

УДК 621.385

ВОЗБУЖДЕНИЕ ВОЛНОВОДОВ И РЕЗОНАТОРОВ ЭЛЕКТРОННЫМИ ПОТОКАМИ

А.А. КУРАЕВ, А.О. РАК, А.В. СЕНЬКО

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь*

Поступила в редакцию 6 ноября 2014

Сформулированы корректные уравнения возбуждения волноводов и резонаторов электронными потоками в общем случае, когда существует трехмерная фазировка электронов.

Ключевые слова: регулярные и нерегулярные волноводы, интегралы возбуждения.

Введение

Сформулированные в [1–3] уравнения возбуждения регулярных волноводов и резонаторов часто используются в электродинамике и электронике СВЧ. Однако в электродинамике они не могут быть использованы: в [1–3] волновод в области сторонних источников предполагается регулярным, благодаря чему используется условие ортогональности собственных волн регулярного волновода в этой области. Однако на самом деле сторонние токи (электрические и магнитные) заданы на элементах возбуждения (штыри, петли, щели и окна в стенках волновода), которые делают волновод (или резонатор) в области источников нерегулярным и собственные волны оказываются связанными на этих элементах; происходит дифракция и рассеяние волн в области источников.

В электронных приборах это ограничение отпадает: сторонние электрические токи формируются свободными электронами и «устройства возбуждения» отсутствуют. Однако возникает другое препятствие для использования уравнений возбуждения из [1–3] в электронике СВЧ: в отличие от электродинамики области возбуждения не фиксированы в пространстве, имеет место поперечная фазировка электронов. Это обстоятельство, на которое указывалось еще в монографии [4], не позволяет в общем случае (трехмерные модели) использовать уравнения возбуждения из [1–3]. Требуется их обобщение на случай подвижных источников, как это сделано в [4]. Ниже сформулированы уравнения возбуждения волноводов и резонаторов в общем случае.

Регулярный волновод

Как показано в [4], возбуждаемые в регулярном волноводе электронными потоками поля представляются в виде:

$$\mathbf{E} = \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \dot{\mathbf{E}}^n e^{jn\omega t}, \quad \mathbf{H} = \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \dot{\mathbf{H}}^n e^{jn\omega t}, \quad (1)$$

$$\text{где } \dot{\mathbf{E}}^n = \sum_s (\dot{C}_s^n \mathbf{E}_s^n + \dot{C}_{-s}^n \mathbf{E}_{-s}^n) - \frac{\delta_{nl}^e}{jn\omega\epsilon_a}, \quad \dot{\mathbf{H}}^n = \sum_s (\dot{C}_s^n \mathbf{H}_s^n + \dot{C}_{-s}^n \mathbf{H}_{-s}^n) - \frac{\delta_{nl}^m}{jn\omega\mu_a}.$$

Здесь $\mathbf{E}_{\pm s}^n$ – напряженность электрического поля попутной (+s) и встречной (-s) относительно оси z для $\pm s$ -й собственной волны волновода на частоте $n\omega$, $\mathbf{H}_{\pm s}^n$ – то же для

напряженности магнитного поля $\pm s$ -й собственной волны, $\dot{\delta}_{nl}^e = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \dot{\delta}_l^e e^{-jn\omega t} d\omega t$,

$\dot{\delta}_{nl}^m = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \dot{\delta}_l^m e^{-jn\omega t} d\omega t$, $\dot{\delta}_l^e$, $\dot{\delta}_l^m$ – продольные (по оси z) составляющие соответственно электрической (индекс «e») и магнитной (индекс «m») плотности тока.

Амплитуды $\dot{C}_{\pm s}^n(z)$ собственных волн в соответствии с [4] определяются как

$$\begin{aligned} \dot{C}_s^n(z) &= \frac{1}{N_s^n \pi} \int_0^{2\pi} \int_0^z \int_{S_\perp} (\dot{\delta}^e \mathbf{E}_{-s}^n - \dot{\delta}^m \mathbf{H}_{-s}^n) dS_\perp e^{-jn\omega t} dz d\omega t, \\ \dot{C}_{-s}^n(z) &= \frac{1}{N_s^n \pi} \int_0^{2\pi} \int_z^{z_0} \int_{S_\perp} (\dot{\delta}^e \mathbf{E}_s^n - \dot{\delta}^m \mathbf{H}_s^n) dS_\perp e^{-jn\omega t} dz d\omega t. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь N_s^n – норма $+s$ волны, область источников $0 \leq z \leq z_0$.

