



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2026-24-4-22-28>

УДК 621.373.826

ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА РАСЧЕТА ОПТИМАЛЬНЫХ РЕЖИМОВ ЛАЗЕРНОЙ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ МАТЕРИАЛОВ ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕХНИКИ

А. Н. КУПО¹, Е. Б. ШЕРШНЕВ¹, В. А. ЕМЕЛЬЯНОВ², А. А. КОВАЛЁВ¹

¹Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины (Гомель, Республика Беларусь)

²ОАО «ИНТЕГРАЛ» – управляющая компания холдинга «ИНТЕГРАЛ» (Минск, Республика Беларусь)

Аннотация. Предложена модификация метода параметрической оптимизации нестационарных процессов теплопроводности применительно к задачам лазерной термической обработки широкого класса материалов, используемых в электронной технике, включая полупроводники, диэлектрики и сверхтвердые материалы. С использованием пакета компьютерной математики MATLAB разработан вычислительный алгоритм автоматического построения оптимального по заданному критерию качества режима нагрева, что позволяет существенно сократить время экспериментального подбора параметров обработки. Приведены результаты верификации метода на примере расчета оптимальных режимов лазерной маркировки изделий электронной техники, подтвержденные сравнением с известными экспериментальными данными, что демонстрирует высокую точность предложенного подхода. Особое внимание уделено лазерно-индуцированной графитизации алмаза, позволяющей формировать токопроводящие структуры в объеме сверхтвердых материалов, что открывает новые перспективы для создания функциональных элементов электронной техники на основе алмазных подложек.

Ключевые слова: лазерная обработка, термические процессы, оптимальное управление, материалы электронной техники, лазерная графитизация алмаза, MATLAB, численное моделирование.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования. Численно-аналитическая реализация метода расчета оптимальных режимов лазерной термической обработки материалов электронной техники / А. Н. Купо [и др.] // Доклады БГУИР. 2026. Т. 24, № 4. С. 22–28. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2026-24-4-22-28>.

NUMERICAL AND ANALYTICAL IMPLEMENTATION OF THE METHOD FOR CALCULATING OPTIMAL MODES OF LASER HEAT TREATMENT OF ELECTRONIC MATERIALS

ALIAKSANDR KUPO¹, EVGENY SHERSHNEV¹, VICTOR EMELIANOV²,
ANDREI KOVALIOU¹

¹Francisk Skorina Gomel State University (Gomel, Republic of Belarus)

²JSC “INTEGRAL” – Manager Holding Company “INTEGRAL” (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. A modification of the method of parametric optimization of non-stationary thermal conduction processes is proposed in relation to the problems of laser heat treatment of a wide class of materials used in electronic engineering, including semiconductors, dielectrics and superhard materials. Using the Matlab computer mathematics package, a computational algorithm has been developed for the automatic construction of the optimal heating mode according to the specified quality criterion, which makes it possible to significantly reduce the time for the experimental selection of processing parameters. The results of verification of the method are presented on the example of calculating the optimal modes of laser marking of electronic products, confirmed by comparison with known experimental data, which demonstrates the high accuracy of the proposed approach. Particular attention is paid to laser-induced graphitization of diamond, which makes it possible to form conductive structures in the volume of superhard materials, which opens up new prospects for the creation of functional elements of electronic technology based on diamond substrates.

Keywords: laser processing, thermal processes, optimal control, electronic materials, laser graphitization of diamond, MATLAB, numerical modeling.

Conflict of interests. The authors declare that there is no conflict of interests.

For citation. Kupo A., Shershnev E., Emelyanov V., Kovaliou A. (2026) Numerical and Analytical Implementation of the Method for Calculating Optimal Modes of Laser Heat Treatment of Electronic Materials. *Doklady BGUIR*. 24 (4), 22–28. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2026-24-4-22-28> (in Russian).

