УДК 519.873+519.688

ОЦЕНКА ИЗМЕНЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВЕРОЯТНОСТНО-АЛГЕБРАИЧЕСКОГО ПОДХОДА

Д.В. РАТОБЫЛЬСКАЯ

Гомельский государственный университет им. Франциска Скорины
Советская, 104, Гомель, 246019, Беларусь

Поступила в редакцию 7 марта 2012

Дано краткое описание вероятностно-алгебраического моделирования и алгоритма исключения как методов исследования сложных систем. Приведены описание расчета и трактовка показателей надежности для систем с более чем двумя выделенными несовместными состояниями составных элементов. Рассмотрен пример оценки изменения надежности сети с помощью программы вероятностно-алгебраического моделирования PALS.

Ключевые слова: вероятностно-алгебраическое моделирование, метод исключения, надежность системы, вклад элемента.

Введение

В последние годы для расчета вероятностных показателей надежности функционирования сложных систем используются несколько классов методов структурного анализа. Наибольшее распространение получили методы деревьев событий и отказов, логико-вероятностного моделирования (ЛВМ), топологические, логико-графические и др. [1]. Указанные методы имеют общую методологическую основу, которую можно охарактеризовать следующими положениями.

1. Для представления элементов в указанных методах моделирования систем используются бинарные случайные события с двумя несовместными исходами (работоспособность – отказ элемента).

2. Основной способ постановки задачи для исследования надежности – построение структурной схемы надежности функционирования сложной системы.

3. Математическая база моделирования – алгебра логики, форма представления детерминированной модели надежности – логическая функция.

4. На базе структурных логических и расчетных вероятностных моделей определяются значения показателей надежности функционирования системы и обосновываются различные эксплуатационные, управленческие и прочие решения.

Метод вероятностно-алгебраического моделирования (ВАЛМ) представляет собой расширение ЛВМ для случая многозначной логики, когда возможных исходов событий более двух [2]. Метод ВАЛМ реализует процесс формирования вектора вероятностей состояний системы по векторам вероятностей состояний, составляющих систему компонентов с учетом установленных между ними связей. Средства аппарата ВАЛМ совместно с оригинальным алгоритмом исключения [3] позволяют проводить исследование параметров надежности сложных систем с сетевой структурой, не сводимой к последовательно-параллельным взаимодействиям. Задачи исследования надежности таких структур связаны с анализом работы электрических сетей, транспортных систем, архитектуры отказоустойчивых компьютеров и коммуникационных сетей.

Метод вероятностно-алгебраического моделирования, алгоритм исключения

Метод ВАЛМ включает последовательность итераций, позволяющую оценить временную эволюцию вероятностных характеристик износа, влияющих на надежность как отдельных компонентов, так и всей системы в целом. На каждой итерации реализуется статическое моделирование, отображающее процессы взаимодействия выделенных компонентов системы для текущего интервала времени функционирования исследуемой системы.

Исследуемая система формализуется в виде структурной схемы функционирования системы, состоящей из множества компонентов $K=\{K_i\}$ $(i=1...m)$ и связей. Выделенные компоненты системы могут находиться в одном из множества несовместных состояний $S=\{S_j\}$ $(j=1...n)$, характеризующих исследуемое свойство – уровень надежности, причем уровень надежности убывает с увеличением индекса состояния. Вероятности нахождения компонентов системы в каждом из выделенных состояний задаются векторами вероятностей:

$$P^i=\left(p_1^i,...,p_n^i\right),\ \sum_{i=1}^{n}p_j^i=1,\ i=1..m.$$

Предполагается, что компоненты системы независимы, связи между ними устанавливаются с учетом целей исследования. Элементы результирующего вектора вероятности надежности P^p, полученного в результате вероятностно-алгебраического умножения векторов взаимодействующих компонентов системы P^1 и P^2, определяются по формуле:

$$p_k^p=\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}a_{ij}^k p_i^1 p_j^2,\quad i,j,k=\overline{1,n}, \tag{1}$$

где коэффициенты a_{ij}^k называются коэффициентами ВАЛМ и зависят от порядка связи элементов системы (последовательной или параллельной) [3].

