



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2025-23-5-45-52>

УДК 621.391.13

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ СИСТЕМ СВЯЗИ И ВЕЩАНИЯ С ПОМЕХОУСТОЙЧИВЫМ БЛОЧНЫМ КОДИРОВАНИЕМ И МНОГОПОЗИЦИОННОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ

Э. Б. ЛИПКОВИЧ, Н. И. БЕЛЕНКЕВИЧ, М. И. ЗОРЬКО

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
(Минск, Республика Беларусь)*

Аннотация. Представлены методика расчета и аналитические соотношения для определения эффективности использования помехоустойчивого канального кодирования в системах с двоичным блочным кодом Боуза – Чоудхури – Хоквингема (БЧХ), *M*-позиционной модуляцией и декодированием по алгоритму Витерби с мягким решением (SOVA). Использовался обобщенный показатель эффективности декодирования, который учитывал параметры кода, формат модуляции и режим работы декодера. По сравнению с известной методикой, предложенная не требует знания весовых составляющих спектра кода и применения при расчетах процедур компьютерного моделирования. Полученные аналитические соотношения представлены в компактном и общем для исследований виде. Они служат для расчета помехоустойчивости, энергетического выигрыша от кодирования, исправляющей способности декодера и информационной эффективности каналов связи при вариации параметров кодов и вероятностей ошибок на выходе декодера.

Ключевые слова: помехоустойчивое кодирование, эффективность декодирования, исправляющая способность декодера, вероятность ошибки на бит.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования. Липкович, Э. Б. Методика расчета энергетической эффективности систем связи и вещания с помехоустойчивым блочным кодированием и многопозиционной модуляцией / Э. Б. Липкович, Н. И. Беленкевич, М. И. Зорько // Доклады БГУИР. 2025. Т. 23, № 5. С. 45–52. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2025-23-5-45-52>.

METHODOLOGY FOR CALCULATING THE ENERGY EFFICIENCY OF COMMUNICATION AND BROADCASTING SYSTEMS WITH NOISE-IMMUNE BLOCK CODING AND MULTI-POSITION MODULATION

EDUARD B. LIPKOVICH, NATALIA I. BELENKEVICH, MIKHAIL I. ZORKA

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. The paper presents a calculation method and analytical relationships for determining the efficiency of using error-correcting channel coding in systems with a binary block code of Bose – Chaudhuri – Hocquenghem (BCH), *M*-position modulation and decoding using the Viterbi algorithm with a soft decision (SOVA). A generalized decoding efficiency indicator was used, which took into account the code parameters, modulation format and decoder operating mode. In comparison with the known method, the proposed method does not require knowledge of the weight components of the code spectrum and the use of computer modeling procedures in calculations. The obtained analytical relationships are presented in a compact form and general for research. They are used to calculate the error immunity, energy gain from coding, the correcting ability of the decoder and the information efficiency of communication channels with variations in code parameters and error probabilities at the decoder output.

Keywords: error-correcting coding, decoding efficiency, decoder error correction capability, bit error probability.

Conflict of interests. The authors declare no conflict of interests.

For citation. Lipkovich E. B., Belenkevich N. I., Zorka M. I. (2025) Methodology for Calculating the Energy Efficiency of Communication and Broadcasting Systems with Noise-Immune Block Coding and Multi-Position Modulation. *Doklady BGUIR*. 23 (5), 45–52. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2025-23-5-45-52> (in Russian).

Введение

Помехоустойчивое канальное кодирование на основе двоичных корректирующих кодов Боуза – Чоудхури – Хоквингема (БЧХ) получило широкое применение в беспроводных локальных сетях, в цифровых системах мобильной связи, наземного и спутникового вещания. Двоичные коды БЧХ представляют собой большой класс линейных циклических кодов (совершенные, расширенные, укороченные и др.), которые исправляют кратные ошибки, возникающие при передаче сообщений по каналам связи с шумами. Данный вид кодов используется в однокаскадных и составных кодовых конструкциях, предусматривающих последовательное или параллельное (турбокоды) включение в схему отдельных кодов для повышения эффективности декодирования и достоверности приема [1–3]. Полученный выигрыш от кодирования позволяет снизить мощность передатчика, размеры антенн или увеличить скорость передачи данных.