В уравнениях возбуждения из [1–3] $\dot{C}_{\pm s}^n(z)$ выражаются через n -е гармоники плотностей тока $\dot{\delta}_n^e = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \dot{\delta}^e e^{-jn\omega t} d\omega t$, $\dot{\delta}_n^m = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \dot{\delta}^m e^{-jn\omega t} d\omega t$:

$$\begin{aligned} C_s^n(z) &= \frac{1}{N_s^n} \int_0^z \int_{S_\perp} (\dot{\delta}_n^e \mathbf{E}_{-s}^n - \dot{\delta}_n^m \mathbf{H}_{-s}^n) dS_\perp dz, \\ C_{-s}^n(z) &= \frac{1}{N_s^n} \int_z^{z_0} \int_{S_\perp} (\dot{\delta}_n^e \mathbf{E}_s^n - \dot{\delta}_n^m \mathbf{H}_s^n) dS_\perp dz. \end{aligned} \quad (3)$$

Таким образом, поперечная фазовая группировка в (3) исключена. В частности, в соответствии с (3) в таких приборах, как пениотрон, гирокон, гиротон, приборах М-Ж типа $C_{\pm s}^n = 0$, поскольку $\dot{\delta}_n^e$, $\dot{\delta}_n^m$ в этих приборах равны нулю, что показывает ошибочность (3) в этих случаях.

Нерегулярный волновод [5]

Рассмотрим задачу возбуждения однородно заполненного нерегулярного волновода, боковая поверхность которого S_b отличается от регулярной цилиндрической поверхности. Эта задача сводится к решению системы уравнений Максвелла

$$\left. \begin{aligned} \text{rot} \mathbf{H} &= \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{J}; \\ \text{rot} \mathbf{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

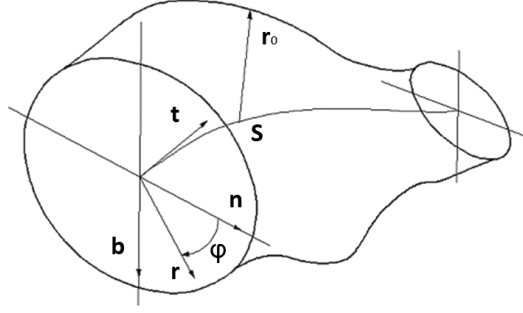
с граничными условиями [6]:

$$[\mathbf{n}, \mathbf{E}]_{S_b} = \sqrt{\frac{\mu_\sigma}{\pi \sigma}} \int_0^t \frac{\partial [\mathbf{n}, [\mathbf{H}, \mathbf{n}]]_{S_b}}{\partial u} \frac{du}{\sqrt{t-u}}, \quad (5)$$

где σ – удельная проводимость стенок волновода, μ_σ – ее магнитная проницаемость, $u \in [0, t]$ – аргумент интеграла, кроме того решение задачи должно удовлетворять условиям излучения в начальном и конечном сечениях волновода.

Плотность электрического тока J определяется электронным потоком в приборе. Теория возбуждения нерегулярного волновода строится на основе метода преобразования координат. Для решения задачи введем криволинейную систему координат (r, φ, s) , связанную с геометрией волновода (r, φ – полярные координаты в плоскости поперечного сечения

волновода, s – длина дуги оси волновода). Схема нерегулярного волновода приведена на рисунке.



