\sigma}; b_{(2)} = \frac{\alpha + m}{\sqrt{2}\sigma}.$$

По формуле (7) получено решение 1-го интеграла (6):

$$\begin{aligned} \int_{\gamma}^{\varepsilon} \Phi\left(\frac{\beta - (z - m)}{\sqrt{2}\sigma}\right) dz = \\ = (\beta + m - \gamma)\Phi\left(\frac{\beta + m - \gamma}{\sqrt{2}\sigma}\right) - (\beta + m - \varepsilon)\Phi\left(\frac{\beta + m - \varepsilon}{\sqrt{2}\sigma}\right) + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(e^{-\left(\frac{\beta + m - \gamma}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2} - e^{-\left(\frac{\beta + m - \varepsilon}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Также по формуле (7) получено решение 2-го интеграла (6):

$$\begin{aligned} \int_{\gamma}^{\varepsilon} \Phi\left(\frac{\alpha - (z - m)}{\sqrt{2}\sigma}\right) dz = \\ = (\alpha + m - \gamma)\Phi\left(\frac{\alpha + m - \gamma}{\sqrt{2}\sigma}\right) - (\alpha + m - \varepsilon)\Phi\left(\frac{\alpha + m - \varepsilon}{\sqrt{2}\sigma}\right) + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma \left(e^{-\left(\frac{\alpha + m - \gamma}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2} - e^{-\left(\frac{\alpha + m - \varepsilon}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Подстановкой решений (8) и (9) в формулу (6) получено выражение для определения вероятности попадания на участок от γ до ε случайной величины Z , подчиненной композиции нормального и равномерного законов распределения, имеющих произвольные центры распределения (рис. 2):

$$\begin{aligned} P(\gamma < Z < \varepsilon) = \frac{1}{2(\beta - \alpha)} \times \\ \times \left[(\beta + m - \gamma)\Phi\left(\frac{\beta + m - \gamma}{\sqrt{2}\sigma}\right) - (\beta + m - \varepsilon)\Phi\left(\frac{\beta + m - \varepsilon}{\sqrt{2}\sigma}\right) - (\alpha + m - \gamma)\Phi\left(\frac{\alpha + m - \gamma}{\sqrt{2}\sigma}\right) + \right. \end{aligned} \quad (10)$$

$$+ (\alpha + m - \varepsilon) \Phi\left(\frac{\alpha + m - \varepsilon}{\sqrt{2\sigma}}\right) + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma \left[e^{-\left(\frac{\beta + m - \gamma}{\sqrt{2\sigma}}\right)^2} - e^{-\left(\frac{\beta + m - \varepsilon}{\sqrt{2\sigma}}\right)^2} - e^{-\left(\frac{\alpha + m - \gamma}{\sqrt{2\sigma}}\right)^2} + e^{-\left(\frac{\alpha + m - \varepsilon}{\sqrt{2\sigma}}\right)^2} \right].$$

В результате замены переменных $\gamma = -\infty$, $\varepsilon = z$ получено выражение (10) для интегральной функции распределения $G(z) = P(Z < z) = P(-\infty < Z < z)$ случайной величины Z :

$$G(z) = \frac{1}{2(\beta - \alpha)} \times \left[\beta - \alpha - (\beta + m - z) \Phi\left(\frac{\beta + m - z}{\sqrt{2\sigma}}\right) + (\alpha + m - z) \Phi\left(\frac{\alpha + m - z}{\sqrt{2\sigma}}\right) - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma \left(e^{-\left(\frac{\beta + m - z}{\sqrt{2\sigma}}\right)^2} - e^{-\left(\frac{\alpha + m - z}{\sqrt{2\sigma}}\right)^2} \right) \right]. \quad (11)$$

