



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-56-63>

Оригинальная статья
Original paper

УДК 681.518.5

ЗАВИСИМОСТЬ ЗНАЧЕНИЙ МЕЖКОМПОНЕНТНЫХ ФАЗОВЫХ ОТНОШЕНИЙ ГАРМОНИЧЕСКИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ ВИБРАЦИИ ОТ СМЕЩЕНИЯ НЕСООСНЫХ ВАЛОВ

Д. А. КЕЧИК, И. Г. ДАВЫДОВ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
(г. Минск, Республика Беларусь)*

Поступила в редакцию 28.08.2023

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2024
Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2024

Аннотация. Представлена аналитическая зависимость фаз и значений межкомпонентных фазовых отношений гармонических составляющих виброперемещения несоосных валов от их смещения. Гармонические колебания валов моделировали при помощи лагранжиана, связывающего вибросмещение и действующие в системе силы. Для удобства вывода лагранжиан переписан в комплексном виде. Полученные алгебраические уравнения связывают комплексные амплитуды компонентов вибрации с амплитудами периодических сил на тех же частотах и с параметрами механической системы (жесткостью, затуханием). Амплитуды периодических сил связаны с величиной параллельной и угловой расцентровок валов согласно принятой модели. Вычисление значений межкомпонентных фазовых отношений используется, чтобы избавиться от случайного начального сдвига фаз, обусловленного выбором начала отсчета времени. Оценена величина эффекта, производимого расцентровкой валов, на амплитуды и значения межкомпонентных фазовых отношений составляющих сигнала. Полученный результат может быть использован для построения устройств оценки смещений валов и состояния оборудования, основанных на анализе сигналов вибрации.

Ключевые слова: вибрация, вибродиагностика, цифровая обработка сигналов, несоосность (расцентровка), межкомпонентные фазовые отношения.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования. Кечик, Д. А. Зависимость значений межкомпонентных фазовых отношений гармонических составляющих вибрации от смещения несоосных валов / Д. А. Кечик, И. Г. Давыдов // Доклады БГУИР. 2024. Т. 22, № 1. С. 56–63. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-56-63>.

DEPENDENCE OF THE VALUES OF INTER-COMPONENT PHASE RELATIONS OF THE HARMONIC COMPONENTS OF VIBRATION ON THE DISPLACEMENT OF MISALIGNED SHAFTS

DANIIL A. KECHIK, IGOR G. DAVYDOV

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (Minsk, Republic of Belarus)

Submitted 28.08.2023

Abstract. The analytical dependence of the phases and values of intercomponent phase relations of the harmonic components of vibration displacement of misaligned shafts on their displacement has been presented in the article. Harmonic vibrations of the shafts were modeled using a Lagrangian connecting vibration displacement and forces acting in the system. For ease of derivation, the Lagrangian is rewritten in complex form. The resulting algebraic equations connect the complex amplitudes of vibration components with the amplitudes of periodic

forces at the same frequencies and the parameters of the mechanical system (stiffness, damping). The amplitudes of periodic forces are related to the magnitude of the shafts angular and parallel misalignment according to the accepted model. Calculation of intercomponent phase relations values is used to get rid of the random initial phase shift caused by the choice of the timing reference. The magnitude of the effect produced by the misalignment of the shafts on the amplitudes and values of the intercomponent phase relations of the signal components is estimated. The obtained result can be used to construct devices for estimation shaft displacements and devices for assessing the condition of equipment based on the analysis of vibration signals.

Keywords: vibration, vibrational diagnosing, digital signal processing, misalignment, inter-component phase relations.

Conflict of interests. The authors declare no conflict of interests.

For citation. Kechik D. A., Davydov I. G. (2024) Dependence of the Values of Inter-Component Phase Relations of the Harmonic Components of Vibration on the Displacement of Misaligned Shafts. *Doklady BGUIR*. 22 (1), 56–63. <http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-56-63> (in Russian).

Введение

Планирование обслуживания с учетом оценки и предсказания технического состояния промышленного оборудования методами виброакустической диагностики показало свою высокую экономическую эффективность [1]. Одной из распространенных проблем сборки оборудования, приводящей к значительному росту частоты отказа его узлов, является расцентровка (несоосность) соединяемых валов [2]. Расцентровка валов, как и ряд других дефектов, характеризуется наличием в спектре виброускорения трех гармонических составляющих с частотами, кратными частоте вращения вала [3]. Помимо обнаружения расцентровки валов, остро стоит проблема определения ее величины.

