http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2025-23-6-87-95

УДК 004.33.054

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ УПРАВЛЯЕМЫХ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ТЕСТОВ

В. Н. ЯРМОЛИК[1], И. МРОЗЕК[2], П. Ю. БРАНЦЕВИЧ[1], Д. В. ДЕМЕНКОВЕЦ[1],
В. А. ЛЕВАНЦЕВИЧ[1]

[1]Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники (Минск, Республика Беларусь)
[2]Белостокский технологический университет (Белосток, Республика Польша)

Аннотация. Проведен анализ методов построения управляемых вероятностных тестов, которые базируются на масштабировании исходных шаблонов, представляющих собой тесты с малым числом наборов и небольшой их разрядностью. Отмечены достоинства и недостатки подходов, основанных на масштабировании и дающих возможность существенно снизить вычислительные затраты, необходимые для построения управляемых вероятностных тестов с заданными характеристиками. Сформулирован общий подход для построения управляемых вероятностных тестов на основе масштабирующей матрицы, позволяющей применять тесты малой размерности. Показана эффективность двухмерного масштабирования как двоичных векторов, так и шаблонов, что увеличивает не только разрядность тестовых наборов, но и их количество. Получены зависимости для определения показателей результирующего теста на основании характеристик масштабирующей матрицы и шаблона.

Ключевые слова: масштабирующая матрица, управляемый вероятностный тест, тестовый набор, мера различия, расстояние Хэмминга.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования. Метод построения управляемых вероятностных тестов / В. Н. Ярмолик [и др.] // Доклады БГУИР. 2025. Т. 23, № 6. С. 87–95. http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2025-23-6-87-95.

METHOD OF CONTROLLED RANDOM TESTS GENERATION

VYACHESLAV N. YARMOLIK[1], IRENEUSZ MROZEK[2], PIOTR YU. BRANCEVICH[1],
DENIS V. DEMENKOVETS[1], VLADIMER A. LEVANTSEVICH[1]

[1]Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (Minsk, Republic of Belarus)
[2]Bialystok University of Technology (Bialystok, Republic of Poland)

Abstract. This paper analyzes methods for constructing controlled random tests based on scaling initial templates representing tests with a small number of patterns and low bit size. The advantages and disadvantages of scaling-based approaches, which can significantly reduce the computational costs required to construct controlled random tests with specified characteristics, are highlighted. A general approach for constructing controlled random tests based on a scaling matrix is formulated, allowing the use of low-dimensional tests. The effectiveness of two-dimensional scaling of both binary vectors and templates is demonstrated, increasing not only the bit size of test patterns but also their number. Dependencies for determining the resulting test metrics based on the characteristics of the scaling matrix and template are obtained.

Keywords: scaling matrix, controlled random test, test pattern, dissimilarity measure, Hamming distance.

Conflict of interests. The authors declare that there is no conflict of interests.

For citation. Yarmolik V. N., Mrozek I., Brancevich P. Yu., Demenkovets D. V., Levantsevich V. A. (2025) Method of Controlled Random Tests Generation. *Doklady BGUIR*. 23 (6), 87–95. http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2025-23-6-87-95 (in Russian).

Введение

Для современных вычислительных систем важным является применение систематических методов построения тестовых процедур, обеспечивающих высокое качество их функционирования [1–3]. Достаточно много методов автоматизированного синтеза тестов основано на вероятностном подходе их генерирования [2, 3]. Главный недостаток вероятностного тестирования – его временная сложность, связанная с большим количеством тестовых наборов в применяемых тестах. В связи с этим в настоящее время активно развиваются новые методы построения тестов, в которых вероятностный подход подвергается различного рода модификациям и усовершенствованиям. Значимое место среди них занимают управляемые (адаптивные) вероятностные тесты (adaptive random tests) [3–6]. Данный вид тестов основан на применении различных характеристик для управляемого формирования очередного случайного тестового набора. Большинство таких тестов основано на применении расстояния Хэмминга в качестве характеристики, определяющей выбор очередного набора, включаемого в тест [3–7].

Тестовый набор выбирается из потенциальных кандидатов, сгенерированных случайным образом, по критерию максимальности значения меры/мер различия. Чем больше значения критериев выбора, например, расстояния Хэмминга, тем сложнее процедура выбора тестового набора, и существенно меньшее их количество будет включено в формируемый управляемый вероятностный тест [7–9]. Таким образом, задача построения управляемых вероятностных тестов с заданным пороговым расстоянием Хэмминга, как критерием включения кандидата в генерируемый тест и невысокой вычислительной сложности, по-прежнему является актуальной.

Анализ управляемых вероятностных тестов

В соответствии с гипотезой, что для теста, состоящего из множества максимально отличающихся друг от друга наборов, количество обнаруживаемых неисправностей (ошибок) этим тестом будет максимальным [3–5], процедура построения управляемых вероятностных тестов заключается в выборе очередного тестового набора, максимально отличающегося от наборов, ранее включенных в тест. В общем случае определение очередного тестового набора основано на применении количественных характеристик различия, в качестве которых чаще всего применяются расстояние Хэмминга и Евклидово расстояние [4, 5].