Выполнив замену переменных в выражении (10) $\beta = l$, $\alpha = -l$, $m = 0$, и $\varepsilon = h$, $\gamma = -h$, подобно решению в типовых примерах [10, 11], получена формула вероятности попадания на участок от $-h$ до h случайной величины Z , подчиненной композиции нормального и равномерного законов распределения, имеющих общий центр в начале координат:

$$P(-h < Z < h) = \frac{1}{2l} \left[(l + h) \Phi\left(\frac{l + h}{\sqrt{2\sigma}}\right) - (h - l) \Phi\left(\frac{l - h}{\sqrt{2\sigma}}\right) + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma \left(e^{-\left(\frac{l + h}{\sqrt{2\sigma}}\right)^2} - e^{-\left(\frac{l - h}{\sqrt{2\sigma}}\right)^2} \right) \right]. \quad (12)$$

Формула (10) применена в методике расчета доверительного интервала для заданной доверительной вероятности.

Методика расчета

Так как интеграл вероятностей (2) не может быть выражен комбинацией элементарных функций, то дальнейший анализ (10) проведен только численным и приближенным методами [15, с. 93].

Одним из параметров [16, с. 159], определяющим форму распределения (1), является C_{unif} – показатель относительного содержания в композиции нормального и равномерного законов распределения равномерной составляющей, выраженной через σ_{unif} – СКО:

$$C_{unif} = \frac{\sigma_{unif}}{\sigma} = \frac{\beta - \alpha}{2\sqrt{3}\sigma}. \quad (13)$$

Плотность вероятности $g(z)$ композиции нормального и равномерного законов распределения при различном значении показателя C_{unif} и $\sigma = 1$ приведена на рис. 3. По аналогии с нормальным законом [3] введем множитель $t_p(C_{unif})$ (иначе, квантильный множитель [16, с. 206]), зависящий от величины C_{unif} , определяющий число СКО суммы независимых случайных величин (X, Y) , которое нужно отложить вправо и влево от центра рассеивания случайной величины Z , чтобы вероятность попадания в полученный участок была равна доверительной вероятности p .

Выразим СКО суммы независимых случайных величин (X, Y) , подчиненных законам нормального $f_1(x)$ и равномерного $f_2(y)$ распределения:

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sigma^2 + \sigma_{unif}^2} = \sqrt{\sigma^2 + (\beta - \alpha)^2 / 12}. \quad (14)$$

Выразим доверительный интервал I_p композиции нормального и равномерного законов распределения:

$$I_p = (m_{\Sigma} - t_p(C_{unif})\sigma_{\Sigma}; m_{\Sigma} + t_p(C_{unif})\sigma_{\Sigma}), \quad (15)$$

где m_{Σ} – математическое ожидание композиции нормально и равномерно распределенных независимых случайных величин (X, Y) ; $t_p(C_{unif})$ – множитель, зависящий от доверительной вероятности p и величины C_{unif} ; $m_{\Sigma} \pm t_p(C_{unif})\sigma_{\Sigma}$ – доверительные границы, для которых вероятность попадания случайной величины $Z = X + Y$ в заданный интервал I_p :

$$P(m_{\Sigma} - t_p(C_{unif})\sigma_{\Sigma} < Z < m_{\Sigma} + t_p(C_{unif})\sigma_{\Sigma}) = p.$$

Математическое ожидание суммы случайных величин равно сумме математических ожиданий случайных слагаемых [3], тогда

$$m_{\Sigma} = m + \frac{\alpha + \beta}{2}, \quad (16)$$

где $\frac{\alpha + \beta}{2}$ – математическое ожидание равномерного распределения.