Зависимость фаз гармонических составляющих вибрации от параметров механической системы мало изучена. В [4] опытным путем показано наличие зависимости значений межкомпонентных фазовых отношений (МКФО) составляющих сигнала вибрации расцентрованных валов от их смещения. МКФО представляют собой линейные комбинации полных фаз гармонических составляющих сигнала, не зависящих от начала отсчета времени. Реальный сигнал вибрации моделируется суммой гармонических составляющих и аддитивного белого гауссовского шума:

$$s(t) = \sum_{h=1}^H A(h) \cos(2\pi h F_{rot} t + \phi(h)) + n(t) = \sum_{h=1}^H A(h) \cos(2\pi h F_{rot} t + \hat{\phi}(h));$$

$$\phi(h) = h\phi_0 + \theta(h) = E[\hat{\phi}(h)], \quad (1)$$

где $\phi(h)$ – начальная фаза чистого колебания, циркумфлекс над переменной означает ее оценку; $A(h)$ – амплитуда колебания; h – индекс гармонической составляющей, $h = 1 \dots H$; $\phi_0 = 2\pi h F_{rot} t_0$ – фазовый сдвиг, обусловленный случайным начальным моментом времени t_0 ; $n(t)$ – аддитивный белый гауссовский шум; $E[x]$ – математическое ожидание величины x ; $\theta(h)$ – сдвиг фазы на частоте hF_{rot} , вносимый системой; F_{rot} – частота основного тона, равная частоте вращения вала.

Общее выражение вычисления величины МКФО $\Theta(k)$ компонентов сигнала $s(t)$ можно записать как

$$\Theta(k) = \sum_{h=1}^H k(h) \hat{\phi}(h) = \sum_{h=1}^H k(h) (h\phi_0 + \theta(h) + \gamma(h)) = \phi_0 \sum_{h=1}^H k(h) h + \sum_{h=1}^H k(h) (\theta(h) + \gamma(h)), \quad (2)$$

где $k \in Z$ – коэффициент линейной комбинации; $\gamma(h) = \hat{\phi}(h) - \phi(h)$ – величина, обусловленная влиянием шума.

Выражение (2) не зависит от ϕ_0 при условии

$$\sum_{h=1}^H k(h) h = 0. \quad (3)$$

Более ранние попытки диагностики оборудования с использованием МКФО были сделаны, опираясь исключительно на опытные данные. Для различения сигналов вибрации, записанных при разных значениях смещений параллельной и угловой расцентровок, использовались фазовый инвариант (ФИ, $k = \{0,5, -1, 0,5\}$), фазовый квазиинвариант (ФКИ, $k = \{1, -1/p, 0\}$), где $h_2 = ph_1$, бифаза ($k = \{1, 1, -1\}$) [5] и пропорциональные им комбинации [4]: $k_1 = \{1, -2, 1\}$, $k_2 = \{p, -1, 0\}$.

Цель исследований авторов – аналитически показать наличие зависимости значений МКФО от величины и угла смещения валов. Примем, что $\gamma(h) = 0$, а условие (3) соблюдается при выбранных k . Тогда выражение (2) можно упростить

$$\Theta(k) = \sum_{h=1}^H k(h)\theta(h). \quad (4)$$

Система уравнений

Перемещение точек на концах валов описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\mathbf{F} = M\ddot{\boldsymbol{\delta}} + C\dot{\boldsymbol{\delta}} + S\boldsymbol{\delta}, \quad \mathbf{F} = [F_1, F_2, \dots, F_n], \quad \boldsymbol{\delta} = [\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n]^T, \quad (5)$$

где M – матрица масс; C – матрица затухания; S – матрица жесткости; $n \times n$ – размерности матриц; n – число степеней свободы; $\boldsymbol{\delta}$ – вектор перемещений оси вала δ_i по i -м степеням свободы; F – вектор сил, $i = 1 \dots n$; «'» – производная по времени.

В [6] предложено моделировать силы и реакции в виде синфазной и квадратурной составляющих, которые записываются как:

$$\delta_i = \delta_{S_i} \cos(\omega t) + \delta_{C_i} \sin(\omega t), \quad F_i = F_{S_i} \cos(\omega t) + F_{C_i} \sin(\omega t), \quad (6)$$

где δ_{S_i} , δ_{C_i} , F_{S_i} , F_{C_i} – амплитуды синфазной и квадратурной составляющих.