БЧХ-коды записываются в виде (n, k, d) , где $n = 2^p - 1$ – общее число символов в блоке или длина кодового слова; k – число информационных символов; $d \geq \lfloor 2t + 1 \rfloor$ – минимальное кодовое расстояние, равное минимальному числу символов, на которые отличается любая пара кодовых слов; $t \geq \lfloor (n - k)/p \rfloor$ – количество исправляемых ошибок; $R = k/n$ – кодовая скорость; $r = n - k$ – число проверочных символов; 2^k – число кодовых слов; p – целое число; $\lfloor x \rfloor$ – целая часть числа x . Расширенные коды с одной дополнительной проверкой на четность записываются в виде $(n + 1, k, d + 1)$, а укороченные – в виде $(n - z, k - z, d_z)$, где z – глубина укорочения ($0 \leq z < k$); $d_z \geq d$.

Большинство выполненных исследований систем с БЧХ-кодами связано с использованием в кодовых конструкциях различных способов декодирования с жестким решением, включая классическое декодирование по алгоритму Витерби [1, 2]. С развитием теории помехоустойчивого кодирования и средств реализации возрос интерес к декодерам Витерби с мягким решением (Soft-Output Viterbi Algorithm, SOVA), которые вычисляют не только наиболее вероятностные кодовые слова, но и оценивают надежность их символов. Для этого производится многоуровневое квантование демодулированных сигналов, двунаправленное декодирование по алгоритму Витерби (вперед-назад) и определение логарифма отношения правдоподобия (Log-Likelihood ratio, LLR) [2]. Переход от декодирования с жестким решением к мягкому способствует заметному улучшению энергетических показателей систем с кодированием и росту достоверности приема. Вместе с тем для проведения расчета характеристик кодовых конструкций требуются дополнительные теоретические исследования.

В [2] для систем с двоичным кодом БЧХ, модуляцией BPSK и декодированием с мягким решением приведена следующая верхняя граница вероятности ошибки $P_{бб}$:

$$P_{бб} \leq \sum_{w=d}^n (WA_w/n) Q(\sqrt{2WRh'_{кб}}), \quad (1)$$

где W – вес кодового слова; A_w – весовой коэффициент спектра кода (ВКСК), равный числу кодовых слов веса W ; $h'_{кб} = E_0/N_0$ – отношение средней энергии сигнала E_0 на бит к спектральной плотности мощности шума N_0 базовой модели расчета; $Q(z)$ – функция ошибок.

Согласно (1), для выполнения вычислений необходимо знание всех ВКСК, обеспечивающих сходимость данного ряда. Однако не для всех кодов известны значения A_w или их весовые функции, по которым определяются ВКСК [1, 2]. Поэтому расчет коэффициентов A_w осуществляется по сложным методикам и алгоритмам с табулированием полученных результатов. В [2] приведен перечень значений ВКСК для расширенных кодов БЧХ с n от 8 до 128, величина которых заметно растет с увеличением длины кода и веса W . В частности, первые значения A_w для четного веса W кода (64, 57, 4) составляют $A_4 = 10416$, $A_6 = 1166592$, $A_8 = 69194232$, для кода (128, 64, 22) – $A_{22} = 243840$, $A_{24} = 6895268$, $A_{26} = 107988608$. Вместе с тем даже при знании всех значений A_w выразить из (1) требуемую расчетную зависимость энергетической эффективности $h'_{кб}$ от $P_{бб}$

затруднительно. Поэтому вычисления по (1) проводятся с привлечением процедур компьютерного моделирования и последующего представления полученных результатов в виде графических зависимостей, что исключает возможность теоретического анализа и расчета характеристик систем в замкнутом виде.

Цель исследования – получение аналитических соотношений для расчета показателей эффективности систем связи и вещания, использующих двоичные коды БЧХ, многопозиционные виды модуляции и декодирование по алгоритму SOVA без необходимости определения весовых коэффициентов спектра кода и применения процедур компьютерного моделирования. Предусматриваются использование каналов связи с аддитивным белым гауссовским шумом и когерентная демодуляция сигналов с многоуровневым квантованием.