Не нарушая общности изложения материала, будем рассматривать случай двоичных тестовых наборов $T_i = t_{i,0}\ t_{i,1}\ \ldots\ t_{i,r-1}$ (где $t_{i,l} \in \{0, 1\}$; $i \in \{0, 1, \ldots, q-1\}$; $l \in \{0, 1, \ldots, r-1\}$) управляемого вероятностного теста, включающего q наборов $T_0, T_1, \ldots, T_{q-1}$, где тестовый набор T_i представляет собой двоичный вектор $t_{i,0}\ t_{i,1}\ \ldots\ t_{i,r-1}$, состоящий из r бит. С использованием в качестве критерия выбора тестовых наборов порогового значения расстояния Хэмминга $d = \min HD(T_i, T_j)$ $(i \neq j \in \{0, 1, \ldots, q-1\})$ управляемый вероятностный тест $CRT(q, d, r)$ может быть описан тремя параметрами, а именно: количеством тестовых наборов q, их разрядностью r и пороговым значением расстояния Хэмминга d. Приведенное определение управляемого вероятностного теста $CRT(q, d, r)$ позволяет использовать ранее полученные результаты как в области тестирования, так и в области помехоустойчивого кодирования [3–5, 8, 9]. Примеры множеств двоичных наборов с малой разрядностью r, которые интерпретируются как управляемые вероятностные тесты $CRT(q, d, r) = T_0, T_1, \ldots, T_{q-1}$, приведены в табл. 1, где тест $MMHD(4)$ представляет собой $MMHD(q)$ (Maximum Minimum Hamming Distance) для $q = 4$ с максимальным минимальным расстоянием Хэмминга $\min HD(T_i, T_j) = 2$, который описывается как $CRT(4, 2, 3)$ [3, 7].

Таблица 1. Примеры управляемых вероятностных тестов
Table 1. Examples of control random tests

$MMHD(4)$		$OCRT_1$		$OCRT_2$		$PExT_1(2, 4)$		$PExT_2(2, 4)$	
T_0	0 0 0	T_0	0 0	T_0	0 0 0 0	T_0	0 0 0 0	T_0	1 1 0 0
T_1	0 1 1	T_1	0 1	T_1	1 1 1 1	T_1	0 1 1 1	T_1	0 1 1 0
T_2	1 0 1	T_2	1 0	T_2	0 0 1 1	T_2	1 0 1 1	T_2	0 0 1 1
T_3	1 1 0	T_3	1 1	T_3	1 1 0 0	T_3	1 1 0 1	T_3	1 0 1 0
$CRT(4, 2, 3)$		$CRT(4, 1, 2)$		T_4	0 1 0 1	T_4	1 1 1 0	T_4	0 1 0 1
				T_5	1 0 1 0	$CRT(5, 2, 4)$		T_5	1 0 0 1
				$CRT(6, 2, 4)$				$CRT(6, 2, 4)$	

Тесты $OCRT_1$ и $OCRT_2$ построены с применением расстояния Хэмминга $HD(T_i, T_j)$ и Евклидова расстояния $CD(T_i, T_j)$ для тестовых наборов T_i и T_j. Они относятся к множеству оптимальных управляемых тестов (Optimal Controlled Random Tests) [3]. Подобные тесты характеризуются тем, что для них $HD(T_i, T_j) \geq r/2$. В общем случае количество наборов теста $OCRT$ определяется как $q = 2(\lceil \log_2 r \rceil + 1)$. Для случая, когда $r = 2^c$, где c – натуральное число, количество q наборов равняется $2(c + 1)$. Например, для $r = 2^1$ количество q тестовых наборов теста $OCRT_1$ равняется 4, а для $r = 2^2 = 4$ ($OCRT_2$), соответственно, 6 (табл. 1). Тесты $OCRT_1$ и $OCRT_2$ описываются как управляемые вероятностные тесты $CRT(4, 1, 2)$ и $CRT(6, 2, 4)$. Последующие тесты $PExT_1(2, 4)$ и $PExT_2(2, 4)$, приведенные в табл. 1, относятся к множеству псевдоисчерпывающих тестов $PExT(k, r)$, где $k < r$, которые представляют собой множество двоичных наборов, обеспечивающих всевозможные 2^k двоичные комбинации на любых k из r разрядах его тестовых наборов [3]. Эти тесты можно интерпретировать как $CRT(5, 2, 4)$ и $CRT(6, 2, 4)$. Любой исчерпывающий тест $ExT(r)$, формирующий всевозможные 2^r двоичные комбинации, можно описать как $CRT(2^r, 1, r)$. Тест $OCRT_1$ можно рассматривать как исчерпывающий тест $ExT(2)$ и, соответственно, описываемый как $CRT(2^2, 1, 2)$.