Выражение (5) можно алгебраизировать и с учетом (6) записать систему линейных алгебраических уравнений, связывающую комплексные амплитуды сил и перемещений:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{F}} &= -\omega^2 M \dot{\boldsymbol{\delta}} - i\omega C \dot{\boldsymbol{\delta}} + S \dot{\boldsymbol{\delta}}; \\ \dot{\delta}_i &= \delta_i e^{(j\phi_{\delta_i})}, \quad \delta_i^2 = \delta_{S_i}^2 + \delta_{C_i}^2, \quad \text{tg}\phi_{\delta_i} = \delta_{C_i} / \delta_{S_i}; \\ \dot{F}_i &= F_i e^{(j\phi_{F_i})}, \quad F_i^2 = F_{S_i}^2 + F_{C_i}^2, \quad \text{tg}\phi_{F_i} = F_{C_i} / F_{S_i}, \end{aligned} \quad (7)$$

где точка над переменной – комплексное число, модуль этой величины записывается без точки.

После приведения подобных получим:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{F}} &= \dot{\mathbf{K}}(f) \dot{\boldsymbol{\delta}}; \\ \dot{k}_{im}(f) &= -\omega^2 m_{im} + j\omega d_{im} + s_{im} = R_{im} + jI_{im}, \quad i, m = 1 \dots n. \end{aligned} \quad (8)$$

Согласно [7], существуют 12 степеней свободы для системы из двух соединяемых валов: поступательные вдоль осей x , y , z и вращательные вокруг них для первого и второго валов:

$$\dot{\boldsymbol{\delta}} = [\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{y}_1, \dot{y}_2, \dot{z}_1, \dot{z}_2, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\beta}_1, \dot{\beta}_2, \dot{\gamma}_1, \dot{\gamma}_2]^T, \quad (9)$$

где 1, 2 – индексы, обозначающие ведущий и ведомый валы соответственно (далее в формулах то же самое).

Поскольку

$$x_1 = -x_2, \quad y_1 = -y_2, \quad z_1 = -z_2, \quad \theta_1 = -\theta_2, \quad \beta_1 = -\beta_2, \quad \gamma_1 = -\gamma_2, \quad (10)$$

целесообразно рассматривать перемещения только одного вала. К тому же в модели, принятой в [7], степени свободы x_1 , y_1 зависимы только друг от друга, остальные – независимы от всех других. Вследствие сказанного выше, с целью упрощения анализа возможно ограничить число степеней свободы n и число уравнений в системе (8) двумя, оставив уравнения движения конца первого вала по осям x и y . Тогда можно записать $\dot{\boldsymbol{\delta}} = [x, y]^T$, опустив индекс 1.

Моделирование возбуждающих сил

Некоторые исследования, например [6, 8–11], используют геометрическую модель муфты, разработанную в [12] и представленную на рис. 1. Данная модель задает зависимости сил в радиальных направлениях от моментов, возникающих вокруг радиальных осей при вращении расцентрованных валов. Эти моменты, в свою очередь, определяются крутящим моментом и геометрическими параметрами соединения валов.

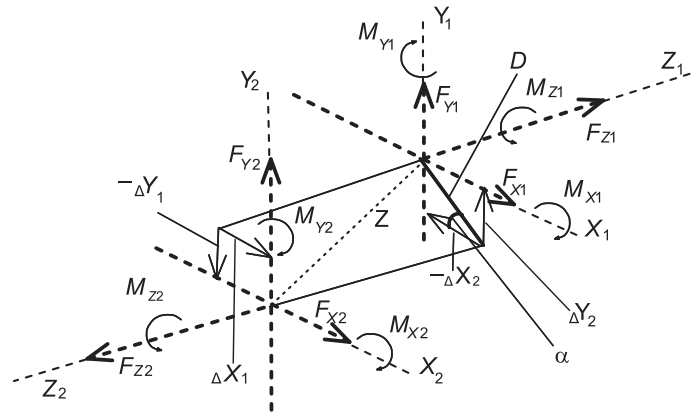


Рис. 1. Модель параллельно расцентрованных валов, соединенных муфтой
Fig. 1. Model of coupling joined parallel misaligned shafts

Однако определить с помощью модели частоты периодических сил, возникающих при вращении, не представляется возможным. Силы и моменты в данной модели статические для невращающегося наблюдателя [8]. Кроме того, модель никак не учитывает деформацию элементов муфты в радиальных направлениях [6]. В силу этого вынуждающие силы или их частоты вычисляются при помощи учитывающих вращение кинематических моделей [6, 7], модального анализа [6]. Зачастую частоты сил считаются априори известными [6, 10]. Как правило, учитывается от двух до четырех гармоник частоты вращения вала. Экспериментально в спектре вибрации расцентрованных валов были обнаружены три [2, 5, 13] либо четыре [10] гармоники F_{rot} .