Аналитические модели расчета

Для получения аналитических расчетных соотношений применительно к системам с M -позиционной модуляцией и однокаскадным двоичным БЧХ-кодированием использовалось уравнение взаимосвязи между вероятностью ошибки на выходе декодера Витерби с мягким решением и значением отношения сигнал/шум (ОСШ) на его входе [3–5]

$$P_b = (C_i \mu_i / (q_i R)) \cdot \operatorname{erfc}(\sqrt{\mu_i h'_k}), \quad (2)$$

где C_i – параметр, зависящий от требуемого формата (вида и порядка) модуляции; μ_i – обобщенный показатель эффективности декодирования; $q_i = d_0^2 / (4E_0)$ – квадрат коэффициента помехоустойчивости системы с многопозиционной модуляцией; d_0 – максимальное евклидово расстояние между вершинами амплитуд сигнала созвездия; i – индекс, указывающий на используемый вид модуляции; $\operatorname{erfc}(z)$ – дополнительный интеграл вероятности

$$\operatorname{erfc}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^\infty \exp(-u^2) du \cong \frac{1}{z\sqrt{\pi}} 10^{-z^2/2,3}. \quad (3)$$

Введенный в (2) обобщенный показатель μ_i учитывает принятый формат модуляции, скорость кода R , кодовое расстояние d и множитель эффективности декодирования β

$$\mu_i = q_i R d \beta. \quad (4)$$

Расчетные формулы для определения параметров C_i и q_i с различными видами модуляции и кратностью $m = \log_2 M$ приведены в [4]. В статье ограничимся значениями для КАМ-М и ФМ-М:

$$C_1 = 2(1 - 1/\sqrt{M})/m; \quad q_1 = 3m/(2(M-1)), \text{ для КАМ-М с четными } m = 2, 4, 6, \dots; \quad (5)$$

$$C_2 = 2/m; \quad q_2 = 3m/(1,9(M-0,5)), \text{ для КАМ-М с нечетными } m = 3, 5, 7, \dots; \quad (6)$$

$$C_3 = 0,5; \quad q_3 = 1, \text{ для ФМ-2 (BPSK) } m = 1; \quad (7)$$

$$C_4 = 1/m; \quad q_4 = m \sin^2(\pi/M), \text{ для ФМ-М с } m \geq 2. \quad (8)$$

Согласно (5)–(8), для низкоформатных видов модуляции (BPSK, КАМ-4, ФМ-4) $q_i = 1$ и $C_i = 0,5$. При использовании полосноберегающих видов модуляции с ростом M значения q_i и C_i снижаются, что приводит к уменьшению μ_i .

Сравним между собой выражения (1) и (2) при условии использования в (1) только одного коэффициента A_W минимального веса $W = d$, что справедливо при $P_b \rightarrow 0$ [6]. С учетом стандартного определения $Q(z) = 0,5 \operatorname{erfc}(z/\sqrt{2})$ и приближения (3) зависимости (1) и (2) приводятся к виду:

$$P_{bB} = \left[0,5 A_W \sqrt{d} / (n \sqrt{R \pi h'_{kB}}) \right] \cdot 10^{-R d h'_{kB} / 2,3}; \quad (9)$$

$$P_b = \left[C_i \sqrt{\mu_i} / (q_i R \sqrt{\pi h'_k}) \right] \cdot 10^{-\mu_i h'_k / 2,3}. \quad (10)$$

Приняв $h'_{kB} = h'_k$, $C_i = 0,5$ и $q_i = 1$, в результате сравнения (9) и (10) получим

$$\lg(A_w/n) = [Rdh'_k(1-\beta)/2,3] + \lg(\sqrt{\beta}). \quad (11)$$

Из (11) следует, что вместо выражения (9), требующего знания A_w , можно использовать (10) с множителем β , входящим в μ_i , и исключить определение ВКСК в расчетах.

