

УДК 621.391.14

## КОРРЕКЦИЯ ЗАВИСИМЫХ ОШИБОК ТУРБОКОДЕКОМ НА ОСНОВЕ ВЛОЖЕННЫХ РАВНОМЕРНЫХ СВЕРТОЧНЫХ КОДОВ

Е.Г. МАКЕЙЧИК, А.И. КОРОЛЕВ, В.К. КОНОПЕЛЬКО

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
П. Бровки, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 3 февраля 2016

Рассматриваются методы организации коррекции зависимых (пакетных) ошибок турбокодеками на основе вложенных как систематических равномерных сверточных кодов с алгоритмом порогового декодирования, так и на основе систематических рекурсивных сверточных кодов. Оцениваются эффективность предложенных методов кодирования данных двух и трехкомпонентными турбокодеками. Установлено, что турбокодеки на основе вложенных равномерных и рекурсивных сверточных кодов обеспечивают в 1,34 раза уменьшение избыточности передаваемой информации по сравнению с известным принципом построения турбокодеков на основе рекурсивных сверточных кодов.

*Ключевые слова:* сверточный код, проверочные символы, скорость кода, пороговое декодирование, порождающий полином.

### Общий принцип построения и основные характеристики турбокодеков на основе рекурсивных сверточных кодов

Турбокодеки, реализованные либо аппаратным, либо программным способами, образуются путем параллельного каскадирования (объединения) чаще всего двух (двухкомпонентные) и реже трех (трехкомпонентные) одинаковых рекурсивных систематических сверточных кодов с алгоритмами декодирования Витерби, максимально апостериорный (MAP), логарифмический MAP (Log-MAP), MAP с максимальным правдоподобием (Max-Log-MAP), которые отличаются как вероятностью ошибочного декодирования информационных символов, так и сложностью реализации канальных декодеров. Каскадирование одинаковых рекурсивных сверточных кодов при кодировании передаваемых информационных символов осуществляется с использованием перемежителя. Схема обобщенная двухкомпонентного канального турбокодера представлена на рис. 1 [1–5].

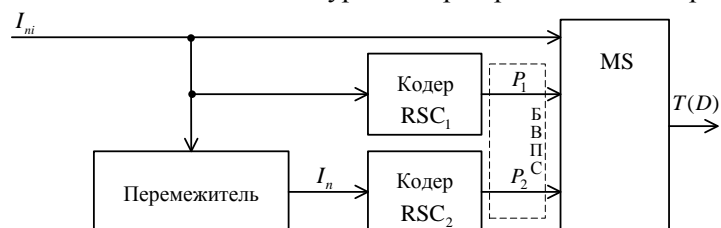


Рис. 1. Схема обобщенная канального турбокодера на основе систематических рекурсивных сверточных кодов с  $R_{RSC} = k_0/n_0 = 1/2$ :  $I_{ni}$  – неперемененные информационные символы;  $I_i$  – перемеженные информационные символы; БВПС – блок выкалывания (перфорирования) проверочных символов

Из способа кодирования передаваемых информационных символов  $I_{ni}$  следует, что скорость передачи кода  $R_{ik}$  канального турбокодера будет равна

$$R_{ik} = k_0/k_0 + P_1 + P_2 = 1/1 + 1 + 1 = 1/3. \quad (1)$$

Таким образом, следует, что избыточность передаваемой информации канального кодера турбокодека увеличилась в

$$\alpha = 1 - R_{ik} / R_{RSC} = r_{ik} / r_{RSC} = 0,67 / 0,5 = 1,34 \text{ раза,} \quad (2)$$

где  $r_{ik}$  и  $r_{RSC}$  – избыточность кодов канального турбокодера и составных систематических рекурсивных сверточных кодов соответственно.

Данное свойство турбокодов является существенным недостатком. Для уменьшения избыточности передаваемой информации используют выкалывание (перфорирование) проверочных символов первого и второго RSC. На приемной стороне в канальном турбокодеке перфорированные (выколотые) проверочные символы подпотоков  $\hat{P}'_1$  и  $\hat{P}'_2$  заменяют нулевыми символами. Недостатком турбокодека на основе перфорированных рекурсивных сверточных кодов является снижение эффективности декодирования: уменьшение энергетического выигрыша кодирования (ЭВК) в пределах от 0,5 до нескольких дБ. Кроме того, турбокодеки на основе рекурсивных сверточных кодов требуют введения в процессе кодирования информации «нулевой защитной последовательности», равной количеству ячеек памяти регистра сдвига турбокодера. Введение нулевой последовательности приводит к снижению скорости передачи кода турбокодера или к увеличению избыточности передаваемой информации [4–7].