В качестве критерия выбора кандидата в тестовые наборы и описания формируемого управляемого вероятностного теста, кроме порогового значения расстояния Хэмминга $d = \min HD(T_i, T_j)$, часто используется суммарное значение расстояний Хэмминга $totalHD(T_i, T_j)$, либо их среднее значение $aveHD(T_i, T_j)$ [7]. Эти характеристики выбора тестовых наборов вычисляются согласно выражениям:

$$totalHD(T_i,T_j) = \sum_{i=0}^{q-2} \sum_{j=i+1}^{q-1} HD(T_i,T_j);\ aveHD(T_i,T_j) = \frac{totalHD(T_i,T_j)}{\binom{q}{2}}. \qquad (1)$$

Приведенные в табл. 1 примеры управляемых вероятностных тестов для малых разрядностей r позволяют сформулировать понятие шаблона управляемого вероятностного теста [7]. Под тестовым шаблоном $CRT_{tm}(q, d, r)$ будем понимать произвольный управляемый вероятностный тест $CRT(q, d, r)$ с фиксированным количеством тестовых наборов q, заданным значением порогового расстояния Хэмминга $d = \min HD(T_i, T_j)$ и разрядностью r тестовых наборов. Такой тест, используемый как шаблон, применяется для синтеза аналогичных тестов с требуемой разрядностью, большей чем разрядность самого шаблона [7].

Известно, что на основании исходного шаблона $CRT_{tm}(q, d, r)$ оказывается возможным построение их семейства при использовании правил преобразования двоичных кодов, исследуемых и применяемых в теории помехоустойчивого кодирования [8, 9]. Эти правила позволяют модифицировать исходный шаблон, сохраняя при этом значения и соотношения его характеристик q, d и r. Для построения теста с заданной разрядностью наборов могут применяться один либо несколько шаблонов с меньшей разрядностью, что дает возможность исключить трудоемкую процедуру для построения искомого теста. Рассмотренные ранее процедуры одномерного масштабирования позволяют на основании k шаблонов $CRT_{tm0}(q_0, d_0, r_0)$, $CRT_{tm1}(q_1, d_1, r_1)$, …, $CRT_{tmk}(q_{k-1}, d_{k-1}, r_{k-1})$ с применением правил повторения и объединения построить тест $CRT(q, d, r)$ со следующими характеристиками:

$$q = \min(q_i),\ i \in \{0, 1, 2, ..., k-1\};\ d = \sum_{i=0}^{k-1} d_i;\ r = \sum_{i=0}^{k-1} r_i. \qquad (2)$$

Целевыми функциями при построении нового теста $CRT(q, d, r)$ на основании шаблонов являются требуемая разрядность r тестовых наборов и пороговое значение расстояния Хэмминга d. Например, для случая, когда $r = 16$ и $d = 8$, решением может быть применение двух шаблонов $OCRT_2$ и $PExT_1(2, 4)$, приведенных в табл. 1, и двух их модификаций. Это следует из того, что, согласно (2), сумма разрядностей четырех исходных тестов равняется 16. Результирующий тест $CRT(5, 8, 16)$ приведен в табл. 2.

Таблица 2. Пример построения управляемого вероятностного теста $CRT(5, 8, 16)$
Table 2. An example of constructing a controlled random test $CRT(5, 8, 16)$

	$OCRT_2$	$PExT_1(2,4)$	$\overline{OCRT_2}$	$\overline{PExT_1(2,4)}$
T_0	0 0 0 0	0 0 0 0	1 1 1 1	1 1 1 1
T_1	1 1 1 1	0 1 1 1	0 0 0 0	1 0 0 0
T_2	0 0 1 1	1 0 1 1	1 1 0 0	0 1 0 0
T_3	1 1 0 0	1 1 0 1	0 0 1 1	0 0 1 0
T_4	0 1 0 1	1 1 1 0	1 0 1 0	0 0 0 1
$CRT(5, 8, 16)$				

Следует отметить, что для результирующего теста $q = \min(6, 5) = 5$ (табл. 1), поэтому из теста $OCRT_2$ исключен последний тестовый набор $T_5 = 1010$. В общем случае уменьшение количества q тестовых наборов теста $CRT(q, d, r)$ путем их удаления не влияет на значение r и не приводит к уменьшению величины d. В качестве модификаций тестов $OCRT_2$ и $PExT_1(2, 4)$ использовались множества их инверсных наборов $\overline{OCRT_2}$ и $\overline{PExT_1(2,4)}$. Совокупность четырех исходных тестов представляет собой искомый тест $CRT(5, 8, 16)$ с требуемой разрядностью $r = 16$ и расстоянием Хэмминга $d = 8$. Такая же разрядность наборов $r = 16$, как и у теста $CRT(5, 8, 16)$, может быть получена при использовании $MMHD(4)$ в качестве четырех шаблонов совместно с двумя шаблонами, представленными тестом $OCRT_1$. В итоге формируется тест $CRT(4, 10, 16)$ с меньшим числом наборов $q = 4$, однако с большим пороговым значением $d = 10$.

Рассмотренные подходы построения управляемых вероятностных тестов $CRT(q, d, r)$ на базе шаблонов $CRT_{tm}(q, d, r)$ преследуют цель обеспечения требуемой разрядности тестовых наборов формируемого теста, т. е. одномерного масштабирования шаблонов. Что касается количества наборов q при требуемом значении d, то, согласно (2), оно остается практически неизменным и небольшим, что предопределило необходимость двухмерного масштабирования шаблонов, требующего одновременного увеличения как разрядности тестовых наборов, так и их количества.