Геометрия нерегулярного волновода

Здесь $\mathbf{t} = \mathbf{r}' / |\mathbf{r}'|$ – единичный вектор касательной к оси волновода, $(\mathbf{x}' = dx/ds)$; $\mathbf{n} = \mathbf{r}'' / |\mathbf{r}''| = \frac{1}{k} \mathbf{r}''$ – единичная нормаль к поверхности; $\mathbf{b} = \mathbf{t} \times \mathbf{n}$ – бинормаль к оси волновода. Эти три величины связаны с помощью формул Френа – Серре:

$$\mathbf{t}' = k\mathbf{n}; \mathbf{n}' = -k\mathbf{t} + \tau\mathbf{b}; \mathbf{b}' = -\tau\mathbf{n}, \quad (6)$$

где $k = 1/\rho_k = |\mathbf{r}''|$ – угловая скорость вращения касательной вокруг бинормали; ρ_k – радиус кривизны; $\tau = 1/\rho_\tau = \frac{1}{k} \mathbf{r}' \mathbf{r}'' \mathbf{r}'''$ – угловая скорость вращения бинормали вокруг касательной; ρ_τ – радиус кручения. Декартовы прямоугольные координаты произвольной точки (x, y, z) внутри волновода связаны с введенными координатами (ρ, φ, s) соотношением

$$\mathbf{r}(\rho, \varphi, s) = \mathbf{R}(s) + \rho r_b(\varphi, s) \{ \mathbf{n}(s) \cos(\varphi) + \mathbf{b}(s) \sin(\varphi) \}, \quad (7)$$

где \mathbf{r} – радиус-вектор произвольной точки внутри волновода; $\mathbf{R}(s)$ – уравнение оси волновода в декартовой системе координат; $\mathbf{n}(s)$ и $\mathbf{b}(s)$ – единичные векторы главной нормали и бинормали оси волновода, определенные как функции ее длины;

$$\rho = r/r_b(\varphi, s); \quad (8)$$

$r = r_b(\varphi, s)$ – уравнение контура поперечного сечения волновода в системе координат (r, φ, s) . Тогда в системе координат (ρ, φ, s) уравнение боковой поверхности рассматриваемого волновода принимает вид

$$\rho = 1. \quad (9)$$

В новой неортогональной системе координат выражение для первого уравнения Максвелла имеет вид

$$\begin{aligned} & \frac{1}{g} \left\{ \left(\frac{\partial H'_s}{\partial \varphi} - \frac{\partial H'_\varphi}{\partial s} \right) \mathbf{a}_\rho + \left(\frac{\partial H'_\rho}{\partial s} - \frac{\partial H'_s}{\partial \rho} \right) \mathbf{a}_\varphi + \left(\frac{\partial H'_\varphi}{\partial \rho} - \frac{\partial H'_\rho}{\partial \varphi} \right) \mathbf{a}_s \right\} = \\ & = \varepsilon_0 \left\{ \frac{\partial E'_\rho}{\partial t} \mathbf{a}^\rho + \frac{\partial E'_\varphi}{\partial t} \mathbf{a}^\varphi + \frac{\partial E'_s}{\partial t} \mathbf{a}^s \right\} + \left\{ J'^E_\rho \mathbf{a}^\rho + J'^E_\varphi \mathbf{a}^\varphi + J'^E_s \mathbf{a}^s \right\}, \end{aligned} \quad (10)$$

где $(E'_\rho, E'_\varphi, E'_s)$, $(H'_\rho, H'_\varphi, H'_s)$, $(J'^E_\rho, J'^E_\varphi, J'^E_s)$ – ковариантные компоненты векторов \mathbf{E}' , \mathbf{H}' и \mathbf{J}' в данной системе координат, пропорциональные проекциям этих векторов на основные координатные векторы $\mathbf{a}_\rho, \mathbf{a}_\varphi, \mathbf{a}_s$. Контравариантные вектора $\mathbf{a}^\rho, \mathbf{a}^\varphi, \mathbf{a}^s$ образуют взаимную систему. Аналогичным образом записывается и второе уравнение из (4). Умножив (10) на

взаимные векторы, получим ковариантную форму записи уравнений Максвелла в новой системе координат. Например, первое из уравнений запишется в виде:

$$\frac{\partial H'_s}{\partial \varphi} - \frac{\partial H'_\varphi}{\partial s} = \varepsilon_0 \sqrt{g} \left\{ g^{11} \frac{\partial E'_\rho}{\partial t} + g^{12} \frac{\partial E'_\varphi}{\partial t} + g^3 \frac{\partial E'_s}{\partial t} \right\} + \left\{ g^{11} J'_\rho + g^{12} J'_\varphi + g^3 J'_s \right\}, \quad (11)$$

где g^{ik} – метрические коэффициенты.