Перемежитель информационных символов в турбокодеке выполняет существенную роль, а именно, уменьшает взаимосвязь (корреляцию) между передаваемыми информационными символами как второго канала кодирования, так и между информационными символами первого и второго канала кодирования. На приемной стороне в канальном турбокодеке должен использоваться соответствующий деперемежитель и блок замещения выколотых проверочных символов.

Канальный турбокодер двухкомпозиционного турбокодека представляет собой каскадное соединение двух отдельных турбокодеров, а также двух перемежителей, аналогично используемых в канальном турбокодеке и двух деперемежителей, осуществляющих восстановление передаваемых перемеженных информационных символов. Схема обобщенная канального турбокодера при мягком принятии решения на выходе демодулятора ДКС представлена на рис. 2 [1, 2, 4–6], где  $L$  – логорифм отношения правдоподобия,  $L_e$  – внешняя информация, БВК<sub>1</sub> и БВК<sub>2</sub> – блоки введения корректирующей информации, БВВПС – блоки восстановления выколотых проверочных символов, DMX – демультиплексор.

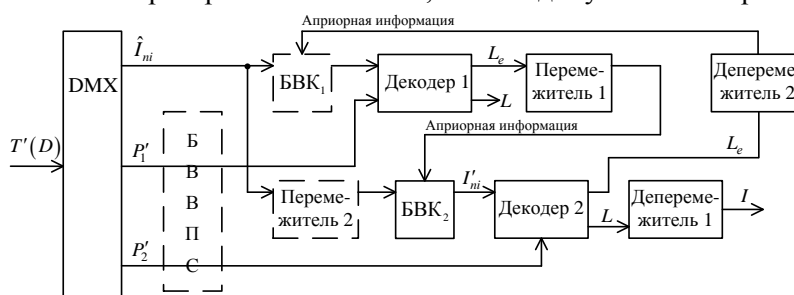


Рис. 2. Схема обобщенная канального турбокодера на основе систематических RSC с  $R = 1/2$  и при мягком принятии решения на выходе демодулятора ДКС

Принятые кодовые символы  $T'(D)$  в DMX разделяются на три подпотока:  $\hat{I}_{ni}$  – непеременные информационные символы,  $P'_1$  – проверочные символы первого кодера RSC<sub>1</sub> и  $P'_2$  – проверочные символы второго кодера RSC<sub>2</sub>. Каждый из декодеров канального турбокодера имеет два входа и два выхода. Один из входов декодеров предназначен для ввода принятых проверочных символов, а второй вход используется для ввода информационных символов с учетом априорной информации декодирования, поступающей с выхода декодера соответствующего канала декодирования. Также по два выхода имеют соответствующие декодеры, с одного из которых поступают декодированные информационные символы  $L$ , а с другого – внешняя информация о надежности декодируемых кодовых символов. При

использовании мягкого решения на выходе демодулятора ДКС в качестве оценки мягких решений используется логарифм отношения правдоподобия, знак которого, в свою очередь, определяет полярность декодированного символа: отрицательное значение соответствует нулевому символу, а положительное – ненулевому символу.

На первом этапе декодер 1 формирует оценку информационных символов, используя только информацию, принятую из канала связи  $\hat{I}_{ni}$ . Затем из полученной оценки формирует так называемую внешнюю информацию, которая поступает на перемежитель 1, который формирует априорную информацию для декодера 2 (при первой итерации априорная информация равна нулю) [1, 3–6]:

$$L_e(a_k) = L(a_k/P') - L_{ni} P_{aks} - L(ak), \quad (3)$$

где  $L_{ni}$  – надежность канала связи. Для канала связи с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ)  $L_{ni} = 2/\delta^2$ , где  $\delta^2$  – дисперсия шума.