В статье рассматриваются возбуждающие силы, представляющие собой сумму гармонических воздействий на частотах, кратных частоте вращения вала: $F_{rot}, 2F_{rot}, \dots, HF_{rot}$. Виброперемещение в каждом из направлений представляет собой сигнал вида (1). Обозначим сигнал виброперемещения в направлении x как $s_x(t)$. В силу линейности системы (7) комплексные амплитуды гармонических составляющих сигнала вибрации $s_x(t)$ могут рассчитываться независимо. Для этого система (7) решается при значениях аргумента $f \in [1, 2, \dots, H]F_{rot}$. Тогда виброперемещение можно выразить как $s_x(t) = \sum_{h=1}^H x(hf) \cos(2\pi hf_{rot}t + \phi_x(hf))$, $x(hf) = x(hf) \exp(\phi_x(hf))$.

Для получения выражений действующих в системе сил выбрана приведенная на рис. 1 модель. С ее помощью возможно получить аналитические зависимости амплитуд сил от величины смещения валов и угла смещения:

$$\begin{aligned} \Delta X = \Delta X_1 = -\Delta X_2 = D \cos \alpha; \\ \Delta Y = \Delta Y_1 = -\Delta Y_2 = D \sin \alpha, \end{aligned} \quad (11)$$

где $\Delta X, \Delta Y$ – смещения валов относительно друг друга по осям X, Y соответственно; D – расстояние между осями валов; α – угол между направлением смещения валов и осью X .

Отрезок, соединяющий центры валов, образует с их осями вращения углы $\Phi_{1,2}$ и $\Psi_{1,2}$ [12]:

$$\begin{aligned} \Phi_1 = \arcsin \Delta Y_1 / Z; \quad \Psi_1 = \Delta X_1 / Z; \\ \Phi_2 = \arcsin \Delta Y_2 / Z = -\Phi_1; \quad \Psi_2 = \Delta X_2 / Z = -\Psi_1. \end{aligned} \quad (12)$$

Силы, действующие в системе, определяются возникающими вследствие расцентровки моментами:

$$\begin{aligned} F_x = (-MY_1 - MY_2) / Z; \\ F_y = (MX_1 + MX_2) / Z, \end{aligned} \quad (13)$$

где MX_1, MX_2, MY_1, MY_2 – моменты, действующие на концах первого и второго валов вдоль осей X и Y соответственно.

Выражения, определяющие моменты через величину смещения по осям X и Y и параметры системы, разные для различных типов муфт. Выразим силы F_x и F_y через $\Delta X, \Delta Y$ для двух типов. Моменты, возникающие в гибкой муфте при вращении расцентрованных валов, определяются по формулам:

$$\begin{aligned} MX_1 &= Tq \sin \Psi_1 + Kb \Phi_1; \\ MX_2 &= Tq \sin \Psi_2 - Kb \Phi_2; \\ MY_1 &= Tq \sin \Phi_1 - Kb \Psi_1; \\ MY_2 &= Tq \sin \Phi_2 - Kb \Psi_2, \end{aligned} \quad (14)$$

где Tq – крутящий момент; Kb – вращательная жесткость муфты, кг·м/рад.

После подстановки (14) в (13) и уничтожения противоположных слагаемых получим:

$$\begin{aligned} F_x &= 2Kb \arcsin(\Delta X / Z) / Z; \\ F_y &= 2Kb \arcsin(\Delta Y / Z) / Z. \end{aligned} \quad (15)$$

Возникающие в зубчатой муфте моменты определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} MX_1 &= Tq \left[\sin \Psi_1 + Cf \Psi_1 / \sqrt{\Psi_1^2 + \Phi_1^2} + (W / PD) Q \Phi_1 / \sqrt{\Psi_1^2 + \Phi_1^2} \right]; \\ MX_2 &= Tq \left[\sin \Psi_2 + Cf \Psi_2 / \sqrt{\Psi_2^2 + \Phi_2^2} + (W / PD) Q \Phi_2 / \sqrt{\Psi_2^2 + \Phi_2^2} \right]; \\ MY_1 &= Tq \left[\sin \Phi_1 + Cf \Phi_1 / \sqrt{\Psi_1^2 + \Phi_1^2} + (W / PD) Q \Psi_1 / \sqrt{\Psi_1^2 + \Phi_1^2} \right]; \\ MY_2 &= Tq \left[\sin \Phi_2 + Cf \Phi_2 / \sqrt{\Psi_2^2 + \Phi_2^2} + (W / PD) Q \Psi_2 / \sqrt{\Psi_2^2 + \Phi_2^2} \right], \end{aligned} \quad (16)$$

где Cf – коэффициент трения; W – ширина зуба; PD – диаметр начальной окружности зубчатого сопряжения.