Введение

Лазерное излучение широко применяется для термической обработки разнообразных материалов, используемых в современной электронной технике. Помимо традиционных металлов, объектами лазерного воздействия все чаще выступают полупроводниковые структуры (кремний, карбид кремния, арсенид галлия), диэлектрические покрытия (оксиды кремния, нитриды), а также сверхтвердые материалы, в частности, синтетические алмазы, используемые в качестве подложек мощных электронных компонентов и теплоотводящих элементов. Ключевой проблемой при лазерной обработке является необходимость поддержания строго определенного термического режима с заданной пространственно-временной точностью, что особенно критично для миниатюрных изделий электронной техники, чувствительных к перегреву. Для алмаза, который является перспективным материалом силовой и высокотемпературной электроники, лазерная обработка открывает уникальную возможность создания токопроводящих структур за счет управляемого фазового перехода алмаз–графит. Графит обладает низким удельным электрическим сопротивлением (до $60 \cdot 10^{-6}$ Ом·м), что позволяет формировать контактные площадки и межсоединения непосредственно в объеме алмазного материала. Для практической реализации необходимо соблюдение температурных режимов: при нагреве выше 1700 К начинается графитизация, при 4000–4500 К – плавление алмаза, а при >4600 К – сублимация. Превышение этих порогов ведет к неконтролируемому разрушению материала.

Эффективным аппаратом для решения задач оптимизации нестационарной теплопроводности является метод, развитый в [1–3], позволяющий для широкого класса распределенных систем сводить параметрическую оптимизацию к решению замкнутой системы уравнений относительно искомых параметров управления. Данный подход базируется на инвариантных свойствах результирующих температурных полей в точках достижения предельно допустимого отклонения от заданного состояния. Однако исходная формулировка метода ориентирована преимущественно на объемные источники тепла (индукционный нагрев) и не в полной мере учитывает специфику лазерного нагрева: локальный характер источника, резкие пространственные градиенты, а также зависимость оптических и теплофизических свойств материала от температуры.

Значительный прогресс в области математического моделирования лазерной обработки материалов достигнут в последние годы. Так, в [4, 5] предложены подходы к расчету температурных полей при лазерной сепарации кристаллов природных и искусственных алмазов, а также разработана нейросетевая методика оптимизации параметров лазерной обработки бриллиантов для технологий электроники. В [6] представлены результаты исследования лазерно-активированных фотохимических процессов формирования тонкопленочных систем микроэлектроники, а в [7] рассмотрены особенности изготовления элементной базы высокотемпературной электроники с использованием лазерного излучения.

Цель исследований авторов – реализовать в среде компьютерной математики MATLAB численно-аналитический метод расчета оптимальных режимов лазерной термической обработки материалов электронной техники, включая полупроводники, диэлектрики и сверхтвердые материалы (синтетические алмазы), с верификацией на примере задачи лазерной маркировки.

Постановка задачи и базовая математическая модель

Рассмотрим термическую обработку плоского образца или тонкопленочной структуры под воздействием лазерного излучения с гауссовым профилем интенсивности. В одномерном приближении по координате, направленной по нормали к облучаемой поверхности, процесс нагрева описывается нестационарным уравнением теплопроводности

$$c(T) \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + W(x, \tau), \quad (1)$$

где x – глубина от облучаемой поверхности; T – температура; τ – время; $c(T)$ – объемная теплоемкость; $\lambda(T)$ – коэффициент теплопроводности материала; $W(x, \tau)$ – объемная плотность мощности лазерного источника.

Для широкого круга материалов электронной техники – полупроводников (кремний, арсенид галлия), диэлектриков (кварцевые подложки, оксидные пленки) и сверхтвердых материалов (поликристаллические и монокристаллические алмазы) – теплофизические свойства могут существенно зависеть от температуры, что необходимо учитывать при моделировании. Следуя общей постановке, описанной в [1–3], поведение температурного поля должно в каждый момент времени удовлетворять дополнительным ограничениям на предельно допустимые значения температуры и термонапряжений (для хрупких неметаллических материалов, таких как диэлектрики и алмазы, это особенно важно). В качестве критерия оптимальности процесса выберем минимизацию времени обработки при заданной точности выполнения технологического требования

$$\max_{x \in G} |T_p(x) - T_k(x)| \leq \varepsilon_0, \quad (2)$$

где $T_p(x)$ – результирующее распределение температуры; $T_k(x)$ – требуемое конечное температурное состояние; ε_0 – допустимая абсолютная погрешность.