Декодер 2 использует данную информацию в качестве априорной для формирования своей оценки принятых информационных символов, поступающих с выхода перемежителя 2. На следующей итерации декодер 1 обрабатывает принятые информационные символы с учетом априорной информации, полученной от декодера 2 при реализации первой итерации декодирования. Далее процедура реализации итераций выполняется аналогичным способом. Однако с каждой новой итерацией средняя оценка вероятности ошибочного декодирования уменьшается. На практике количество итераций выбирается в пределах 10–20. После выполнения заданного количества итераций информационные символы  $I_{ni}$  поступают на перемежитель 1, с выхода которого передаются к получателю информации с допустимой вероятностью ошибочного приема.

### Коррекция ошибок турбокодами на основе вложенных систематических рекурсивных сверточных кодов

Двухкомпозиционный каналный турбокодер, реализующий кодирование информационных символов на основе вложенных систематических рекурсивных сверточных кодов RSC<sub>1</sub> и RSC<sub>2</sub> с  $R = 1/2$ , представлен на рис. 3.

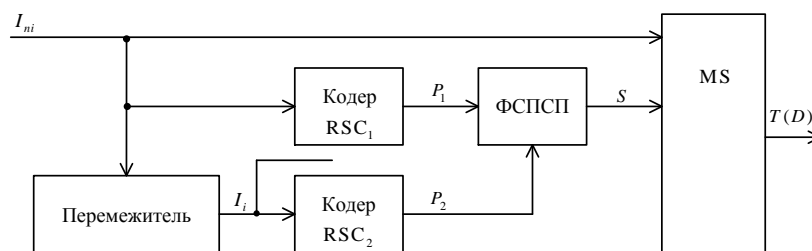


Рис. 3. Схема обобщенная каналного турбокодера на основе вложенных систематических RSC<sub>1</sub> и RSC<sub>2</sub>  $R = k_0/n_0 = 1/2$

Сущность построения данного каналного турбокодера состоит в том, что сформированные проверочные символы  $P_1$  и  $P_2$  каналов кодирования соответственно  $I_{ni}$  и  $I_i$  поступают на соответствующие входы формирователя символов псевдослучайной последовательности (ФСПСП). Символы ПСП формируются по правилу

$$S = P_1 \oplus P_2. \quad (4)$$

Сформированные символы ПСП, обозначенные как  $S$ , поступают на соответствующий вход мультиплектора MS, формирующий кодовую последовательность объединения непеременных информационных символов  $I_{ni}$  и символов  $S$ . Из принципа работы каналного турбокодера следует определение.

*Определение 1.* Если  $k_0 = 1$  и  $n'_0 = k_0 + n = k_0 + (P_1 \oplus P_2) = 1 + 1 = 2$ , то скорость передачи кода канального турбокодера  $R' = k_0/n'_0 = 1/2$ . Следовательно, избыточность передаваемой информации  $r' = (1 - R') \cdot 100\% = (1 - 0,5) \cdot 50\%$ , что соответствует избыточности составляющего (исходного) RSC:  $r' < r''$  или  $50\% < 67\%$ , где  $r'$  и  $r''$  – избыточность кодов турбокодеров соответственно предложенного способа построения канального турбокодера, представленного выше.

Канальный турбодекодер, реализующий декодирование кодовых символов, сформированных на основе вложенных систематических RSC<sub>1</sub> и RSC<sub>2</sub>, имеет следующее построение (рис. 4).

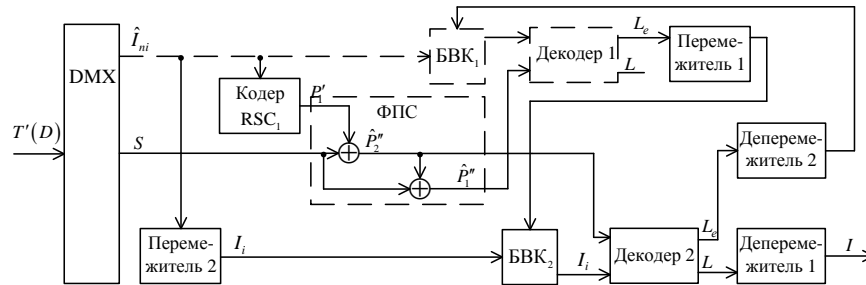


Рис. 4. Схема обобщенная канального турбодекодера на основе вложенных систематических RSC<sub>1</sub> и RSC<sub>2</sub> при мягком принятии решения на выходе демодулятора дискретного канала связи (ДКС)