Аналогичный вид будут иметь и остальные пять уравнений. Граница волновода S_b в новой системе координат имеет вид (9). Это позволяет искать решение волновых уравнений (11) в виде разложений по системе базисных функций регулярного цилиндрического волновода. Например, для периодических во времени полей ($\omega = 2\pi/T$) можно искать решение (11) для электрической и магнитной напряженностей полей в виде

$$\left. \begin{aligned} E'_{1t} &= \operatorname{Re} \sum_m \dot{\mathbf{E}}_{1tm} e^{jm\omega t}; \\ E'_{1s} &= \operatorname{Re} \sum_m \dot{\mathbf{E}}_{1sm} e^{jm\omega t}; \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}'_{1tm} &= \sum_{i=1}^l \sum_{n=-N}^N \left(\dot{A}_{mni}^E \mathbf{e}_{ni}^E + \dot{A}_{mni}^M \mathbf{e}_{ni}^M \right); \\ \mathbf{E}'_{1sm} &= \sum_{i=1}^l \sum_{n=-N}^N \dot{C}_{mni} \varphi_{ni}; \\ \mathbf{H}'_{1m} &= \frac{j}{m\omega\mu_0} g^{-1} \operatorname{rot} \mathbf{E}'_{1m}, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

а собственные функции регулярного волновода выражены следующими соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} e_{mi}^E &= J'_n(v_m \rho) e^{-jn\varphi}; & e_{mi}^M &= -\frac{n}{\mu_{ni}} J_n(\mu_m \rho) e^{-jn\varphi}; \\ e_{\varphi ni}^E &= -\frac{jn}{v_{ni}\rho} J_n(v_{ni} \rho) e^{-jn\varphi}; & e_{mi}^M &= jJ'_n(\mu_m \rho) e^{-jn\varphi}; \\ \varphi_{ni} &= J_n(v_m \rho) e^{-jn\varphi}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Здесь m – номер гармоники основной частоты ω ; n – азимутальный индекс; i – радиальный индекс; j – мнимая единица; v_{ni} – корни функции Бесселя ($J_n(v_{ni})=0$); μ_{ni} – корни производной от функции Бесселя ($J'_n(\mu_{ni})=0$). Направляющие векторы новой (косоугольной) системы координат (ρ, φ, s) определяются следующим образом:

$$\mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_\rho = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \rho} = r_b(\varphi, s) \cdot (n(s) \cdot \cos \varphi + b(s) \cdot \sin \varphi) = r_b \cdot \mathbf{r}_0, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_2 = \mathbf{a}_\varphi &= \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varphi} = \rho \cdot \frac{\partial r_b}{\partial \varphi} \cdot (n(s) \cdot \cos \varphi + b(s) \cdot \sin \varphi) + \\ &+ \rho \cdot r_b \cdot (-n(s) \cdot \sin \varphi + b(s) \cdot \cos \varphi) = \rho \cdot \frac{\partial r_b}{\partial \varphi} \cdot \mathbf{r}_0 + \rho \cdot r_b \cdot \boldsymbol{\varphi}_0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_3 = \mathbf{a}_s &= \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} = \rho \cdot \frac{\partial r_b}{\partial s} \cdot (n(s) \cdot \cos \varphi + b(s) \cdot \sin \varphi) + \rho \cdot r_b \cdot \boldsymbol{\tau} \cdot \\ &\cdot (-n(s) \cdot \sin \varphi + b(s) \cdot \cos \varphi) + \mathbf{t} \cdot (1 - k \cdot \rho \cdot r_b) = \\ &= \rho \cdot \frac{\partial r_b}{\partial s} \cdot \mathbf{r}_0 + \rho \cdot r_b \cdot \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varphi}_0 + \mathbf{t} \cdot (1 - k \cdot \rho \cdot r_b \cdot \cos \varphi). \end{aligned}$$