Аналогично, исходя из (13) и (16), запишем и упростим выражения для радиальных сил:

$$\begin{aligned} F_x &= 2 \left(Tq \frac{W}{PD} Q \Psi_1 / \sqrt{\Psi_1^2 + \Phi_1^2} \right) / Z; \\ F_y &= 2 \left(Tq \frac{W}{PD} Q \Phi_1 / \sqrt{\Psi_1^2 + \Phi_1^2} \right) / Z. \end{aligned} \quad (17)$$

Для удобства расчета примем $E = D/Z = (0 \dots 1)$, тогда выражения (15) и (17) с учетом (11) приобретут соответственно вид:

$$\begin{aligned} F_{x \text{ flex}} &= 2Kb \arcsin(E \cos \alpha) / Z; \\ F_{y \text{ flex}} &= 2Kb \arcsin(E \sin \alpha) / Z; \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} F_{x \text{ tooth}} &= 2Tq \frac{W}{PD} Q \arcsin(E \cos \alpha) / Z; \\ F_{y \text{ tooth}} &= 2Tq \frac{W}{PD} Q \arcsin(E \sin \alpha) / Z. \end{aligned} \quad (19)$$

В [7–11] квадратурная составляющая гармонических возбуждающих сил равна нулю. С учетом этого примем, что начальные фазы гармонических сил определяются только моментом начала отсчета времени t_0 . Тогда комплексные амплитуды сил запишем как:

$$\begin{aligned} \dot{F}_x(f, E) &= F_x(E) e^{j\phi_F}; \\ \dot{F}_y(f, E) &= F_y(E) e^{j\phi_F(f)}; \quad \phi_F(f) = 2\pi f t_0. \end{aligned} \quad (20)$$

Далее выведем зависимость комплексных амплитуд перемещения по одной радиальной степени свободы от частоты вала F_{rot} , величины E и угла смещения валов α . Из полученных выражений рассчитаем зависимость фаз, а, следовательно, и МКФО от величины и угла расцентровки. Коэффициенты матрицы K могут быть рассчитаны или получены экспериментально для каждой модели муфты. Здесь ограничимся получением решения для простейшего случая в общем виде.

Зависимости величин межкомпонентных фазовых отношений от смещения валов

Рассмотрим систему из двух уравнений движения вида (8) при наличии только двух поступательных степеней свободы x и y :

$$\begin{aligned} \dot{k}_{11}(f)\dot{x}(f, E, \alpha) + \dot{k}_{12}(f)\dot{y}(f, E, \alpha) &= \dot{F}_x(f, E, \alpha); \\ \dot{k}_{21}(f)\dot{x}(f, E, \alpha) + \dot{k}_{22}(f)\dot{y}(f, E, \alpha) &= \dot{F}_y(f, E, \alpha). \end{aligned} \quad (21)$$

Применив метод Гаусса, выразим комплексную амплитуду колебания по оси x :

$$\dot{x}(f, E, \alpha) = \left(\dot{F}_x(f, E, \alpha)\dot{k}_{22}(f) - \dot{F}_y(f, E, \alpha)\dot{k}_{12}(f) \right) / \left(\dot{k}_{22}(f)\dot{k}_{11}(f) - \dot{k}_{12}(f)\dot{k}_{21}(f) \right). \quad (22)$$

Представим комплексную амплитуду колебания в виде произведения трех комплексных чисел. Здесь первый множитель отражает случайную начальную фазу возбуждающего воздействия, второй – это величина, зависящая от величины и угла смещения валов:

$$\dot{x}(f, E, \alpha) = e^{j\phi_F(f)} \frac{F_x(f, E, \alpha)\dot{k}_{22}(f) - F_y(f, E, \alpha)\dot{k}_{12}(f)}{\dot{k}_{22}(f)\dot{k}_{11}(f) - \dot{k}_{12}(f)\dot{k}_{21}(f)} = e^{j\phi_F(f)} A_1 e^{j\phi_1(f, E, \alpha)} A_2 e^{j\phi_2(f)}. \quad (23)$$