В [10] рассмотрен подход, основанный на двухмерном масштабировании исходных шаблонов с применением матриц Адамара, которые позволяют выполнять процедуру масштабирования в $n \in \{2, 4, 8, \ldots\}$ раз в зависимости от порядка $n = 2^c$ используемой матрицы. Само масштабирование заключается в применении в качестве элемента (+1) оригинальной матрицы Адамара масштабируемого теста $CRT_{tm}(q, d, r)$, а вместо элемента (–1) – его инверсного представления $\overline{CRT_{tm}(q,d,r)}$. Для общего случая двухмерного масштабирования шаблонов либо произвольных управляемых вероятностных тестов с использованием матриц Адамара справедливо следующее утверждение [10].

Утверждение 1. Результатом масштабирования управляемого вероятностного теста $CRT_{tm}(q, d, r)$ при $d \le r/2$ с помощью матрицы Адамара n-го порядка является тест $CRT(n{\cdot}q, n{\cdot}d, n{\cdot}r)$, а при $d > r/2$ формируется тест $CRT(n{\cdot}q, (n{\cdot}r)/2, n{\cdot}r)$.

В отличие от подхода, основанного на одномерном масштабировании, результирующий управляемый вероятностный тест в случае применения матриц Адамара порядка n содержит в n раз больше тестовых наборов. Сама процедура масштабирования в сравнении с классическим подходом построения управляемых вероятностных тестов не требует вычисления меры (мер) различия, что существенно уменьшает вычислительные затраты. Отсутствие необходимости перечисления кандидатов в тестовые наборы сводит задачу синтеза управляемого вероятностного теста к формальной процедуре [10]. Специфика и свойства матриц Адамара накладывают ограничения на характеристики тестовых наборов и в первую очередь на их разрядность, не допускающую широкого выбора ее значений.

Двухмерное масштабирование как метод построения управляемых вероятностных тестов

Рассмотрим подход построения управляемых вероятностных тестов, основанный на использовании масштабирующей матрицы. В качестве подобной матрицы для целей формирования тестов с большим количеством наборов и с их увеличенной разрядностью по сравнению с выбранным шаблоном использовались матрицы Адамара [10]. Взяв за основу саму идею двухмерного масштабирования, рассмотрим его применение в рамках управляемых вероятностных тестов, когда масштабирующая матрица, так же, как и шаблон, представляет собой управляемый вероятностный тест. Очевидно, что возможны разнообразные сочетания управляемых вероятностных тестов, используемых как для масштабирования, так и в качестве шаблонов (масштабируемых тестов).

Критерием включения в тест кандидата в тестовые наборы является его максимальное отличие (удаление) от ранее сгенерированных наборов, определяемое расстоянием Хэмминга. Поэтому в качестве масштабирующего управляемого вероятностного теста $CRT_{sc}(q_s, d_s, r_s)$ необходимо применять тесты, для которых d_s, как пороговое значение меры различия, принимает максимально возможное значение при небольших величинах q_s и r_s, требующих их масштабирования. Не нарушая общности дальнейшего изложения, используем тест $CRT_{sc}(4, 2, 3)$ в качестве масштабирующей матрицы. Этот тест, представленный в табл. 1 как $MMHD(4)$, также можно интерпретировать как псевдоисчерпывающий тест $PExT(2, 3)$ [11]. Данный тест, согласно теории помехоустойчивого кодирования, характеризуется максимальным значением величин $d = 2$ для $q = 4$ и $r = 3$ [8, 9].

Аналогично, как и в случае матриц Адамара, будем рассматривать нулевые и единичные элементы масштабирующего теста $CRT_{sc}(4, 2, 3)$ как двоичные данные, которые для нулевых значений этого теста принимают свое оригинальное значение, а для единичных – инверсное. В качестве двоичных данных могут быть использованы как двоичные векторы произвольной разрядности, так и двоичные матрицы, в том числе шаблоны $CRT_{tm}(q, d, r)$ управляемых вероятностных тестов. Рассмотрим случай, когда в качестве шаблона используется один тестовый набор $T = t_0\, t_1 \ldots t_{r-1}$, представляющий собой двоичный вектор произвольной разрядности $r \geq 1$. Тогда в соответствии со структурой $CRT_{sc}(4, 2, 3)$ (табл. 1) его двоичные значения 0 и 1 заменяются на двоичные векторы T и $\overline{T}$, состоящие из $r \geq 1$ разрядов, соответственно 0 заменяется на $T = t_0\, t_1 \ldots t_{r-1}$, а 1 – на $\overline{T} = \overline{t}_1\, \overline{t}_2 \ldots \overline{t}_r$, либо наоборот. В общем случае двоичный вектор T может представлять собой произвольный набор, состоящий из 0 и 1. Например, используя двоичный набор $T = 0\ 0\ 1$ ($r = 3$) и его инверсию $\overline{T} = 1\ 1\ 0$ для случая $CRT_{sc}(q_s, d_s, r_s) = CRT_{sc}(4, 2, 3)$, результирующий тест $CRT_{ou}(q_o, d_o, r_o)$ примет вид, как показано в табл. 3.