Для алмазных материалов дополнительным критерием оптимальности является формирование заданной глубины графитизированного слоя $d_g(\tau)$ при минимальном термическом воздействии на окружающие области. Процесс графитизации считается инициированным при достижении температурой значения $T_g \approx 1700$ К (в зависимости от дефектности кристалла). В соответствии с общими свойствами конечных температурных состояний, установленными в [1–3], искомое оптимальное управление мощностью лазерного излучения $u(\tau)$ задается с точностью до конечного числа параметров (например, моментов переключения $\tau_\alpha, \tau_\beta, \dots$).

Адаптация метода к задачам лазерной обработки

Специфика лазерного нагрева по сравнению с индукционным или конвективным нагревом заключается в малой характерной длине поглощения излучения (особенно для ультрафиолетовых лазеров, используемых в маркировке полупроводников и диэлектриков). Это позволяет с хорошей точностью считать источник тепла поверхностным

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = -\frac{1}{\lambda(T)} [q_0 u(\tau) - q_{loss}(T)], \quad (3)$$

где q_0 – максимальная интенсивность излучения; $u(\tau)$ – нормированное управляющее воздействие; $q_{loss}(T)$ – тепловые потери (излучением и теплообменом с окружающей средой).

Для нелинейной зависимости теплофизических свойств от температуры (что характерно для полупроводников и диэлектриков) предлагается использовать итерационную процедуру пересчета коэффициентов по результатам предыдущего расчета. Сходимость обеспечивается за счет кусочно-линейной аппроксимации зависимостей $c(T)$ и $\lambda(T)$ и метода последовательных приближений.

Согласно свойствам, установленным в [1–3], в конце оптимального процесса максимальные отклонения температуры от требуемого значения достигаются, как правило, на поверхности и в глубине образца, а также во внутренних точках, что позволяет составить замкнутую систему уравнений для определения неизвестных параметров управления. В случае двух неизвестных параметров (например, моментов включения/выключения лазера или длительности импульса) система может быть представлена в следующем общем виде:

$$\begin{cases} T(0, \Delta) - T_k(0) = -\varepsilon_{\min}; \\ T(L, \Delta) - T_k(L) = -\varepsilon_{\min}; \\ T(x_0, \Delta) - T_k(x_0) = +\varepsilon_{\min}; \\ \left. \frac{\partial}{\partial x} [T(x, \Delta) - T_k(x)] \right|_{x=x_0} = 0, \end{cases} \quad (4)$$

где Δ – параметр управления, $\Delta = (\tau_\alpha, \tau_\beta)^T$; L – характерный размер образца; x_0 – координата внутреннего экстремума.

Реализация в среде MATLAB и результаты моделирования

В рамках данной статьи основное внимание уделено численной реализации прямого теплофизического расчета как базового модуля для последующей параметрической оптимизации. Разработанный вычислительный алгоритм включает следующие основные блоки.

Модуль расчета температурного поля. Решение нестационарной задачи теплопроводности методом конечных разностей (неявная схема) с учетом нелинейных теплофизических свойств. Для полупроводников и диэлектриков могут быть заданы табличные зависимости $c(T)$ и $\lambda(T)$; для сверхтвёрдых материалов, таких как синтетические алмазы, используются температурные зависимости, полученные в [5] и подтвержденные экспериментально.

Модуль построения оптимального управления. Реализован алгоритм подбора параметров Δ с помощью встроенной функции *fsolve* (метод Ньютона – Рафсона с аналитическим вычислением якобиана через конечно-разностную аппроксимацию). Для демонстрации работоспособности метода в статье приведен расчет для фиксированного прямоугольного импульса, что позволяет верифицировать модель на экспериментальных данных [4, 7].