Для оценки параметров надежности сложных сетевых структур используется сочетание метода ВАЛМ и алгоритма исключения. Структурная схема функционирования системы представляется в форме неориентированного графа. Вершины графа содержат описание всех возможных состояний компонентов системы с соответствующими вероятностными характеристиками, ребра – связи компонентов между собой. Для задания направления движения в сетевой структуре выделяют начальную и целевую вершины.

Метод исключения состоит в поиске набора родительских путей графа, расчете параметров исключения и последующем определении надежности системы [4]. Путь на графе называется родительским, если любой другой путь, соединяющий те же начальный и целевой узлы, либо содержит в себе данный путь, либо содержит замещение одного из узлов данного пути.

Пусть имеем граф, состоящий из m уникально упорядоченных узлов $X=\{x_i\mid i=1...m\}$ (индекс i однозначно определяет узел x_i) и содержащий r минимальных путей $W=\{N_k\mid k=1...r\}$, где $N_k=\{x_j\mid j\in J\}$, $J=\{1,\ldots,m\}$ – k-й минимальный путь. Каждый узел графа x_i характеризуется некоторой вероятностной величиной надежности $p^i\in[0,1]$, определяемой для каждого из выделенных состояний элемента системы согласно правилам метода ВАЛМ (1).

Надежность k-ого пути $N_k\in W$ определяется формулой:

$$P^k=\prod_{j\in B}p^j, B=\left\{j\in J\mid x_j\in N_k\right\}.$$

Надежность исследуемой системы:

$$R=\sum_{k=1}^{r}P^k\cdot L_k\ , \tag{2}$$

где $L_k = \overline{\left[\mathop{\&}\limits_{l=1}^{k-1} T_l\right]}$ – коэффициент исключения, $T_l = \{x_q \mid x_q \in N_l, x_q \notin N_i\}$ – набор замещенных узлов l-ого пути. Формула для коэффициентов исключения раскрывается согласно правилам исключения [4].

Показатели надежности функционирования системы

Рассчитываемые показатели оценки надежности функционирования системы составляют: обобщенный показатель надежности, отказоустойчивость и период наработки до отказа для невосстанавливаемой системы [5].

Надежность системы (R) – вектор вероятностей нахождения системы в выделенных состояниях. Значения вектора надежности исследуемой системы определяется согласно формуле (2). Он может быть интерпретирован как вектор вероятности безотказной работы системы в текущий момент моделирования при подходящей структуре функциональной схемы.

Отказоустойчивость системы (P_{oc}) – вероятность сохранения системой работоспособного состояния при заданных вероятностях отказов составных элементов системы в заданный период моделирования.

При выделении более двух возможных несовместных состояний работоспособности компонентов системы $\{S_j\}$ $(j = 1..n, n > 2)$ показатель отказоустойчивости определяется как вероятность нахождения системы в состоянии, противоположном отказу при заданных параметрах возникновения отказов или износа составных компонентов системы:

$$P_{oc} = 1 - p_{n|f},$$

где $p_{n|f}$ – n-ый компонент результирующего вектора вероятностей системы для заданных законов изменения состояний элементов системы (f – вектор или функция распределения отказов или износа компонентов).

Наработка до отказа (T) – время, в течение которого вероятность отказа объекта превысит заданный уровень $1-\gamma$, при условии работоспособности системы в начальный момент времени моделирования. В программе PALS модельное время наработки до отказа определяется количеством циклов работы системы l до превышения вероятностью для последнего выделенного состояния величины $1-\gamma$:

$$T = \{\max l : p_{nl} \le 1-\gamma, l = 1,2...\},$$

где p_{nl} – значение n-го компонента результирующего вектора вероятностей системы для l-ой реализации.