Таблица 3. Пример масштабирования двоичного набора $T = 0\ 0\ 1$
Table 3. An example of scaling a binary pattern $T = 0\ 0\ 1$

$CRT_{sc}(4, 2, 3)$	$CRT_{ou}(q_o, d_o, r_o)$	$CRT_{ou}(4, 6, 9)$
0 0 0	$T_0 = T\ \ T\ \ T$	$T_0 = 0\,0\,1\,0\,0\,1\,0\,0\,1$
0 1 1	$T_1 = T\ \ \overline{T}\ \ \overline{T}$	$T_1 = 0\,0\,1\,1\,1\,0\,1\,1\,0$
1 0 1	$T_2 = \overline{T}\ \ T\ \ \overline{T}$	$T_2 = 1\,1\,0\,0\,0\,1\,1\,1\,0$
1 1 0	$T_3 = \overline{T}\ \ \overline{T}\ \ T$	$T_3 = 1\,1\,0\,1\,1\,0\,0\,0\,1$

Как видно из табл. 3, параметры q_o и r_o нового теста $CRT_{ou}(4, 6, 9)$ очевидным образом зависят от q_s и r_s масштабирующего теста $CRT_{sc}(4, 2, 3)$ и разрядности $r = 3$ двоичного вектора T: соответственно, $q_o = q_s$, а $r_o = r \times r_s$. Выполнение равенства $d_o = r \times d_s$ следует из свойств расстояния Хэмминга [7–9]:

$$HD(T_i,T_j) = HD(\overline{T}_i,\overline{T}_j);\ HD(T_i,\overline{T}_j) = HD(\overline{T}_i,T_j);\ HD(T_i,T_j) + HD(T_i,\overline{T}_j) = r, \tag{3}$$

где r – произвольная разрядность исходных двоичных наборов T_i и T_j, $r \geq 1$.

Таким образом, используя масштабирующий тест $CRT_{sc}(q_s, d_s, r_s)$, оказывается возможным построение нового теста $CRT_{ou}(q_o, d_o, r_o)$, состоящего из такого же количества тестовых наборов $q_o = q_s$ и требуемой разрядности $m > r$ тестовых наборов T_i. Пороговое расстояние Хэмминга в этом случае будет зависеть от размерности r исходного вектора T, равной величине $\lfloor m/r_s \rfloor$ или $\lceil m/r_s \rceil$, и определяться согласно равенству $d_o = \lfloor m/r_s \rfloor \times d_s$. Например, для $CRT_{sc}(q_s, d_s, r_s) = CRT_{sc}(4, 2, 3)$ и $m = 12$, применяя произвольный двоичный набор T, состоящий из $r = \lfloor m/r_s \rfloor = \lfloor 12/3 \rfloor = 4$ бит, формируется тест $CRT_{ou}(q_o, d_o, r_o) = CRT_{ou}(4, 8, 12)$.

Рассмотренная методика построения теста $CRT_{ou}(q_o, d_o, r_o)$ может быть обобщена на случай произвольного масштабирующего теста $CRT_{sc}(q_s, d_s, r_s)$, а также интерпретироваться как двухмерное масштабирование произвольного тестового набора T, когда увеличивается не только разрядность тестовых наборов до $r_o = r \times r_s$, но и их количество с одного набора до $q_o = q_s$ наборов в результирующем тесте.

Существенно большее количество тестовых наборов для искомого теста $CRT_{ou}(q_o, d_o, r_o)$ может быть получено в случае, когда масштабированию будет подвергаться не один набор T, а их множество, представленное, например, шаблоном $CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)$. Тогда результирующий тест $CRT_{ou}(q_o, d_o, r_o)$ будет содержать $q_o = q_s \times q_t$, где q_s определяет количество наборов масштабирующего теста $CRT_{sc}(q_s, d_s, r_s)$, а их разрядность r_o определяется как $r_s \times r_t$. Как пример двухмерного масштабирования рассмотрим случай применения в качестве масштабирующего теста $CRT_{sc}(q_s, d_s, r_s)$ и шаблона $CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)$ теста $MMHD(4) = CRT(4, 2, 3)$, имеющего наилучшее сочетание значений характеристик d, q и r (табл. 4). Во втором столбце табл. 4 приведен результат масштабирования с применением $CRT_{sc}(q_s, d_s, r_s) = CRT_{sc}(4, 2, 3)$ для произвольного шаблона $CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)$, а в третьем – для случая, когда $CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t) = MMHD(4)$.