Фаза колебания может быть записана как $\phi_x(f, E, \alpha) = \phi_F(f) + \phi_1(f, E, \alpha) + \phi_2(f)$. Тогда определенная в (1) величина фазового сдвига, вносимого системой, входящая в (4), запишется как:

$$\theta(h, E, \alpha, F_{rot}) = \phi_1(hF_{rot}, E, \alpha) + \phi_2(hF_{rot}). \quad (24)$$

Информативной составляющей, зависящей от смещения валов, является:

$$\phi_1(f, E, \alpha) = \text{atan} \frac{F_x(E, \alpha)I_{22}(f) - F_y(E, \alpha)I_{12}(f)}{F_x(E, \alpha)R_{22}(f) - F_y(E, \alpha)R_{12}(f)}. \quad (25)$$

Функция $\text{atan}(x)$ учитывает знак аргумента

$$\text{atan}(x) = \begin{cases} \text{arctg}(\text{Im}\{x\} / \text{Re}\{x\}), & \text{если } \text{Im}\{x\} > 0, \text{Re}\{x\} > 0; \\ \text{arctg}(\text{Im}\{x\} / \text{Re}\{x\}) + \pi, & \text{если } \text{Im}\{x\} > 0, \text{Re}\{x\} < 0; \\ \text{arctg}(\text{Im}\{x\} / \text{Re}\{x\}) - \pi, & \text{если } \text{Im}\{x\} < 0, \text{Re}\{x\} < 0; \\ \text{arctg}(\text{Im}\{x\} / \text{Re}\{x\}), & \text{если } \text{Im}\{x\} < 0, \text{Re}\{x\} > 0. \end{cases} \quad (26)$$

где $\text{Im}\{x\}$, $\text{Re}\{x\}$ – мнимая и действительная части величины x соответственно.

Подставив в выражение (25) зависимости радиальных сил от угла и величины смещения валов для упругой (18) и зубчатой (19) муфт, получим зависимости фаз гармонических колебаний вала от угла и величины смещения:

$$\begin{aligned} \phi_{1flex}(f, E, \alpha) &= \text{atan} \left(\frac{2Kbarcsin(E\cos\alpha) / ZI_{22}(f) - 2Kbarcsin(E\sin\alpha) / ZI_{12}(f)}{2Kbarcsin(E\cos\alpha) / ZR_{22}(f) - 2Kbarcsin(E\sin\alpha) / ZR_{12}(f)} \right) = \\ &= \text{atan} \left(\frac{\arcsin(E\cos\alpha)I_{22}(f) - \arcsin(E\sin\alpha)I_{12}(f)}{\arcsin(E\cos\alpha)R_{22}(f) - \arcsin(E\sin\alpha)R_{12}(f)} \right); \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \phi_{1tooth}(f, E, \alpha) &= \text{atan} \left(\frac{2Tq \frac{W}{PDZ} Qarcsin(E\cos\alpha)I_{22}(f) - 2Tq \frac{W}{PDZ} Qarcsin(E\sin\alpha)I_{12}(f)}{2Tq \frac{W}{PDZ} Qarcsin(E\cos\alpha)R_{22}(f) - 2Tq \frac{W}{PDZ} Qarcsin(E\sin\alpha)R_{12}(f)} \right) = \\ &= \text{atan} \left(\frac{\arcsin(E\cos\alpha)I_{22}(f) - \arcsin(E\sin\alpha)I_{12}(f)}{\arcsin(E\cos\alpha)R_{22}(f) - \arcsin(E\sin\alpha)R_{12}(f)} \right). \end{aligned} \quad (28)$$

Подставив (24) в (4), получим в общем виде зависимость значений МКФО составляющих вибрации от величины и угла расцентровки валов с выделением информативной составляющей:

$$\begin{aligned} \Theta(k, E, \alpha, F_{rot}) &= \sum_{h=1}^H k(h)\theta(h, E, \alpha, F_{rot}) = \sum_{h=1}^H k(h)\phi_1(hF_{rot}, E, \alpha) + \sum_{h=1}^H k(h)\phi_2(hF_{rot}) = \\ &= \sum_{h=1}^H k(h)\phi_1(hF_{rot}, E, \alpha) + C(F_{rot}). \end{aligned} \quad (29)$$

Результаты исследований и их обсуждение

Важными преимуществами применения МКФО по сравнению с анализом фаз компонентов являются независимость результата от начала отсчета времени и отсутствие необходимости использования внешнего опорного сигнала. Из выражений (24) и (29) видно, что МКФО компонентов вибрации не зависят от крутящего момента, что может быть важным преимуществом по сравнению с анализом амплитуд. Помимо этого, МКФО не зависят от ряда параметров системы, зависящих от типа муфты, таких как вращательная жесткость гибкой муфты, коэффициент трения, ширина зуба, диаметр начальной окружности зубчатого сопряжения зубчатой муфты.