Для систем с двоичным БЧХ-кодированием множитель β определяется следующим образом:

$$\beta = 1 / \left(\left(1 + \frac{\lg(Rd)}{-\lg P_b} \right) \cdot \left(1 + \chi \left(\frac{\lg(Rd)}{-\lg P_b} + H \right) \right) \right), \quad (12)$$

$$\chi = (1+R) \cdot \lg \left[(R(2R + \lg(Rd))Rd) / (1-R) \right], \quad H = (1+R)(\lg(Rd)) \cdot \exp(\lg P_b).$$

Согласно (12), множитель β зависит только от параметров кодов и требуемых значений P_b на выходе декодера. Его величина может изменяться от единицы при $P_b \rightarrow 0$ ($-\lg P_b \rightarrow \infty$, $\exp(\lg P_b) \rightarrow 0$) до значений, близких к нулю при грубых ошибках. Снижение β с ростом P_b приводит к уменьшению показателя μ_i и, следовательно, к уменьшению энергетической эффективности систем с увеличением уровня ошибок.

Для подтверждения возможной замены (9) на (10) выразим из этих формул требуемые зависимости ОСШ в функции P_b . Применив к (9) и (10) логарифмирование и метод последовательных приближений, получим расчетные соотношения для прямого определения энергетической эффективности систем:

– для базовой модели расчета

$$h_{кБ} = 10 \lg \left[2,3 \cdot \left(B - \lg \left(\sqrt{2,3(B - V_B) / (Rd)} \right) \right) / (Rd) \right], \quad V_B = \lg \left(\sqrt{2,3B / (Rd)} \right); \quad (13)$$

$$B = -\lg(P_b) + \lg \left((0,5 A_w / n) \sqrt{d / (R\pi)} \right); \quad (14)$$

– для предложенной модели

$$h_k = 10 \lg \left[2,3 \cdot \left(D - \lg \left(\sqrt{2,3(D - V_D) / \mu_i} \right) \right) / \mu_i \right], \quad V_D = \lg \left(\sqrt{2,3D / \mu_i} \right); \quad (15)$$

$$D = -\lg(P_b) + \lg \left(C_i \sqrt{(d\beta) / (q_i R\pi)} \right). \quad (16)$$

Анализируя (13)–(16), можно установить, что для незначительных ошибок ($P_b \rightarrow 0$) величины D и B сравнимы, показатель эффективности $\mu_i \rightarrow Rd$ и значения $h_{кБ}$ и h_k равнозначны. С ростом P_b величины $D < B$, $\mu_i < (Rd)$ и расхождения между $h_{кБ}$ и h_k увеличиваются.

В табл. 1 приведены результаты расчетов $h_{кБ}$, h_k и $\delta = h_k - h_{кБ}$ при использовании модуляции КАМ-4, четырех видов расширенных кодов БЧХ с известными для них коэффициентами A_w и трех значений P_b (10^{-2} , 10^{-6} , 10^{-12}).

Таблица 1. Значения отношения сигнал/шум и δ в зависимости от параметров БЧХ-кодов и P_b
Table 1. Signal-to-noise ratio and δ values depending on the BCH code parameters and P_b

Параметр	Значения параметров кодов, коэффициентов спектров A_w и вероятностей ошибок P_b											
	Код (32, 16, 8) $A_8 = 620$			Код (64, 30, 14) $A_{14} = 8064$			Код (64, 57, 4) $A_4 = 10416$			Код (128, 64, 22) $A_{22} = 243840$		
	10^{-2}	10^{-6}	10^{-12}	10^{-2}	10^{-6}	10^{-12}	10^{-2}	10^{-6}	10^{-12}	10^{-2}	10^{-6}	10^{-12}
h_k , дБ	2,987	6,076	8,707	2,304	4,524	6,88	4,066	6,894	9,396	1,750	3,026	5,048
$h_{кБ}$, дБ	2,674	6,07	8,704	1,683	4,511	6,89	3,890	6,930	9,409	0,623	2,937	5,050
δ , дБ	0,313	0,006	0,003	0,621	0,013	−0,01	0,176	−0,036	−0,013	1,127	0,089	−0,002