Таблица 4. Масштабирование двоичного шаблона $CRT_{tm}(4, 2, 3)$
Table 4. Scaling of binary template $CRT_{tm}(4, 2, 3)$

$CRT_{sc}(4, 2, 3)$	$CRT_{ou}(q_o, d_o, r_o)$	$CRT_{ou}(16, 4, 9)$ для $CRT_{tm}(4, 2, 3)$		
0 0 0	$CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)$ $CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)$ $CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)$	$T_0 = 000$ $T_1 = 011$ $T_2 = 110$ $T_3 = 101$	000 011 110 101	000 011 110 101
0 1 1	$CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)$ $\overline{CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)}$ $\overline{CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)}$	$T_4 = 000$ $T_5 = 011$ $T_6 = 110$ $T_7 = 101$	111 100 001 010	111 100 001 010
1 0 1	$\overline{CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)}$ $CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)$ $\overline{CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)}$	$T_8 = 111$ $T_9 = 100$ $T_{10} = 001$ $T_{11} = 010$	111 100 001 010	000 011 110 101
1 1 0	$\overline{CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)}$ $\overline{CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)}$ $CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)$	$T_{12} = 111$ $T_{13} = 100$ $T_{14} = 001$ $T_{15} = 010$	000 011 111 101	111 100 001 010

Как видно из табл. 4, значения q_o и r_o теста $CRT_{ou}(q_o, d_o, r_o)$ увеличиваются соответственно в $q_s = 4$ и $r_s = 3$ по сравнению с величинами $q_t = 4$ и $r_t = 3$ масштабируемого шаблона. Более сложная зависимость наблюдается для порогового значения расстояния Хэмминга d_o, которое зависит как от вида масштабирующей матрицы, так и от масштабируемого шаблона.

Рассмотрим эту зависимость для случая, когда в качестве $CRT_{sc}(q_s, d_s, r_s)$ и $CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)$ могут быть использованы произвольные двоичные матрицы, в том числе и управляемые вероятностные тесты. Кроме описания размерности этих матриц, числа их строк q и столбцов r, используем как пороговое расстояние Хэмминга, являющееся минимальным расстоянием $d = \min HD(T_i, T_j)$, так и максимальное расстояние Хэмминга $b = \max HD(T_i, T_j)$. Соответственно, для теста $CRT_{sc}(q_s, d_s, r_s)$ применим $b_s = \max HD(T_i, T_j)$, $i \neq j \in \{0, 1, \ldots, q_s - 1\}$, а для $CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)$ – значение $b_t = \max HD(T_i, T_j)$, $i \neq j \in \{0, 1, \ldots, q_t - 1\}$. Для примера, приведенного в табл. 4, $b_s = d_s = 2$ и $b_t = d_t = 2$.

Для общего случая двухмерного масштабирования с целью получения управляемого вероятностного теста справедливо следующее утверждение.

Утверждение 2. Результатом масштабирования управляемого вероятностного теста $CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)$ с помощью масштабирующего теста $CRT_{sc}(q_s, d_s, r_s)$ является тест $CRT(q_s \times q_t, d_o, r_s \times r_t)$, где $d_o = \min\{(r_s \times d_t), (r_t \times d_s), (r_s \times b_t + r_t \times b_s - 2 \times (b_s \times b_t))\}$.

Доказательство. Учитывая, что результирующий тест $CRT_{ou}(q_o, d_o, r_o)$ будет содержать $q_o = q_s \times q_t$ наборов, каждый из которых содержит $r_o = r_s \times r_t$ двоичных разрядов, в матричном представлении результатом масштабирования является матрица размерностью $(q_s \times q_t) \times (r_s \times r_t)$, в которой строки группируются в блоки, состоящие из q_t строк. Каждый из q_s блоков определяется строкой масштабирующей матрицы теста $CRT_{sc}(q_s, d_s, r_s)$, используемой для масштабирования, так, как это показано в табл. 4, где $q_s = q_t = 4$.

Рассмотрим значение величины порогового расстояния Хэмминга d_o между двумя произвольными строками теста $CRT_{ou}(q_o, d_o, r_o)$, полученного в результате масштабирования, представляющими собой два тестовых набора T_i и T_j, каждый из которых состоит из $r_s \times r_t$ двоичных значений. Указанные тестовые наборы T_i и T_j могут принадлежать как одному из q_s блоков, так и к разным блокам.

Структура каждого из q_s блока повторяет результат применения процедуры одномерного масштабирования, когда для увеличения разрядности используется повторение шаблона либо его инверсного представления. В этом случае сохраняется отношение значения порогового расстояния Хэмминга к разрядности наборов. Соответственно, если тестовые наборы принадлежат одному из q_s блоков строк, то для них $\min HD(T_i,T_j)$ определяется как $r_s \times d_t$ [10]. Здесь используется свойство расстояния Хэмминга, задаваемое равенством $HD(T_i,T_j) = HD(\bar{T}_i,\bar{T}_j)$.

Если тестовые наборы принадлежат различным блокам, тогда возможны два случая, а именно – эти наборы порождаются одинаковыми или разными наборами шаблона. Например, наборы T_0 и T_4, приведенные в табл. 4, сформированы на базе одного набора 000 теста $CRT_{tm}(4, 2, 3)$, а T_0 и T_5 – на базе разных – 000 и 011. В первом случае $\min HD(T_i,T_j)$ вычисляется как $0 \times (r_s - d_s) + r_t \times d_s = r_t \times d_s$, что определяется свойством расстояния Хэмминга $HD(T_i,T_j) + HD(T_i,\bar{T}_j) = r$. Во втором случае для тестовых наборов масштабируемого теста $CRT_{tm}(q_t, d_t, r_t)$ применима зависимость расстояния Хэмминга $HD(T_i,T_j) = HD(\bar{T}_i,\bar{T}_j)$. Тогда минимальное значение расстояния Хэмминга между наборами будет определяться величинами максимальных расстояний b_t и b_s и вычисляться как $(r_s - b_s) \times b_t + b_s \times (r_t - b_t) = b_t \times r_s + b_s \times r_t - 2 \times (b_s \times b_t)$. Таким образом, пороговое значение d_o расстояния Хэмминга для результирующего теста $CRT_{ou}(q_o, d_o, r_o)$ определяется минимальной величиной из трех значений, а именно – $(r_s \times d_t)$, $(r_t \times d_s)$ и $(b_t \times r_s + b_s \times r_t - 2 \times (b_s \times b_t))\}$. Что и требовалось доказать.