Таким образом, с учетом выражений (14) и (16) выражение (15) примет следующий вид:

$$I_p = \left(m + \frac{\alpha + \beta}{2} - t_p(C_{unif}) \sqrt{\sigma^2 + \frac{(\beta - \alpha)^2}{12}}; m + \frac{\alpha + \beta}{2} + t_p(C_{unif}) \sqrt{\sigma^2 + \frac{(\beta - \alpha)^2}{12}} \right). \quad (17)$$

Решение трансцендентного уравнения (10) получено численным методом для различных значений C_{unif} , в виде табличных значений множителя $t_p(C_{unif})$ при расчете доверительных границ $\gamma = m_{\Sigma} - t_p(C_{unif})\sigma_{\Sigma}$, $\varepsilon = m_{\Sigma} + t_p(C_{unif})\sigma_{\Sigma}$, соответствующих типовым значениям доверительной вероятности $p = 0,9; 0,95; 0,99; 0,9973; 0,999$. По табличным значениям множителя $t_p(C_{unif})$ для $p = 0,9; 0,95; 0,99; 0,999$ построены графики (рис. 4).

Результат аппроксимации полученных зависимостей множителя $t_p(C_{unif})$ приведен в таблице в виде приближенных формул, соответствующих типовым значениям доверительной вероятности. Квантильный множитель в приближенной формуле обозначен как $\tilde{t}_p(C_{unif})$. В таблице для множителя $\tilde{t}_p(C_{unif})$, приведены предельные отклонения величин, характеризующие точность аппроксимации функции $t_p(C_{unif})$.

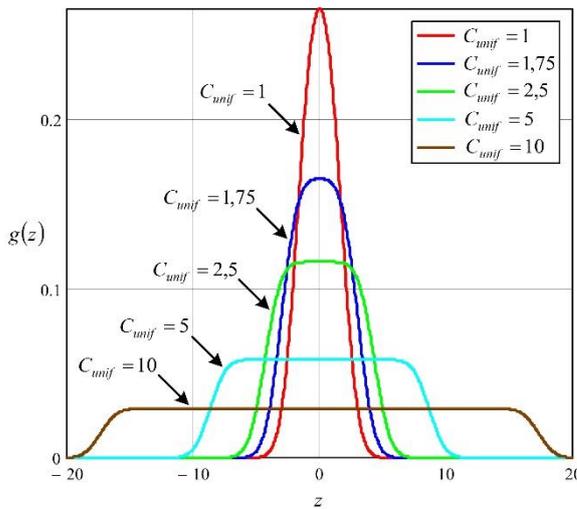


Рис. 3. Плотность вероятности $g(z)$ композиции нормального и равномерного законов распределения при различном значении показателя относительного содержания равномерной составляющей C_{unif} , $\sigma = 1$

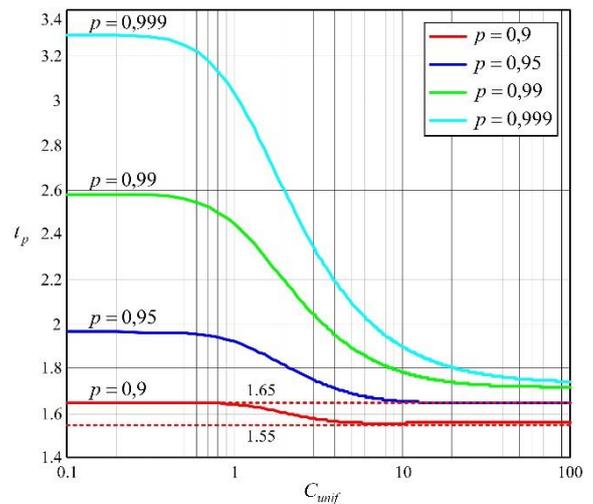


Рис. 4. Зависимость множителя $t_p(C_{unif})$ от показателя относительного содержания в композиции нормального ($\sigma = 1$) и равномерного законов распределения равномерной составляющей

Приближенные формулы множителя $\tilde{t}_p(C_{unif})$ при изменении C_{unif} от 10^{-2} до 10^3