Из табл. 1 видно, что при $P_b \leq 10^{-6}$ различия в значениях $h_{кБ}$ и h_k незначительные ($\delta \leq 0,1$ дБ), и этот результат свидетельствует о равнозначности сравниваемых формул (13) и (14) и (15) и (16) в области малых вероятностей ошибок. При $P_b = 10^{-2}$ различия в уровнях ОСШ растут, что можно объяснить принятым ограничением числа учитываемых ВКСК в (13) и (14). Для подтверждения данного положения вычислены зависимости $h_{кБ} = \psi(P_b)$ с учетом требуемого числа ВКСК для сходимости ряда (1). Расчеты показали хорошее соответствие между полученными значе-

ниями $h_{кБ}$ и всеми приведенными в табл. 1 величинами h_k для принятых вероятностей ошибок, включая $P_b = 10^{-2}$.

Для полноты анализа рассматриваемых систем с кодированием на основании (15), (16) рассчитаны зависимости $h_k = \psi(P_b)$ для совершенных, укороченных, примитивных и других типов двоичных БЧХ-кодов. Сравнение полученных зависимостей с вычисленными по (1) показало, что средняя погрешность для кодов с длиной n от 8 до 128 при $P_b = 10^{-6}$ составляет менее 0,1 дБ. Этот результат свидетельствует об эффективности предложенной альтернативной модели исследований характеристик систем с БЧХ-кодированием и декодированием по алгоритму SOVA. Полученные соотношения (15), (16), в отличие от (1), не требуют знания коэффициентов A_w , представлены в прямом для определения энергетической эффективности виде и учитывают показатели q_i и C_i для расчета систем с M -позиционной модуляцией.

Если в (15), (16) принять $\mu_i = q_i$ и $R = 1$, то получим расчетные соотношения для определения ОСШ системы с M -позиционной модуляцией при отсутствии кодирования:

$$h_0 = 10 \lg \left[2,3 \cdot \left(A - \lg \left(\sqrt{2,3(A - V_A)/q_i} \right) \right) / q_i \right], \quad V_A = \lg \left(\sqrt{2,3A/q_i} \right); \quad (17)$$

$$A = -\lg(P_{b0}) + \lg(C_i / \sqrt{q_i \pi}), \quad (18)$$

где P_{b0} – вероятность ошибки в канале связи на стороне приема (на выходе демодулятора).

Согласно (17), (18) и (5)–(8), с ростом порядка модуляции значения q_i и C_i снижаются и увеличиваются значения ОСШ, при которых обеспечивается заданная достоверность приема.

Для систем с кодированием характерно, что по мере увеличения избыточности $n(1 - R)$ в кодах уменьшается кодовая скорость R и растет вероятность ошибки на входе декодера

$$P_{bвх} = \left(C_i / \sqrt{q_i R \pi h_k'} \right) \cdot 10^{-(q_i R h_k')/2,3}. \quad (19)$$

Рост $P_{bвх}$ снижает эффективность декодирования и увеличивает требования к корректирующей способности устройств для компенсации ошибок на выходе декодера. Диапазон возможного изменения значений R в системах с БЧХ-кодированием составляет от $R = \lceil n/(n+1) \rceil$ для расширенных кодов проверки на четность $(n+1, n, 2)$ до $R = 1/n$ для кодов повторения $(n, 1, n)$. На основании (2) и (19) исправляющая способность декодера определяется по формуле

$$И = P_{bвх}/P_b = \left(1/\sqrt{d\beta} \right) \cdot 10^{(q_i R h_k' (d\beta-1))/2,3}. \quad (20)$$

Согласно (20), величина $И$ зависит от многих факторов, в том числе от порядка модуляции, скорости кода и параметров декодирования, определяемых уровнем ошибок и значением β . При условии $d\beta \leq 1$ исправление ошибок отсутствует. Для повышения корректирующей способности декодера необходимо использовать длинные коды с большим значением d , что позволит противостоять снижению множителя β с ростом ошибок.