Принципиальное отличие в построении канальных турбодекодеров рис. 2, 4 состоит в том, что в канальный турбодекодер (рис. 4) дополнительно вводятся кодер RSC<sub>1</sub>, формирующий поток проверочных символов  $P_1'$  из принятых непеременных информационных символов  $\hat{I}_{ni}$ , и формирователь проверочных символов (ФПС)  $\hat{P}_1''$  и  $\hat{P}_2''$ , выполняемый в виде двух сумматоров по модулю два, первый из которых формирует (восстанавливает) принятые проверочные символы  $\hat{P}_2''$  второго канала кодирования ( $S \oplus P_1' = (\mathcal{X}_1 \oplus P_2'' \oplus \mathcal{X}_1'') = \hat{P}_2''$ ), а второй восстанавливает принятые проверочные символы  $\hat{P}_1''$  первого канала кодирования ( $S \oplus P_2'' = (P_1'' \oplus \mathcal{X}_2'' \oplus \mathcal{X}_1'') = \hat{P}_1''$ ). Далее декодирование кодовых символов осуществляется аналогично работе канального турбодекодера, приведенного на рис. 2.

Моделирование работы предложенного принципа построения канального турбокодека на основе систематических RSC с порождающим полиномом обратной связи  $G_0 = 7_8$  и выходным полиномом  $G_1 = 5_8$ , с  $R = 1/2$ , и Log-Max алгоритмом декодирования показало, что при передаче данных по ДКС с АБГШ и методом модуляции ФМ-2 канальный турбодекодер обеспечивает увеличение энергетического выигрыша кодирования (ЭВК) на 0,27 дБ (при  $P_k = 5 \cdot 10^{-2} - 10^{-3}$ ), чем турбодекодер с выкалыванием проверочных символов.

### Коррекция зависимых ошибок турбокодеками на основе вложенных систематических равномерных сверточных кодов

К недостатку турбокодеков на основе RSC следует отнести также большую задержку информации при декодировании и сложность коррекции группирующихся (пакетных) ошибок. Известно, что высокую корректирующую способность к зависимым или группирующимся (пакетным) ошибкам обеспечивают систематические равномерные сверточные коды (СРСК) с алгоритмом порогового декодирования (ПД).

Далее рассматриваются метод построения и характеристики двухкомпонентного турбокодека на основе вложенного кодирования и декодирования СРСК с  $R = k_0/n_0 = 1/3$ . На рис. 5 приведена обобщенная схема канального турбокодера на основе вложенных СРСК с алгоритмом ПД.

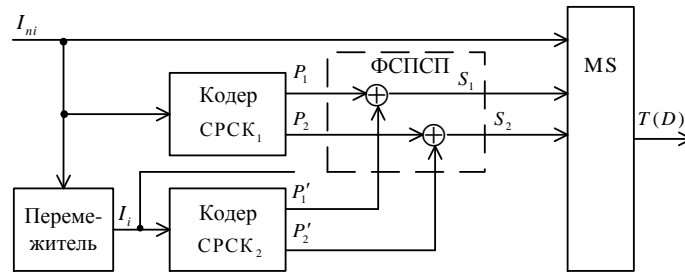


Рис. 5. Схема обобщенная канального турбокодера на основе вложенных систематических равномерных сверточных кодов с  $R = k_0/n_0 = 1/3$

Передаваемые непрерывные информационные символы  $I_{ni}$  поступают одновременно на соответствующий вход MS перемежителя информационных символов и на первый кодер СРСК<sub>1</sub>. Кодер СРСК<sub>1</sub> формирует два потока проверочных символов  $P_1$  и  $P_2$ , которые поступают на формирователь символов псевдослучайных последовательностей (ФСПС). Перемеженные информационные символы  $I_i$  поступают на вход второго кодера СРСК<sub>2</sub>, который формирует два потока проверочных символов  $P'_1$  и  $P'_2$ , которые поступают на соответствующие входы ФСПС: перемеженные информационные символы  $I_i$  в канал связи не передаются. ФСПС формирует символы двух псевдослучайных последовательностей по правилу  $S_1 = P_1 \oplus P'_1$ ,  $S_2 = P_2 \oplus P'_2$ .