Доверительная вероятность	Множитель $\tilde{t}_p(C_{unif})$ при изменении $C_{unif} = \frac{\sigma_{unif}}{\sigma} = \frac{\beta - \alpha}{2\sqrt{3}\sigma}$ от 10^{-2} до 10^3	Предельные отклонения величин	
		$\delta \tilde{t}_p(C_{unif}), \%$	Δp
$p = 0,9$	$\tilde{t}_{0,9}(C_{unif}) = 1,6 - 0,045\Phi(1,15e \lg C_{unif} - 1)$	$\pm 0,3$	$\pm 0,0023$
$p = 0,95$	$\tilde{t}_{0,95}(C_{unif}) = 1,8 - 0,16\Phi(0,8(e \lg C_{unif} - 1))$	$\pm 1,0$	$\pm 0,0032$
$p = 0,99$	$\tilde{t}_{0,99}(C_{unif}) = 2,148 - 0,43\Phi(0,62(e \lg C_{unif} - 1))$	$\pm 1,5$	$\pm 0,0020$
$p = 0,9973$	$\tilde{t}_{0,9973}(C_{unif}) = 2,38 - 0,65\Phi(0,53(e \lg C_{unif} - 1))$	$\pm 2,5$	$\pm 0,0015$

$p = 0,999$	$\tilde{t}_{0,999}(C_{unif}) = 2,511 - 0,78\Phi(0,46(e \lg C_{unif} - 1))$	$\pm 5,0$	$\pm 0,00085$
-------------	--	-----------	---------------

Заклучение

Таким образом, рассмотрен общий случай определения вероятности попадания на заданный участок случайной величины, подчиненной композиции нормального и равномерного законов распределения, имеющих произвольные центры распределения. Для рассмотренной композиции в результате аппроксимации табличных данных $t_p(C_{unif})$ получены приближенные формулы множителя $\tilde{t}_p(C_{unif})$ для типовых значений доверительной вероятности, зависящего от показателя относительного содержания в композиции нормального и равномерного законов распределения равномерной составляющей. При помощи полученных приближенных формул множителя $\tilde{t}_p(C_{unif})$ и выражения (17) можно с достаточной для практики точностью, не прибегая к расчету табличных значений множителя $t_p(C_{unif})$ численным методом, определить доверительный интервал оценки случайной величины, подчиненной композиции нормального и равномерного законов распределения.

Список литературы

1. Новицкий П.В., Зограф И.А. Оценка погрешностей результатов измерений. Л.: Энергоатомиздат, 1985. 247 с.
2. Сергеев А.Г., Терегеря В.В. Метрология, стандартизация, сертификация. М.: Юрайт, 2011. 820 с.
3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Высш. шк., 1999. 576 с.
4. Справочник по вероятностным расчетам / Г.Г. Абезгауз [и др.]. 2-е изд. М.: Воениздат, 1970. 536 с.
5. Длин А.М. Математическая статистика в технике. М.: Сов. наука, 1958. 466 с.
6. Балдин К.В., Башлыков В.Н., Рукосуев А.В. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Дашков и К., 2011. 473 с.
7. Унковский В.А. Теория вероятностей. М.: Воен.-мор. изд-во, 1953. 320 с.
8. Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. М.: Наука, 1969. 512 с.
9. Свешников А.А. Основы теории ошибок. Л.: Изд-во Ленингр. университета, 1972. 124 с.
10. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций / Б.Г. Володин [и др.]; под общ. ред. А.А. Свешникова. М.: Наука, 1970. 656 с.
11. Ганин М.П., Свешников А.А. Теория вероятностей и её применение для решения задач ВМФ. Л.: Воен.-мор. ордена Ленина и Ушакова акад., 1968. 649 с.
12. Математическая энциклопедия: в 5 т. / гл. ред. И.М. Виноградов. Т. 2. М.: СЭ, 1979. 1104 с.
13. Лебедев Н.Н. Специальные функции и их приложения. 2-е изд. М.; Л.: Физматгиз, 1963. 358 с.
14. Хаджи П.И. Функция вероятности (интегралы, ряды и некоторые обобщения) / под ред. С.А. Москаленко. Кишинев: АН МССР, 1971. 397 с.
15. Новицкий П.В. Основы информационной теории измерительных устройств. Л.: Энергия, 1968. 248 с.
16. Сергеев А.Г. Крохин В.В. Метрология. М.: Логос, 2002. 408 с.