Основываясь на (15)–(18), представим общее аналитическое выражение для определения энергетической эффективности систем при кодировании относительно режима без кодирования при $P_b = P_{b0}$ и разных для них форматов модуляции

$$\Delta G_{FM} = h_{0F} - h_{kM} \cong 10 \lg \left[\left(q_{iM} R d \beta / q_{iF} \right) \left(1 - \frac{\lg(C_{iM} d \beta / C_{iF})}{-\lg P_b} \right) \right], \quad (21)$$

где h_{0F} , h_{kM} – уровни ОСШ при отсутствии и наличии кодирования в сравниваемых системах с F и M (порядками модуляции соответственно), дБ; q_{iF} , C_{iF} , q_{iM} , C_{iM} – параметры, зависящие от формата модуляции (5)–(8).

Выражение (21) является удобной расчетной моделью для определения ΔG_{FM} -систем с ограниченной полосой пропускания, которые предусматривают использование полосноберегающих видов модуляции для обеспечения спектральной эффективности. Например, при расчете характеристик систем с КАМ-4 в отсутствие кодирования ($q_{iF} = 1$; $C_{iF} = 0,5$) и КАМ-64 с БЧХ-кодированием (код (128, 64, 22); $R = 0,5$; $d = 22$, $\beta = 0,628$; $q_{iM} = 1/7$, $C_{iM} = 0,2917$) при $P_b = 10^{-6}$ полу-

чим, что выигрыш в использовании полосы $\log_2(M)R/\log_2(F)=1,5$ и величина $\Delta G_{FM} = -0,769$. Последнее означает, что при незначительных потерях в ΔG_{FM} обеспечен выигрыш в использовании полосы пропускания в 1,5 раза.

Если в (21) принять для сравниваемых систем при отсутствии и наличии кодирования $F = M$, то энергетический выигрыш от кодирования (ЭВК), характеризующий уровень снижения ОСШ за счет кодирования, рассчитывается по формуле

$$\Delta G = h_0 - h_k \cong 10 \lg \left[Rd\beta \left(1 - \frac{\lg(d\beta)}{-\lg P_b} \right) \right]. \quad (22)$$

Из (22) следует, что ΔG может принимать как положительные, так и отрицательные значения. При условии

$$-\lg(P_b) = \lg(d\beta)/(1 - 1/(Rd\beta)) \quad (23)$$

величина $\Delta G = 0$, $h_0 = h_k$, и выигрыш от кодирования отсутствует. В области грубых ошибок $\Delta G < 0$ дБ. При $P_b \rightarrow 0$, $\beta \rightarrow 1$ и ЭВК стремится к асимптотическому пределу $\Delta G = \lg(Rd)$ [1].

Другим важным показателем систем с кодированием и M -позиционной модуляцией является информационная эффективность, которая характеризует отношение реальной скорости передачи данных B_0 по каналу связи к его пропускной способности C , определяемой критерием Шеннона:

$$\eta_{\text{инф}} = B_0/C \cong 0,3mR/\lg(1 + 2,3m(-\lg P_b)/(q_i d\beta)). \quad (24)$$

Согласно (24), для повышения $\eta_{\text{инф}}$ необходимо использовать коды с большим кодовым расстоянием d и низкой избыточностью ($R \approx 1$). В системах с M -позиционной модуляцией величина $\eta_{\text{инф}}$ снижается при повышении M , что связано с уменьшением q_i .

На основании (22) и (24) в табл. 2 приведены результаты расчетов ЭВК и $\eta_{\text{инф}}$ для КАМ-4 и расширенных кодов БЧХ в зависимости от значений P_b на выходе декодера.