Для практического использования полученных зависимостей важно оценить значительность эффекта [14]. Сам эффект оценивается как разность значений целевого показателя (амплитуды, квазиинварианта) при минимальном и максимальном значениях аргумента. Эти значения, в свою очередь, зависят от порядка коэффициентов жесткости и затухания. В случае, если $R_{ij} \gg I_{ij}$, разность значений Θ_k при $k = [2, -1, 0]$ для различных D стремится к нулю. Таким образом, наибольший эффект достигается при более мягких материалах и высоких частотах вращения вала. С помощью компьютерного моделирования установлено, что при $R_{ij} \approx 10^8$ и $I_{ij} \approx 10^3$ разность Θ_k незначительна – порядка 10^{-6} рад. Если R_{ij} и I_{ij} отличаются на два порядка, то разность Θ_k – около сотых радиан. Разность значений Θ_k при $\alpha = -\pi/2$ и $\alpha = \pi/2$ близка к π при различных значениях D . Зависимости Θ_k от D и α , полученные при условии, что величины R_{ij} и $100I_{ij}$ одного порядка, приведены на рис. 2.

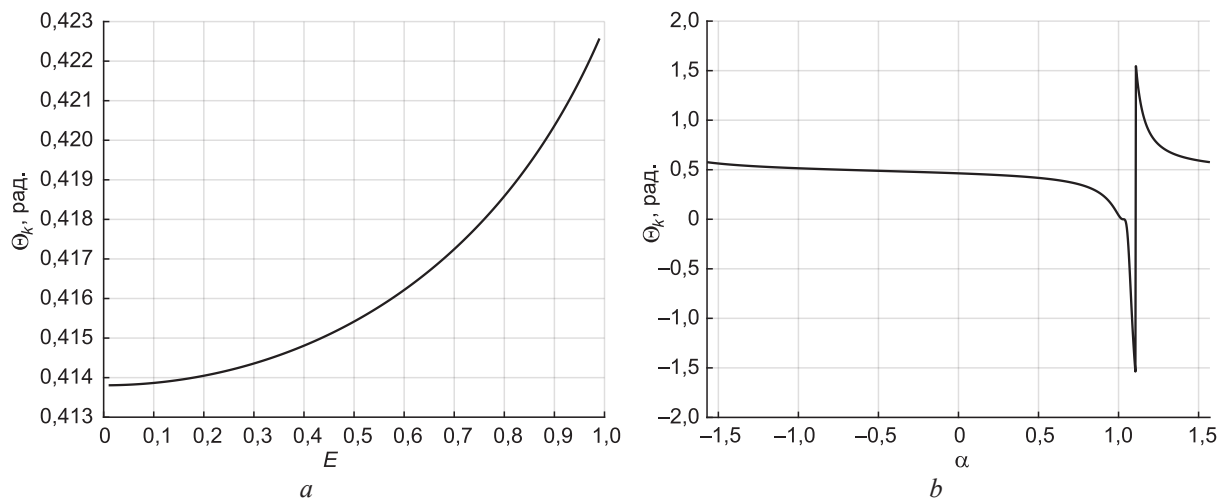


Рис. 2. Зависимость Θ_k составляющих перемещения от: a – смещения; b – угла
Fig. 2. Dependence of Θ_k of displacement components on: a – shift; b – angle

Полученный таким образом эффект рекомендуется сравнивать с дисперсией Θ_k , рассчитанной при известном уровне шума, и полученными из решения системы (8) амплитудами¹.

Заключение

1. Аналитически показано, что амплитуды, фазы и значения межкомпонентных фазовых отношений сигнала перемещения являются функциями смещения валов друг относительно друга. Установлено, что значения межкомпонентных фазовых отношений не зависят от начала отсчета времени, крутящего момента и ряда параметров муфты.

2. Оценена величина эффекта, производимого расцентровкой валов на амплитуды и фазовые квазиинварианты составляющих сигнала.

3. Полученный результат может быть использован для построения устройств оценки смещений валов по межкомпонентным фазовым отношениям компонентов сигналов вибрации, решающих устройств, различающих состояния оборудования по сигналам вибрации.