Взаимная система контравариантных векторов записывается через основную:

$$\begin{aligned}
\mathbf{a}^i &= [\mathbf{a}_{i+1}, \mathbf{a}_{i+2}] / [\mathbf{a}_i, \mathbf{a}_{i+1}, \mathbf{a}_{i+2}]; \\
\mathbf{a}^1 &= \mathbf{a}^\rho = \frac{1}{r_b} \mathbf{r}_0 - \frac{1}{r_b^2} \frac{\partial r_b}{r_b^2 \partial \varphi} \varphi_0 + \frac{\rho}{r_b h_4} \left(\frac{\partial r_b}{\partial \varphi} \boldsymbol{\tau} - \frac{\partial r_b}{\partial s} \right) \mathbf{t}; \\
\mathbf{a}^2 &= \mathbf{a}^\varphi = \frac{1}{\rho r_b} \varphi_0 - \frac{\boldsymbol{\tau}}{h_4} \mathbf{t}; \quad \mathbf{a}^3 = \mathbf{a}^s = \mathbf{t} / h_4.
\end{aligned} \tag{16}$$

Уравнения Максвелла (4) в новых координатах (ρ, φ, s) в ковариантной форме имеют вид:

$$\begin{aligned}
rot \mathbf{H}' &= \varepsilon_0 g \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t} + g \mathbf{J}'; \\
rot \mathbf{E}' &= -\mu_0 g \frac{\partial \mathbf{H}'}{\partial t}.
\end{aligned} \tag{17}$$

Здесь метрический тензор g записывается как

$$g = \sqrt{g} \begin{vmatrix} g^{11}/\rho, g^{12}, g^{13}/\rho \\ g^{21}, \rho g^{22}, g^{23} \\ g^{31}/\rho, g^{32}, g^{33}/\rho \end{vmatrix}, \tag{18}$$

где $g^{ij} = (\mathbf{a}^i, \mathbf{a}^j)$; $\sqrt{g} = \mathbf{a}^1 [\mathbf{a}^2, \mathbf{a}^3] = \rho r_b^2 h_4$.

Составляющие метрического тензора следующие:

$$\begin{aligned}
g^{11} &= \frac{1}{r_b^2} + \frac{1}{r_b^4} \left(\frac{\partial r_b}{\partial \varphi} \right)^2 + \frac{\rho^2}{r_b^2 h_4} \left[\boldsymbol{\tau}(s) \frac{\partial r_b}{\partial \varphi} - \frac{\partial r_b}{\partial s} \right]^2; \quad g^{22} = \frac{1}{r_b^2 \rho^2} + \frac{\boldsymbol{\tau}^2(s)}{h_4^2}; \\
g^{12} &= -\frac{1}{r_b^3 \rho} \frac{\partial r_b}{\partial \varphi} - \frac{\rho \boldsymbol{\tau}(s)}{r_b h_4^2} \left[\boldsymbol{\tau}(s) \frac{\partial r_b}{\partial \varphi} - \frac{\partial r_b}{\partial s} \right]; \quad g^{23} = -\frac{\boldsymbol{\tau}(s)}{h_4^2}; \\
g^{13} &= \frac{\rho}{r_b h_4^2} \left[\boldsymbol{\tau}(s) \frac{\partial r_b}{\partial \varphi} - \frac{\partial r_b}{\partial s} \right]; \quad g^{33} = \frac{1}{h_4^2},
\end{aligned} \tag{19}$$

где $h_4 = 1 - \rho r_b(\varphi, s) k(s) \cos \varphi$; $k(s)$ и $\boldsymbol{\tau}(s)$ – соответственно кривизна и кручение оси волновода. Реальные физические векторы определяются через расчетные (штрихованные) следующим образом:

$$\begin{aligned}
\mathbf{E} &= E'_\rho \mathbf{a}^1 + E'_\varphi \rho \mathbf{a}^2 + E'_s \mathbf{a}^3; \\
\mathbf{H} &= H'_\rho \mathbf{a}^1 + H'_\varphi \rho \mathbf{a}^2 + H'_s \mathbf{a}^3; \\
\mathbf{J} &= J'_\rho \mathbf{a}^1 + J'_\varphi \rho \mathbf{a}^2 + J'_s \mathbf{a}^3.
\end{aligned} \tag{20}$$