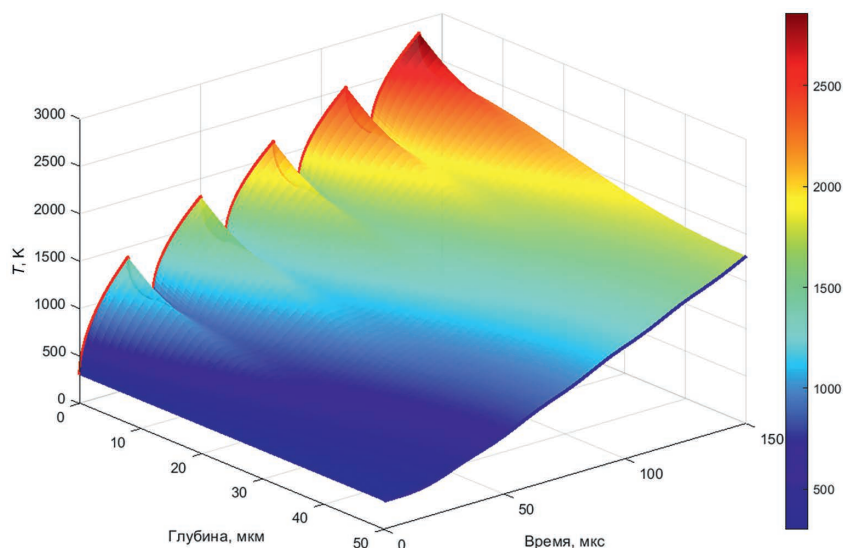
Модуль верификации. Сравнение полученных результатов с экспериментальными данными (например, с результатами, представленными в [4, 6, 7]), а также с решениями, полученными аналитически. Параметры модели можно варьировать в любых диапазонах, моделируя теплофизические свойства материала и характеристики лазерного излучения. Для демонстрации выбирались следующие параметры моделирования:

- материал – монокристаллический алмаз (теплофизические свойства принимались постоянными в первом приближении: объемная теплоемкость $\rho_{cp} = 2,0 \cdot 10^6$ Дж/(м³·К), теплопроводность $\lambda = 30$ Вт/(м·К));
- образец – плоская пластина толщиной $L = 50$ мкм;
- лазерное излучение – серия из пяти прямоугольных импульсов, каждый длительностью 20 мкс, пауза между импульсами 10 мкс (общее время 140 мкс);
- коэффициент поглощения $\alpha = 0,7$;
- начальная температура $T_0 = 300$ К;
- граничные условия: на облучаемой поверхности – лазерный источник с тепловыми потерями, на тыльной стороне – $\partial T/\partial x = 0$;
- изотермы фазовых переходов: графитизация $T_g = 1700$ К, плавление $T_m = 4300$ К, сублимация $T_s = 4600$ К.

Методом дихотомии определялась интенсивность лазерного излучения $q_0 = 1,86 \cdot 10^{10}$ Вт/м², при которой максимальная температура на поверхности достигала 2500 К, что выше порога графитизации, но существенно ниже температур плавления и сублимации, что гарантирует сохранение целостности кристаллической решетки алмазной пластины.

На рис. 1 представлено распределение температуры по глубине и времени. Красная линия отражает эволюцию температуры на облучаемой поверхности, синяя – на тыльной стороне.

Рис. 1. Эволюция температурного поля в пластине алмаза толщиной 50 мкм под действием лазерного излучения
Fig. 1. Evolution of the temperature field in a diamond plate 50 μ m thick under the influence of laser radiation



Показано, что каждый лазерный импульс вызывает быстрый всплеск температуры поверхности на 400–500 К, после чего в паузе происходит частичное охлаждение за счет теплопроводности вглубь материала. Накопление тепла от импульса к импульсу приводит к постепенному увеличению максимальной температуры, достигающей 2500 К к концу пятого импульса. Тыльная сторона прогревается до ~1500 К, что исключает фазовые превращения.