References

1. Novickij P.V., Zograf I.A. Ocenka pogreshnostej rezul'tatov izmerenij. L.: Jenergoatomizdat, 1985. 247 s. (in Russ.)
2. Sergeev A.G., Teregerja V.V. Metrologija, standartizacija, sertifikacija. M.: Jurajt, 2011. 820 s. (in Russ.)
3. Ventcel' E.S. Teorija verojatnostej. M.: Vyssh. shk., 1999. 576 s. (in Russ.)
4. Spravochnik po verojatnostnym raschetam / G.G. Abezgauz [i dr.]. 2-e izd. M.: Voenizdat, 1970. 536 s. (in Russ.)
5. Dlin A.M. Matematicheskaja statistika v tehnikе. M.: Sov. nauka, 1958. 466 s. (in Russ.)
6. Baldin K.V., Bashlykov V.N., Rukosuev A.V. Teorija verojatnostej i matematicheskaja statistika. M.: Dashkov i K., 2011. 473 s. (in Russ.)
7. Unkovskij V.A. Teorija verojatnostej. M.: Voen.-mor. izd-vo, 1953. 320 s. (in Russ.)
8. Smirnov N.V., Dunin-Barkovskij I.V. Kurs teorii verojatnostej i matematicheskoy statistiki dlja tehnicheskikh prilozhenij. M.: Nauka, 1969. 512 s. (in Russ.)
9. Sveshnikov A.A. Osnovy teorii oshibok. L.: Izd-vo Leningr. universiteta, 1972. 124 s. (in Russ.)
10. Sbornik zadach po teorii verojatnostej, matematicheskoy statistike i teorii sluchajnyh funkcij / B.G. Volodin [i dr.]; pod obshh. red. A.A. Sveshnikova. M.: Nauka, 1970. 656 s. (in Russ.)
11. Ganin M.P., Sveshnikov A.A. Teorija verojatnostej i ejo primenenija dlja reshenija zadach VMF. L.: Voen.-mor. ordena Lenina i Ushakova akad., 1968. 649 s. (in Russ.)
12. Matematicheskaja jenciklopedija: v 5 t. / gl. red. I.M. Vinogradov. T. 2. M.: SJe, 1979. 1104 s. (in Russ.)
13. Lebedev N.N. Special'nye funkcii i ih prilozhenija. 2-e izd. M.; L.: Fizmatgiz, 1963. 358 s. (in Russ.)

14. Hadzhi P.I. Funkcija verojatnosti (integraly, rjady i nekotorye obobshhenija) / pod red. S.A. Moskalenko. Kishinev: AN MSSR, 1971. 397 s. (in Russ.)
15. Novickij P.V. Osnovy informacionnoj teorii izmeritel'nyh ustrojstv. L.: Jenergija, 1968. 248 s. (in Russ.)
16. Sergeev A.G. Krohin V.V. Metrologija. M.: Logos, 2002. 408 s. (in Russ.)

Сведения об авторе

Крейдик Е.Л., заместитель начальника отдела
ОАО «АГАТ-СИСТЕМ».

Адрес для корреспонденции

220141, Республика Беларусь,
г. Минск, ул. Ф. Скорины, 51Б,
ОАО «АГАТ-СИСТЕМ»
тел. +375 17-265-94-46;
e-mail: kreidik@rambler.ru
Крейдик Евгений Леонидович

Information about the author

Kreidik E.L., deputy head of department of OJSC
«AGAT-SYSTEM».

Address for correspondence

220141, Republic of Belarus,
Minsk, F. Skoriny str., 51B,
OJSC «AGAT-SYSTEM»
tel. +375 17-265-94-46;
e-mail: kreidik@rambler.ru
Kreidik Evgueni Leonidovich