Символы последовательностей  $S_1$  и  $S_2$  поступают на соответствующие входы MS канального турбокода. MS формирует символы кодовой последовательности  $T(D)$  путем последовательного преобразования передачи символов  $I_{ni}$ ,  $S_1$  и  $S_2$  из параллельного кода в последовательный код  $T(D)$ .

*Определение 2.* Если  $R = k_0/n_0 = 1/n_0$ ,  $n_0 - 1$  – соответственно скорость передачи и количество проверочных подпотоков СРСК, то при суммировании по модулю два проверочных символов  $(n_0 - 1)$  подпотоков второго составляющего СРСК, избыточность передаваемой информации канального турбокодера будет равна избыточности  $r = (1 - R)$  исходного составляющего СРСК.

Доказательство данного определения следует из описания способа кодирования информации турбокодером: формирования  $(n_0 - 1)$  символов двух псевдослучайных последовательностей  $S_1$  и  $S_2$ .

На рис. 6 приведена обобщенная схема канального турбокодера на основе использования двух СРСК, принципиальное отличие построения которого от принципа построения канального турбокодера, приведенного на рис. 2, 4 состоит в том, что в рассматриваемом канальном турбокодере используется жесткое многоступенчатое (двухступенчатое) декодирование кодовых символов  $T'(D)$  с мажоритарным принципом решения о полярности принятых информационных символов по оценкам двух каналов декодирования.

Для восстановления на приемной стороне проверочных символов, сформированных канальным турбокодером, в канальный турбокодер введены кодер СРСК<sub>1</sub> первого канала кодирования и формирователь проверочных символов декодера (ФСД). Восстановление принятых проверочных символов осуществляется по следующему правилу

$$\begin{aligned} S_1 \oplus \hat{P}_1^1 &= \mathcal{X} \oplus P_2^1 \oplus \hat{\mathcal{X}}^1 = P_2^1 = \hat{P}_2^1 \\ S_2 \oplus \hat{P}_2^1 &= P_2 \oplus P_2^2 \oplus \hat{P}_2^1 = P_2^2 = \hat{P}_2^2 \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\hat{P}_1^1$  и  $\hat{P}_2^1$  – проверочные символы, сформированные кодером СРСК<sub>1</sub> первого канала декодирования.

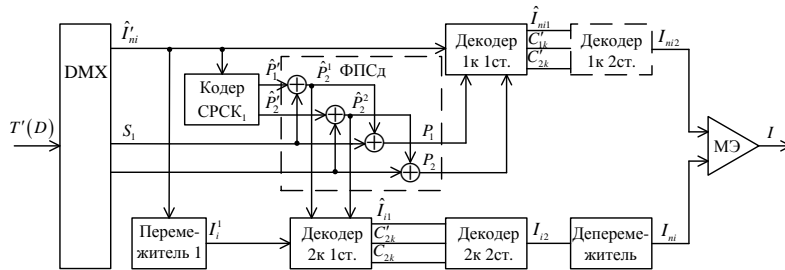


Рис. 6. Схема обобщенная канального турбокодера на основе вложенных систематических равномерных сверточных кодов с алгоритмом порогового декодирования

В соответствии с рис. 6 в первом и во втором каналах декодирования осуществляется независимое декодирование (оценка достоверности) соответственно принятых неперемененных  $I_{ni}$  и перемененных  $I_i$  информационных символов. Во вторых ступенях декодирования канального турбокодера коррекция информационных символов  $I_{ni1}$  и  $I_{i1}$  осуществляется с учетом коррекции как информационных, так и синдромных символов выполненных на первой ступени декодирования. Оценка вероятности ошибочного декодирования информационных символов на первых ступенях декодирования выполняется по формуле [8–10]

$$P_{\text{ош.дек.1ст.}} = 1/n_a \sum_{i=\text{исп.}+1}^{d_0} C_{d_0}^i \cdot P_k^i \cdot (1-P_k)^{d_0-i}, \quad (6)$$

где  $P_k$  – вероятность ошибок по двоичным символам (битам) на выходе демодулятора ДКС с двукратной относительной фазовой модуляцией (ДОФМ).

Вероятность ошибочного декодирования каждого из каналов декодирования ориентировочно оценивается как

$$P_{\text{ош.дек.2ст.}} \approx (P_{\text{ош.дек.1ст.}})^2. \quad (7)$$

Окончательное принятие решения о полярности принятого информационного символа выполняется по мажоритарному принципу. При несовпадении полярностей информационных символов каналов декодирования с выхода канального турбокодера выдается двоичный символ с уровнем логического нуля.