На рис. 2 приведены зависимости температуры от времени на трех фиксированных глубинах: поверхность ($x_1 = 0$ мкм), $x_2 = 15$ мкм и $x_3 = 30$ мкм. Поверхностная температура (красная линия) реагирует на каждый импульс практически мгновенно, достигая пиков в моменты окончания импульсов. На глубине 15 мкм (пурпурная линия) температура превышает порог графитизации (1700 К) уже после второго импульса, а на глубине 30 мкм (синяя линия) – только после четвертого импульса. Этот результат подтверждает, что предлагаемый режим формирует объемный проводящий канал: графитизация инициируется на поверхности и последовательно распространяется вглубь материала с каждым последующим импульсом.

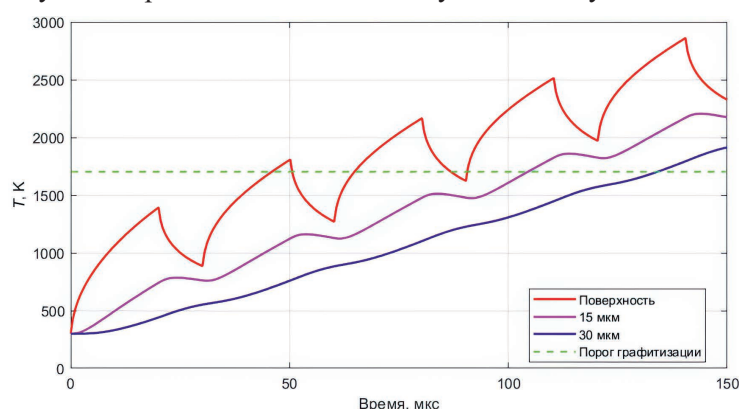


Рис. 2. Зависимость температуры от времени на глубинах 0, 15 и 30 мкм
Fig. 2. Temperature versus time at depth 0, 15 и 30 μm

На рис. 3 показано температурное поле в координатах глубина–время. Зеленой линией нанесена изотерма $T = 1700$ К, ограничивающая зону графитизации. Видно, что после первого импульса графитизированный слой имеет глубину около 12 мкм. К концу третьего импульса глубина зоны превышает 20 мкм, а после пятого импульса достигает ~35 мкм. Площадь между зеленой линией и осью глубины представляет собой область материала, в которой алмаз превратился в электропроводящий графит. Отсутствие изотерм 4300 и 4600 К показывает, что плавление и сублимация не наблюдаются. Полученные результаты моделирования качественно и количественно согласуются с экспериментальными данными по лазерной обработке алмазов, представленными в [4–7]. В частности, в [4] показано, что интенсивная графитизация кристаллов алмаза наступает при достижении материалом температур 1700–2300 К, что полностью соответствует температурным условиям, реализованным в разработанной модели.

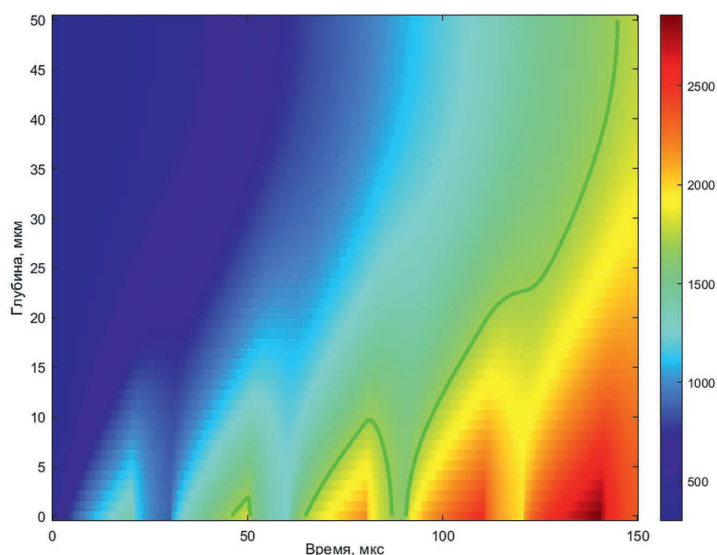


Рис. 3. Температурное поле в координатах глубина–время
Fig. 3. Temperature field in depth–time coordinates