¹ Кечик, Д. А. Статистический анализ межкомпонентных фазовых отношений. В 2 ч. / Д. А. Кечик, И. Г. Давыдов // Сб. науч. ст. IX Междунар. науч.-практ. конф., 17–18 мая 2023 г., г. Минск. Минск: БГУИР, 2023. Ч. 2. С. 336–341.

Список литературы / References

1. Lei Y. (2016) *Intelligent Fault Diagnosis and Remaining Useful Life Prediction of Rotating Machinery*. Oxford, United Kingdom, Butterworth-Heinemann.
2. Hariharan Dr. V. (2009) Vibration Analysis of Misaligned Shaft – Ball Bearing System. *Indian Journal of Science and Technology*. (2), 45–50.
3. Buscarello R. T. (2011) Practical Solutions to Machinery and Maintenance Vibration Problems. *Update International Inc*.
4. Kechik D. A., Davydov I. G. (2022) Distinguishing Equipment Malfunctions Using Inter-Component Phase Signal Processing. *Information Radio Systems and Radio Technologies 2022, Materials of the Scientific and Technical Conference, 29–30 Nov. 2022*. Minsk, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 232–237.
5. Vorobiov V. I., Kechik D. A., Barysenka S. Y. (2021) Inter-Component Phase Processing of Quasipolyharmonic Signals. *Applied Acoustics*. (177).
6. Sekhar A. S., Prabhu B. S. (1995) Effects of Coupling Misalignment on Vibrations of Rotating Machinery. *Journal of Sound and Vibration*. 185 (4), 655–671.
7. Desouki M., Sassi S., Renno J., Gowid S. A. (2020) Dynamic Response of a Rotating Assembly under the Coupled Effects of Misalignment and Imbalance. *Shock and Vibration*. 26.
8. Prabhakar S., Sekhar A. S., Mohanty A. R. (2002) Crack Versus Coupling Misalignment in a Transient Rotor System. *Journal of Sound and Vibration*. 256 (4), 773–786.
9. Sudhakar G. N. D. S., Sekhar A. S. (2009) Coupling Misalignment in Rotating Machines: Modelling, Effects and Monitoring. *Noise & Vibration Worldwide*. 40 (1), 17–39.
10. Tuckmantel F. W. D. S., Cavalca K. L. (2019) Vibration Signatures of a Rotor-Coupling-Bearing System under Angular Misalignment. *Mechanism and Machine Theory*. 133, 559–583.
11. Haifei W., Gong J. (2019) Dynamic Analysis of Coupling Misalignment and Unbalance Coupled Faults. *Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control*. (38), 14.
12. Gibbons C. B. (1976) Coupling Misalignment Forces. B: Proceedings of the Fifth Turbomachinery Symposium. *Gas Turbine Laboratories*. Texas, Texas A&M University, College Station. 111–116.
13. Kechik D., Davydov I., Loshchinin I., Zhukovskiy K. (2021) Algorithm of Classification of Shaft Orbits. *PSU Proceedings, Series C*. (4), 35–44.
14. Baker M. (2016) Statisticians Issue Warning Over Misuse of P Values. *Nature*. 531 (7593).

Вклад авторов

Кечик Д. А. разработал теоретическую модель, провел компьютерное моделирование, подготовил рукопись статьи.

Давыдов И. Г. осуществил постановку задачи для проведения исследования.

Authors' contribution

Kechik D. A. designed theoretical model, carried out computer simulation, prepared the manuscript of the article.

Davydov I. G. formulated the problem for the research.

Сведения об авторах

Кечик Д. А., магистр техн. наук, асс. каф. информационных радиотехнологий, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Давыдов И. Г., канд. техн. наук, доц., зам. зав. каф. информационных радиотехнологий, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,
г. Минск, ул. П. Бровки, 6
Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники
Тел.: +375 17 293-88-69
E-mail: ya.dan.kechik@yandex.by
Кечик Даниил Александрович

Information about the authors

Kechik D. A., M. of Sci., Assistant at the Department of Information Radiotechnologies, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics

Davydov I. G., Cand. of Sci., Associate Professor, Vice-Head of the Department of Information Radiotechnologies, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics

Address for correspondence

220013, Republic of Belarus,
Minsk, P. Brovki St., 6
Belarusian State University
of Informatics and Radioelectronics
Tel.: +375 17 293-88-69
E-mail: ya.dan.kechik@yandex.by
Kechik Daniil Aleksandrovich