Таблица 2. Значения энергетического выигрыша от кодирования и $\eta_{\text{инф}}$ для КАМ-4 в зависимости от параметров БЧХ-кодов и P_b
Table 2. Values of energy gain from coding η_{inf} and for КАМ-4 depending on the parameters of BCH codes and P_b

Параметр	Значения параметров кодов и вероятностей ошибок P_b											
	Код (32, 16, 8)			Код (64, 30, 14)			Код (64, 57, 4)			Код (128, 64, 22)		
	10^{-2}	10^{-6}	10^{-12}	10^{-2}	10^{-6}	10^{-12}	10^{-2}	10^{-6}	10^{-12}	10^{-2}	10^{-6}	10^{-12}
ЭВК, дБ	1,535	4,465	5,226	2,2	6,017	7,053	0,45	3,647	4,537	2,773	7,515	8,885
$\eta_{\text{инф}}$, дБ	0,632	0,426	0,324	0,677	0,499	0,377	0,718	0,541	0,438	0,755	0,627	0,481

Из табл. 2 видно, что для кодов (64, 30, 14) и (64, 57, 4) с равными для них n преимущество в ЭВК имеет код с большим d , а преимущество в $\eta_{\text{инф}}$ – код с меньшей избыточностью. Для кодов (32, 16, 8) и (128, 64, 22) при равных R лучшие показатели обеспечивает код с большими значениями n и d . Сравнение ЭВК кодов (32, 16, 8) и (128, 64, 22) с известными значениями ЭВК в случае жесткого декодирования при $P_b = 10^{-6}$ [1] показывает, что выигрыш от применения мягких решений составляет 2,5 и 3,5 дБ соответственно, что является важным фактором при выборе параметров кодов, способов кодирования и декодирования.

На основании (15), (16) несложно получить формулу для определения разницы в уровнях ОСШ между сравниваемыми зависимостями помехоустойчивости систем с M - и F -порядками модуляции и кодированием при равных для них значениях P_b

$$\Delta h_{MF} = h_{kM} - h_{kF} \cong 10 \lg \left[(q_{iF}/q_{iM}) \left(1 - \frac{\lg(C_{iF}/C_{iM})}{-\lg P_b} \right) \right], \quad (25)$$

где h_{kM} , h_{kF} – уровни ОСШ систем с M - и F -порядками модуляции, дБ.

Выражение (25) не зависит от параметров кода и пригодно для определения Δh_{MF} -систем при отсутствии кодирования, а также в случае использования неодинаковых видов модуляции, например, КАМ-М и ФМ-М. Из (25) следует формула для определения ОСШ системы с M -позиционной модуляцией, если известно значение ОСШ с F -позиционной модуляцией при равных для них P_b

$$h_{kM} = h_{kF} + 10 \lg \left[(q_{iF}/q_{iM}) \left(1 - \frac{\lg(C_{iF}/C_{iM})}{-\lg P_b} \right) \right]. \quad (26)$$

Формула (26) является пересчетной и удобной для сокращения проводимых расчетов при определении энергетической эффективности системы с разными многопозиционными видами модуляции и равными для них вероятностями ошибок.

Заключение

1. Представленные исследования основываются на предложенном уравнении взаимосвязи между вероятностью ошибки на выходе декодера и отношением сигнал/шум, которое содержит введенный в рассмотрение обобщенный показатель эффективности декодирования, зависящий от формата модуляции, параметров кодирования и вероятности ошибки.

2. Полученные соотношения позволяют рассчитывать помехоустойчивость, исправляющую способность, энергетический выигрыш от кодирования и информационную эффективность систем с двоичным БЧХ-кодированием, многопозиционной модуляцией и декодированием с мягким решением. Соотношения представлены в компактном и удобном для проведения расчетов виде, не требуют знания весовых коэффициентов спектра кода и использования процедур компьютерного моделирования.

3. На основании выполненных расчетов по предложенным аналитическим моделям показано хорошее соответствие между полученными характеристиками и вычисленными по методике, требующей знание весового коэффициента спектра кода. Представлены результаты возможного выигрыша в энергетической эффективности устройств с разными параметрами кодов при декодировании по алгоритму SOVA с мягким решением по сравнению с жестким.

4. Приведены простые пересчетные формулы для определения требуемых значений отношения сигнал/шум системы с M -позиционной модуляцией по известным значениям отношения сигнал/шум системы с F -позиционной модуляцией при заданной достоверности приема.