Экспериментальные исследования [7] подтверждают возможность управляемого фазового перехода алмаз–графит при лазерном воздействии, а результаты численного моделирования с использованием метода конечных элементов [5] продемонстрировали хорошее совпадение расчетных температурных полей с формой зон модификации, наблюдаемых на практике. Таким образом, предложенный метод обеспечивает достоверное прогнозирование формирования токопроводящих графитовых структур в объеме алмаза и может быть рекомендован для расчета режимов лазерной обработки сверхтвердых материалов в производстве изделий электронной техники.

Заключение

1. Разработан метод определения оптимальных режимов лазерной термической обработки материалов электронной техники, основанный на параметрической оптимизации нестационарных процессов теплопроводности [1–3].

2. Предложен численный алгоритм в среде MATLAB, позволяющий рассчитывать пространственно-временное распределение температуры при лазерном воздействии и определять параметры управления (длительность импульса, интенсивность, скважность). Реализована неявная конечно-разностная схема, обеспечивающая безусловную устойчивость счета, а также автоматический подбор интенсивности для достижения заданной максимальной температуры.

3. Проведена верификация метода на задаче лазерной графитизации алмаза – ключевого сверхтвердого материала для силовой и высокотемпературной электроники. Показано, что серией из пяти импульсов (20 мкс вкл., 10 мкс выкл.) с интенсивностью $q_0 = (1,5\text{--}2,0) \cdot 10^{10}$ Вт/м² достигается заданная максимальная температура поверхности (2500 ± 50) К. Глубина сформированного проводящего графитового слоя составляет (35 ± 5) мкм. Полученные результаты согласуются с экспериментальными данными [4–7] по управляемому фазовому переходу алмаз–графит.

4. Установлено, что накопление тепла от импульса к импульсу приводит к последовательному распространению фронта графитизации вглубь материала, при этом температура тыльной стороны не превышает 1000 К, что исключает термическое разрушение. Полученные зависимости позволяют обоснованно выбирать технологические параметры (интенсивность, длительность импульса, скважность) для лазерной обработки материалов электронной техники – полупроводников, диэлектриков и синтетических алмазов.

5. Разработанная методика может быть использована при расчете режимов лазерной маркировки, скрайбирования и термической сепарации изделий электронной техники в производстве.

Список литературы

1. Рапопорт, Э. Я. Метод расчета оптимальных процессов тепловой обработки материалов / Э. Я. Рапопорт // Физика и химия обработки материалов. 1987. № 5. С. 42–53.
2. Рапопорт Э. Я. Некоторые задачи оптимизации режимов нагрева металла перед обработкой давлением / Э. Я. Рапопорт // Физика и химия обработки материалов. 1984. № 3. С. 54–62.
3. Рапопорт, Э. Я. Задача равномерного приближения при оптимизации распределенной системы, описываемой уравнением параболического типа / Э. Я. Рапопорт // Сибирский математический журнал. 1982. Т. 23, № 5. С. 168–191.
4. Шершнев, Е. Б. Оптимизация процессов обработки хрупких неметаллических материалов в производстве изделий электронной техники / Е. Б. Шершнев, А. Н. Купо // Проблемы физики, математики и техники. 2025. № 2. С. 84–90.
5. Neural Network Modeling of Laser Processing Parameters for Diamonds in Electronics Technologies / A. N. Kupo [et al.] // Проблемы физики, математики и техники. 2025. № 2. С. 62–66.
6. Купо, А. Н. Лазерно-активированные фотохимические процессы формирования тонкопленочных систем микроэлектроники / А. Н. Купо // Доклады БГУИР. 2025. Т. 23. № 5. С. 20–26.
7. Шершнев, Е. Б. Особенности изготовления элементной базы высокотемпературной электроники лазерным излучением / Е. Б. Шершнев // Доклады БГУИР. 2025. Т. 23. № 2. С. 77–83.