Для решения (17) воспользуемся методом Галеркина, который заключается в том, что коэффициенты разложений (13) определяются из условия ортогональности невязок уравнения (17) собственным векторам разложения (14) при любом s :

$$\left. \begin{aligned}
\int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} \left\{ rot \left(g^{-1} rot \mathbf{E}'_1 \right) + \mu_0 g \left[\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}'_1}{\partial t^2} + \frac{\partial \mathbf{J}'}{\partial t} \right] \right\}_\perp \mathbf{e}_{ni}^{E, M*} \rho d\varphi d\rho e^{-im\omega t} d\omega t = 0, \\
\int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} \left\{ rot \left(g^{-1} rot \mathbf{E}'_1 \right) + \mu_0 g \left[\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}'_1}{\partial t^2} + \frac{\partial \mathbf{J}'}{\partial t} \right] \right\}_s \varphi_{ni} \rho d\varphi d\rho e^{-im\omega t} d\omega t = 0.
\end{aligned} \right\} \tag{21}$$

Это наиболее общее решение задачи возбуждения волновода произвольной формы.

Резонатор с импедансными стенками

Как показано в [7], вблизи резонанса с p -м типом колебаний в резонаторе уравнение возбуждения этого типа колебаний имеет вид:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{E}} &= \dot{A}_p \mathbf{E}_p, \quad \dot{\mathbf{H}} = \dot{B}_p \mathbf{H}_p, \\ \dot{B}_p &= -j \frac{\omega V_p^m + \omega_p V_p^e}{\left[\omega_p^2 - \omega^2 + \omega \omega_p (j-1) Q_p^{-1} \right] N_p}; \\ \dot{A}_p &= -j \frac{\omega_p V_p^m + \left[\omega - \omega_p (j-1) Q_p^{-1} \right] V_p^e}{\left[\omega_p^2 - \omega^2 + \omega \omega_p (j-1) Q_p^{-1} \right] N_p}.\end{aligned}$$

Здесь ω_p – собственное значение для $\mathbf{E}_p, \mathbf{H}_p$ собственных функций идеального резонатора сравнения [7], ω – частота возбуждения, $Q_p^{-1} = \sqrt{\frac{\mu_0}{2\sigma}} \oint_{S_p} H_{mcp}^2 dS_p / \int_{V_p} \mu_a H_{pm}^2 dV_p \cdot \omega_p$.

Интегралы возбуждения V_p^m, V_p^e имеют вид:

$$V_p^e = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_{V_p} \dot{\mathbf{d}}^e \dot{\mathbf{E}}_p^* dV_p e^{-j\omega t} d\omega t, \quad (22)$$

$$V_p^m = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_{V_p} \dot{\mathbf{d}}^m \dot{\mathbf{H}}_p^* dV_p e^{-j\omega t} d\omega t. \quad (23)$$

Здесь V_p – объем резонатора, S_p – поверхность стенки резонатора.

Заключение

Приведенные в статье формулировки интегралов возбуждения позволяют использовать теорию возбуждения волноводов и резонаторов электронными потоками в общем случае, когда возможна трехмерная фазировка электронов.

EXCITATIONS OF WAVEGUIDES AND CAVITIES BY ELECTRON BEAMS

A.A. KURAYEV, A.O. RAK, A.V. SENKO

Abstract

The correct excitations equations for waveguides and cavities by electron beams in general case where 3D phase-modulating take place are formulated.

Список литературы

1. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. М., 1957.
2. Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М., 1973.
3. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. М., 1988.
4. Кураев А.А. Сверхвысокочастотные приборы с периодическими электронными потоками. Минск, 1971.
5. Колосов С.В., Кураев А.А., Сенько А.В. // Техника и приборы СВЧ. 2009. № 2. С. 8–13.
6. Ерофеев В.Т., Козловская И.С. Математические модели в электродинамике. Часть 2. Минск, 2008.
7. Кураев А.А., Попкова Т.Л., Рак А.О. // Весці НАН Беларусі, сер. ФТН. 2007. № 3. С. 93–99.