Список литературы

1. Золотарев, В. В. Помехоустойчивое кодирование. Методы и алгоритмы / В. В. Золотарев, Г. В. Овечкин. М.: Горячая Линия – Телеком, 2004.
2. Морелос-Сарагоса, Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение / Р. Морелос-Сарагоса. М.: Техносфера, 2005.
3. Липкович, Э. Б. Системы и устройства спутникового мультимедийного вещания и интерактивной связи / Э. Б. Липкович. Минск: Белор. гос. ун-т информ. и радиоэлектр., 2020.
4. Липкович, Э. Б. Аналитическая модель расчета помехоустойчивости систем с многопозиционными видами модуляции и кодированием / Э. Б. Липкович, А. А. Серченя // Электросвязь. 2020. № 10. С. 63–67.
5. Липкович, Э. Б. Методика расчета эффективности систем связи с многопозиционными видами модуляции и многокаскадным составным кодированием / Э. Б. Липкович, В. В. Рабцевич // Доклады БГУИР. 2023. Т. 21, № 6. С. 45–52. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2023-21-6-45-52>.
6. Кларк, Дж. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи / Дж. Кларк, Дж. Кейн; пер. с англ. М.: Радио и связь, 1987.

Поступила 02.05.2025

Принята в печать 01.07.2025

References

1. Zolotarev V. V., Ovechkin G. V. (2004) *Noisy-Correcting Coding. Methods and Algorithms*. Moscow, HotlineTelecom Publ. (in Russian).
2. Morelos-Zaragoza R. (2005) *The Art of Error Correcting Coding. Methods, Algorithms, Application*. Moscow, Technosphere Publ. (in Russian).

3. Lipkovich E. B. (2020) *Satellite Multimedia Broadcasting and Interactive Communication Systems and Devices*. Minsk, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics Publ. (in Russian).
4. Lipkovich E. B., Serchenya A. A. (2020) Analytic Model for Calculating the Noisy Immunity of Communication Systems with Multi-Position Modulation Types and Convolutional Coding. *Electrosvyaz*. (10), 62–66 (in Russian).
5. Lipkovich E. B., Rabtsevich V. V. (2023) A Method for Calculating of the Efficiency of Communication Systems with Multiple Modulation Types and Multi-Stage Composite Coding. *Doklady BGUIR*. 21 (6), 45–52. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2023-21-6-45-52> (in Russian).
6. Clark G., Cain J. (1987) *Error-Correction Coding for Digital Communications*. Moscow, Radio i Svyaz Publ. (in Russian).

Received: 2 May 2025

Accepted: 1 July 2025

Вклад авторов

Липкович Э. Б. разработал методику расчета характеристик систем с БЧХ-кодированием.

Беленкевич Н. И. подготовила программное обеспечение для исследований.

Зорько М. И. выполнил сравнительную оценку характеристик систем.

Authors' contribution

Lipkovich E. B. developed a method for calculating the characteristics of systems with BCH coding.

Belenkevich N. I. prepared the software for research.

Zorka M. I. conducted a comparative evaluation of system characteristics.

Сведения об авторах

Липкович Э. Б., доц., доц. каф. инфокоммуникационных технологий, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники (БГУИР)

Беленкевич Н. И., канд. техн. наук, доц. каф. инфокоммуникационных технологий, БГУИР

Зорько М. И., ассист. каф. инфокоммуникационных технологий, БГУИР

Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,
Минск, ул. П. Бровки, 6
Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники
Тел.: + 375 17 293-88-19
Email: belenkevich@bsuir.by
Беленкевич Наталья Ивановна

Information about the authors

Lipkovich E. B., Associate Professor, Associate Professor at the Department of Infocommunication Technologies, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (BSUIR)

Belenkevich N. I., Cand. Sci. (Tech.), Associate Professor at the Department of Infocommunication Technologies, BSUIR

Zorka M. I., Assistant at the Department of Infocommunication Technologies, BSUIR

Address for correspondence

220013, Republic of Belarus,
Minsk, P. Brovki St., 6
Belarusian State University
of Informatics and Radioelectronics
Tel.: +375 17 293-88-19
Email: belenkevich@bsuir.by
Belenkevich Natalia Ivanovna