Поступила 25.06.2026

Принята в печать 28.07.2026

References

1. Rapoport E. Y. (1987) Method of Calculation of Optimal Processes of Thermal Processing of Materials. *Physics and Chemistry of Materials Processing*. (5). 42–53 (in Russian).
2. Rapoport E. Y. (1984) Some Problems of Optimization of Metal Heating Modes Before Pressure Treatment. *Physics and Chemistry of Materials Processing*. (3). 54–62 (in Russian).

3. Rapoport E. Y. (1982) Uniform Approximation Problem in Optimization of a Distributed System Described by a Parabolic Type Equation. *Siberian Mathematical Journal*. 23 (5). 168–191 (in Russian).
4. Shershnev E. B., Kupo A. N. (2025) Optimization of Brittle Non-Metallic Materials Processing in the Production of Electronic Products. *Problems of Physics, Mathematics and Technics*. (2), 84–90 (in Russian).
5. Kupo A. N., Nikityuk Yu. V., Shershnev E. B., Emelyanov V. A. (2025) Neural Network Modeling of Laser Processing Parameters for Diamonds in Electronics Technologies. *Problems of Physics, Mathematics and Technics*. (2), 62–66.
6. Kupo A. N. (2025) Laser-Activated Photochemical Processes of Formation of Thin-Film Systems of Microelectronics. *Doklady BGUIR*. 23 (5), 20–26 (in Russian).
7. Shershnev E. B. (2025) Features of Manufacturing the Element Base of High-Temperature Electronics Using Laser Radiation. *Doklady BGUIR*. 23 (2), 77–83 (in Russian).

Received: 25 June 2026

Accepted: 28 July 2026

Вклад авторов

Купо А. Н. построил математическую модель, выполнил алгоритмизацию, провел численные эксперименты.

Шершневу Е. Б. разработал методику расчета, выбрал параметры модели.

Емельянов В. А. разработал физико-химические основы процесса графитизации.

Ковалёв А. А. провел модельные эксперименты, обобщил результаты.

Authors' contribution

Kupo A. constructed a mathematical model, implemented algorithmization, and conducted numerical experiments.

Shershnev E. developed a calculation methodology and selected the model parameters.

Emelyanov V. developed the physical and chemical foundations of the graphitization process.

Kovalev A. conducted model experiments and summarized the results.

Сведения об авторах

Купо А. Н., канд. техн. наук, доц., нач. центра информационных технологий, Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины (ГГУ им. Ф. Скорины)

Шершневу Е. Б., д-р техн. наук, проф., зав. каф. общей физики, ГГУ им. Ф. Скорины

Емельянов В. А., чл.-кор. НАН Беларуси, д-р техн. наук, проф., гл. спец. по науке, ОАО «ИНТЕГРАЛ» – управляющая компания холдинга «ИНТЕГРАЛ»

Ковалёв А. А., ст. преп. каф. общей физики, ГГУ им. Ф. Скорины

Адрес для корреспонденции

246019, Республика Беларусь,
Гомель, ул. Советская, 102, корп. 5
Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины
Тел.: +375 29 630-32-62
E-mail: kupo@gsu.by
Купо Александр Николаевич

Information about the authors

Kupo A., Cand. Sci. (Tech.), Associate Professor, Head of the Center for Information Technologies, Francisk Skorina Gomel State University (FS GSU)

Shershnev E., Dr. Sci. (Tech.), Professor, Head of the Department of General Physics, FS GSU

Emelyanov V., Corresponding Member of the National Academy of Sciences of Belarus, Dr. Sci. (Tech.), Professor, Chief Scientific Specialist, JSC “INTEGRAL” – Manager Holding Company “INTEGRAL”

Kovaliou A., Senior Lecturer of the Department of General Physics, FS GSU

Address for correspondence

246019, Republic of Belarus,
Gomel, Sovetskaya St., 102, Build. 5
Francisk Skorina
Gomel State University
Tel.: +375 29 630-32-62
E-mail: kupo@gsu.by
Kupo Aliaksandr