Наиболее сложной зависимостью характеризуется значение d_o результата масштабирования $CRT_{ou}(q_o, d_o, r_o)$, которое заметно упрощается при различных допущениях и ограничениях на характеристики шаблона и масштабирующей матрицы. Предположив, что и шаблон, и указанная матрица имеют одинаковых значения $r_s = r_t = r$ и $b_s = d_s = b_t = d_t = d$, что соответствует примеру в табл. 4, значение $d_o = \min\{(r_s \times d_t), (r_t \times d_s), (r_s \times b_t + r_t \times b_s - 2 \times (b_s \times b_t))\} = \min\{(r \times d), (r \times d), (r \times d + r \times d - 2 \times (d \times d)\}$, соответственно, если $d \le r/2$, то $d_o = r \times d$, а для $d > r/2$ – $d_o = 2 \times d \times (r - d)$. Несложно убедиться, что расстояние Хэмминга $HD(T_i,T_j)$ между произвольными тестовыми наборами теста $CRT_{ou}(16, 4, 9)$ (табл. 4) не превышают порогового значения $d_o = 2 \times d \times (r - d) = 4$.

Проведенные вычислительные эксперименты показали, что для произвольного шаблона такой же размерности $q_t \times r_t = 4 \times 3$, как и шаблон, использованный в табл. 4, но с произвольными значениями $d_t \ge 1$, величина порогового значения d_o принимает только значения 3 и 4. В то же время значения характеристик $aveHD(T_i,T_j)$ и $totalHD(T_i,T_j)$ (1) для $CRT_{ou}(q_o, d_o, r_o)$ во всех случаях принимает постоянную величину. Более того, использование шаблона, представляющего собой матрицу такой же размерности 4×3, состоящую только из нулевых элементов, для которой $d_t = 0$, обеспечивало такое же значение $aveHD(T_i,T_j) = 4{,}8$, как и в остальных случаях. Это подтверждает значимость масштабирующей матрицы для обеспечения высоких характеристик результата масштабирования.

Заключение

1. Рассмотрен метод построения управляемых вероятностных тестов, основанный на двухмерном масштабировании исходного шаблона с помощью масштабирующей матрицы. Показано, что в качестве шаблона и матрицы могут использоваться управляемые вероятностные тесты с малым числом тестовых наборов и небольшой их разрядностью.

2. Получены данные, показывающие зависимость характеристик результата масштабирования от характеристик используемых масштабирующей матрицы и шаблона. Многообразие масштабирующих матриц и шаблонов, так же, как и большое количество их сочетаний, требуют последующих анализа и оценок.

3. Дальнейшие исследования целесообразно расширить в части свойств предложенного метода и его использования для различных задач тестового диагностирования вычислительных систем и их компонентов. Наиболее значимым представляется применение метода формирования управляемых вероятностных тестов для программного обеспечения.

Список литературы

1. Krupp, A. A Systematic Approach to the Test of Combined HW/SW Systems / A. Krupp, W. Muller // Proc. of IEEE Conference on the Testing and Automation of Embedded Systems, Dresden, Germany, Mar. 8–12, 2010. P. 323–326.
2. Arcuri, A. Random Testing: Theoretical Results and Practical Implications / A. Arcuri, M. Z. Iqbal, L. Briand // IEEE Transactions on Software Engineering. 2011. Vol. 38, No 2. P. 258–277.
3. Ярмолик, В. Н. Контроль и диагностика вычислительных систем / В. Н. Ярмолик. Минск: Бестпринт, 2019.
4. A Survey on Adaptive Random Testing / R. Huang [et al.] // IEEE Transactions on Software Engineering. 2021. Vol. 47, No 10. P. 2052–2083.
5. Adaptive Random Testing: The Art of Test Case Diversity / T. Y. Chen [et al.] // Journal of Systems and Software. 2010. Vol. 83. P. 60–66.
6. Управляемые вероятностные тесты с ограниченным значением расстояния Хэмминга / В. Н. Ярмолик [и др.] // Информатика. 2025. Т. 22, № 1. С. 7–26.
7. Ярмолик, В. Н. Построение управляемых вероятностных тестов с малым числом тестовых наборов / В. Н. Ярмолик, В. В. Петровская, Н. А. Шевченко // Доклады БГУИР. 2025. Т. 23, № 2. С. 92–100. http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2025-23-2-92-100.
8. Plotkin, M. Binary Codes with Specified Minimum Distance / M. Plotkin // IRE Transactions on Information Theory. 1960. Vol. 6, No 4. P. 445–450.
9. MacWilliams, F. J. The Theory of Error-Correcting Codes / F. J. MacWilliams, N. J. A. Sloane. Netherland: Elsevier-North-Holland Pub. Co., 1977.
10. Ярмолик, В. Н. Масштабирование управляемых вероятностных тестов с применением матриц Адамара / В. Н. Ярмолик, Н. А. Шевченко, В. В. Петровская // Информатика. 2025. Т. 22, № 2. С. 63–80.
11. Mrozek, I. An Approach for Controlled Random Tests with a Given Hamming Distance Generation / I. Mrozek, M. Kopczewski, V. N. Yarmolik // Applied. Science. 2025. Vol. 15, No 18. https://doi.org/10.3390/app15189951.