На рис. 7 представлены кривые вероятностей ошибочного декодирования турбокодера при использовании СПСК<sub>1</sub> и СПСК<sub>2</sub> с параметрами:  $R = k_0/n_0 = 1/3$ ,  $r = 6$ ,  $n_a = 27$  бит, при использовании одной (кривая 2) и двух (кривая 3) ступеней декодирования. Кривая 1 – вероятность посимвольной ошибки когерентного демодулятора ДФМ с учетом увеличения скорости передачи данных в  $n_0 = 3$  раза; кривая 4 – вероятность посимвольной ошибки на выходе турбокодера на основе RSC с  $R = 1/2$  и при  $Q = 8$  итерациях декодирования.

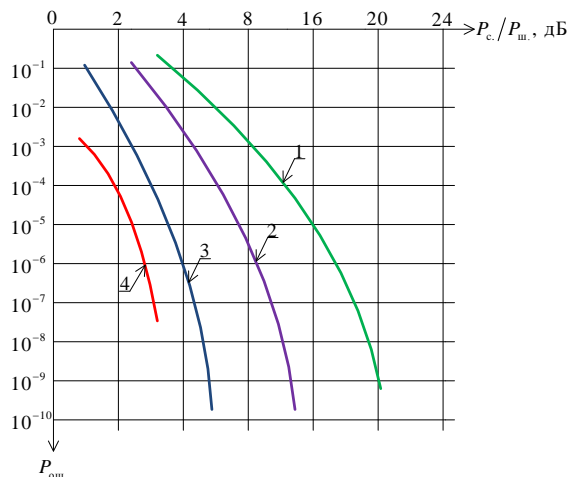


Рис. 7. Вероятности ошибочного приема информационных символов

## Заключение

Из приведенных кривых вероятностей ошибочного декодирования информационных символов при использовании турбокодеков следует, что для коррекции зависимых ошибок целесообразно использовать каналные турбокодеки, построенные на принципе вложенного кодирования СРСК с алгоритмом ПД при использовании от двух до пяти ступеней декодирования. Максимальный проигрыш ЭВК турбокодекам на основе вложенных RSC составляет менее 2 дБ при  $Q=8$  итерациях декодирования, обеспечивая в 1,34 раза меньшую избыточность передаваемой информации.

## CORRECTION OF DEPENDENT ERRORS BY THE TURBOCODEC BASED ON ATTACHED EVENLY CONVOLUTIONAL CODES

E.G. MAKEICHNIK, A.I. KOROLEV, V.K. KANAPELKA

### Abstract

The organization methods of dependent (packet) error correction by the turbocodes based both on a sub systematic convolutional codes with uniform threshold decoding algorithm and recursive systematic convolutional codes are considered. The effectiveness of the proposed methods for data coding by two- and three-components turbocodes is evaluated. It is found that turbocodes, based on nested uniform and recursive convolutional codes, provide fold a decrease in 1,34 times of the transmitted information redundancy in comparison with the known principle turbocodes construction through recursive convolutional codes.

*Keywords:* convolutional code, check symbols, the code rate, threshold decoding, generator polynomial.

### Список литературы

1. Морелос-Сарагоса Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение. М., 2005.
2. Королев А.И., Конопелько В.К. Турбокоды и итеративное декодирование Минск, 2015.
3. Andersen J.D. // Annales des Telecommunications. 1999. Vol 54 (3–4).
4. Berrou C., Glavieux A., Thitimajshima P. // In Proc. IEEE Int. Conf. Commun. ICC'93. 1993. P. 1064–1070.
5. SACET. Generical Two Dimensional Block Turbo Code Decoder. Preliminary Product Specification. 2002.
6. Seghers J. // Diploma Project № 6613. Zürich, 1995.
7. Berrou C, Glavieux A. // IEEE Trans. on Communications. 1996. Vol. 44, № 40. P. 1261–1271.
8. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки. М., 1986.
9. Кларк Дж. мл., Кейн Дж. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи. М., 1987.
10. Касами Т., Токура Н., Ивадари Е. и др. Теория кодирования. М., 1978.