Математическая модель работоспособности системы в виде логической функции надежности системы и полученная на ее основе по правилам ВАЛМ вероятностная функция позволяют оценить степень участия каждого из элементов в работе всей системы. Для элементов системы при оценке показателей надежности используются понятия «веса», «значимости» и «вклада» [6].

«Вес» элемента системы. Показатель не зависит от вероятностей. «Вес» i-го элемента системы g_i, состоящей из m элементов, есть отношение веса булевой разности по аргументу x_i к числу всех наборов m-мерного логического пространства [7].

При переходе согласно правилам ВАЛМ и метода исключения к алгоритмической форме определения «веса» элемента в системе получим формулу вида:

$$g_i = \sum_{k=1}^{r} h(N_k \mid i) \Big/ \left(r - h(L_k \mid i)\right),$$

где r – количество родительских путей, $h(F \mid i) = \begin{cases} \text{количество узлов в наборе } F, x_i \subset \mathrm{F} \\ 0, x_i \not\subset F \end{cases}$.

При расчете «значимости» и «вклада» элементов можно работать с вектором надежности системы и получать вектора значимости и вкладов, либо использовать показатель надежности $\overline{R}$ и получать соответственно показатели значимости и вкладов. Показатель надежности рассчитывается как произведение вектора надежности системы R и вектора уровня надежности $V = (v_1,...,v_n)$: $\overline{R} = R \times V$.

Показатель *значимости* элемента позволяет оценить величину влияния отдельных элементов на безотказность системы в целом и базируется на знании вероятностей исходных событий. В случае, когда вероятности безотказной работы компонентов системы не известны, возникает понятие структурной значимости (Бирнбаум), рассчитываемой при предположении нахождения элементов системы в работоспособном состоянии с вероятностью $p^i = 0{,}5$.

При исследовании системы со многими состояниями уровень значимости i-го элемента ξ_i определяется соотношением:

$$\xi_i = \overline{R}\,|_{p_1^i=1} - \overline{R}\,|_{p_n^i=1},$$

где $\overline{R}\,|_{p_1^i=1}$, $\overline{R}\,|_{p_n^i=1}$ – показатели надежности системы при пребывании i-го компонента в *1*-ом и *n*-ом состояниях соответственно.

Показатель «вклада» элемента в надежность системы – произведение вероятности безотказной работы элемента на его «значимость». При оценке вклада текущего состояния элемента x_i в показатель надежности системы используются понятия положительного b_i^+ и отрицательного b_i^- вклада как разностей между текущим значением параметра надежности системы и параметрами надежности, получаемыми при наилучшем и наихудшем состояниях элемента соответственно. Вероятностная форма расчета показателей вкладов имеет вид

$$b_i^+ = \overline{R}\,|_{p_1^i=1} - \overline{R}\,|_{p^i},\ b_i^- = \overline{R}\,|_{p^i} - \overline{R}\,|_{p_n^i=1}.$$

Показатели вклада позволяют определить меру значимости элемента при организации резервирования и для систем с восстановлением.

Пример оценки изменения надежности системы

В качестве примера исследуемой системы рассмотрим модель сети сообщения, представляющую собой простейший вариант мостиковой структуры. Структурную схему функционирования образует неориентированный граф, состоящий из четырех вершин (6-9, начальная вершина 6, целевая – 9) и пяти ребер (1–5) (рис. 1).