Поступила 10.10.2025 Принята в печать 18.11.2025

References

1. Krupp A., Muller W. (2010) A Systematic Approach to the Test of Combined HW/SW Systems. *Proceedings of IEEE Conference on the Testing and Automation of Embedded Systems*, *Dresden, Germany*, *Mar. 8–12*. 323–326.
2. Arcuri A., Iqbal M. Z., Briand L. (2011) Random Testing: Theoretical Results and Practical Implications. *IEEE Transactions on Software Engineering*. 38 (2), 258–277.
3. Yarmolik V. N. (2019) *Computer Systems Testing and Diagnoses.* Minsk, Bestprint Publ. (in Russian).
4. Huang R., Sun W., Xu Y., Chen H., Towey D., Xia X. (2021) A Survey on Adaptive Random Testing. *IEEE Transactions on Software Engineering*. 47 (10), 2052–2083.
5. Chen T. Y., Kuo F. C., Merkel R. G., Tse N. H. (2010) Adaptive Random Testing: The Art of Test Case Diversity. *Journal of Systems and Software*. 83, 60–66.
6. Yarmolik V. N., Petrovskaya V. V., Demenkovets D. V., Levantsevich V. A. (2025) Controlled Random Tests with Fixed Minimal Hamming Distance. *Informatics*. 22 (1), 7−26 (in Russian).
7. Yarmolik V. N., Petrovskaya V. V., Shauchenka M. A. (2025) Constructing Controlled Random Tests with a Small Number of Test Patterns. *Doklady BGUIR*. 23 (2), 92–100. http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2025-23-2-92-100 (in Russian).
8. Plotkin M. (1960) Binary Codes with Specified Minimum Distance. *IRE Transactions on Information Theory*. 6 (4), 445–450.
9. MacWilliams F. J., Sloane N. J. A. (1977) *The Theory of Error-Correcting Codes*. Netherland, Elsevier-North-Holland Pub. Co.
10. Yarmolik V. N., Shauchenka M. A., Petrovskaya V. V. (2025) Scaling Controlled Random Tests Based on Hadamard Matrices. *Informatics*. 22 (2), 63–80 (in Russian).
11. Mrozek I., Kopczewski M., Yarmolik V. N. (2025) An Approach for Controlled Random Tests with a Given Hamming Distance Generation. Applied. Science. 15 (18). https://doi.org/10.3390/app15189951.

Received: 10 October 2025 Accepted: 18 November 2025

Вклад авторов / Authors' contribution

Авторы внесли равный вклад в написание статьи / The authors contributed equally to the writing of the article.

Сведения об авторах

Ярмолик В. Н., д-р техн. наук, проф., проф. каф. программного обеспечения информационных технологий, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники (БГУИР)

Мрозек И., д-р, проф., Белостокский технический университет

Бранцевич П. Ю., д-р техн. наук, доц., проф. каф. программного обеспечения информационных технологий, БГУИР

Деменковец Д. В., магистр техн. наук, ст. преп. каф. программного обеспечения информационных технологий, БГУИР

Леванцевич В. А., магистр техн. наук, ст. преп. каф. программного обеспечения информационных технологий, БГУИР

Information about the authors

Yarmolik V. N., Dr. Sci. (Tech.), Professor, Professor at the Department of Information Technology Software, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (BSUIR)

Mrozek I., Doctor, Professor, Bialystok University of Technology

Brancevich P. Yu., Dr. Sci. (Tech.), Associate Professor, Professor at the Department of Software and Information Technology, BSUIR

Demenkovets D. V., M. Sci. (Tech.), Senior Lecture at the Department of Software and Information Technology, BSUIR

Levantsevich V. A., M. Sci. (Tech.), Senior Lecture at the Department of Software and Information Technology, BSUIR

Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,
Минск, ул. П. Бровки, 6
Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники
Тел.: +375 29 769-96-77
E-mail: yarmolik10ru@yahoo.com
Ярмолик Вячеслав Николаевич

Address for correspondence

220013, Republic of Belarus,
Minsk, P. Brovki St., 6
Belarusian State University
of Informatics and Radioelectronics
Tel.: +375 29 769-96-77
E-mail: yarmolik10ru@yahoo.com
Yarmolik Vyacheslav Nikolaevich