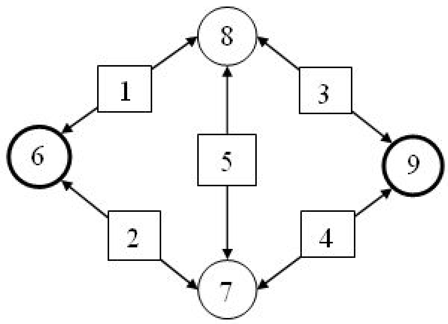

Рис. 1. Схема модели сети сообщения

Построение логического выражения функционирования системы, переход к соответствующим вероятностным фукнцям и рассчет показателей надежности проведены с помощью программы PALS, являющейся средством автоматизации метода ВАЛМ и метода исключения [3]. Исходные данные и рассчитанные параметры надежности сети представлены в таблице. Из данных которой можно заключить, что: по «весу» элементы x_1, x_2, x_3, x_4 одинаковы, а x_5 самый легковесный; по «значимости» элементы расположились в следующем порядке $x_2 > x_3 > x_4 > x_1 > x_5$; по положительному «вкладу» приоритеты элементов оказались аналогичны предыдущей ранжировке; по отрицательному вкладу (ущербу) на первом месте элемент x_2, на последнем – x_5.

Таким образом, наиболее важным при оценке изменения надежности системы является второй элемент системы, наименьшую нагрузку несет пятый элемент.

Характеристики элементов модели сети сообщения

x_i	P^i	g_i	ξ_i	b_i^+	b_i^-
1	(0,75 0,15 0,10)	0,375	0,18099	0,034727	0,146264
2	(0,65 0,15 0,20)	0,375	0,410233	0,116959	0,293274
3	(0,60 0,10 0,30)	0,375	0,303793	0,110519	0,193274
4	(0,80 0,15 0,05)	0,375	0,257593	0,033477	0,224116
5	(0,85 0,14 0,01)	0,125	0,01115	0,001476	0,009674
R	(0,75 0,16 0,09)				
V	(1 0,5 0)				

Синхронность ранжировки по «значимости» и по «вкладу», значения показателей весов элементов согласовываются с данными результатов исследования надежности системы с помощью логико-вероятностных методов [7]. Для случая рассмотрения системы с двумя выделенными несовместными состояниями данные расчетов методами ЛВМ и методом ВАЛМ совпадают [1, 3 ,5].

Заключение

Использование вероятностно-алгебраического подхода и метода исключения позволяет проводить исследования надежности сложных технических систем с сетевой структурой, не сводимой к структурам с последовательно-параллельными соединениями, при выделении более двух несовместных состояний компонентов системы. Рассчитываемые при этом классические показатели надежности требуют дополнительных определений. В статье приведены модификации реализованных в системе моделирования PALS показателей надежности системы, полученных в результате сочетания метода ВАЛМ и метода исключения. На примере демонстрируется расчет указанных характеристик для мостиковой структуры. Объективность полученных результатов подтверждена сравнением с результатами исследований аналогичных структур при логико-вероятностном подходе.

EVALUATION OF THE CHANGE OF SYSTEM RELIABILITY BY USING THE PROBABILITY-ALGEBRAIC APPROACH

D.V. RATOBYLSKAYA

Abstract

A brief overview of the probability-algebraic modeling and of algorithm exception as methods of investigation of complex systems is presented. It contains description of the calculation and interpretation of reliability indices for systems with more than two selected incompatible states of components. The article describes an example of evaluation of the changes in network reliability by using the program of the probability-algebraic simulation PALS.

Список литературы

1. *Можаев А.С., Демидов Ю.Ф.* // Труды междунар. научн. школы МА БР. 2002. С. 106.
2. *Сукач Е.И., Ратобыльская Д.В., Каморникова Т.Я.* // Труды междунар. научн. школы МА БР. 2010. С. 495.
3. *Сукач Е.И., Демуськов А.Б., Ратобыльская Д.В.* // Математические машины и системы. 2011. №3. С. 32–39.
4. *Ратобыльская Д.В.* // Шестая научн.-практ. конф. Математическое и имитационное моделирование систем. МОДС'2011. С. 386.
5. *Ушаков И.А.* Надежность технических систем. М., 1985.
6. *Можаев А.С., Громов В.Н.* Теоретические основы общего логико-вероятностного метода автоматизированного моделирования систем. СПб., 2000.
7. *Рябинин И.А.* Надежность и безопасность структурно-сложных систем. СПб., 2000.