



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2020-18-6-11-17>

Оригинальная статья
Original paper

УДК 621.85.052

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ РАСТЯГИВАЕМОЙ ЛЕНТЫ В УСЛОВИЯХ ДЕФОРМАЦИИ

ВЫШИНСКИЙ Н.В.

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
(г. Минск, Республика Беларусь)*

Поступила в редакцию 6 февраля 2020

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2020

Аннотация. Целью настоящей работы является теоретическое исследование контактного взаимодействия предварительно натянутой гибкой упруго растяжимой ленты с неподвижным шкивом. Рассматривается случай линейного распределения по длине дуги охвата удельного давления со стороны шкива на ленту. Для этого случая получено выражение для усилия натяжения ленты, распределяющегося по дуге охвата. Показано, что для гибкого звена в виде ленты в пределах дуги охвата присутствуют два вида участков: два симметрично расположенные участки упруго деформируемой ленты, соответствующие дугам скольжения, и расположенный между ними участок недеформируемой ленты. При определенных условиях недеформируемый участок ленты отсутствует, т. е. лента упруго деформируется в пределах всей дуги охвата, которая в этом случае является дугой скольжения. Выполненные теоретические исследования контактного взаимодействия упруго деформируемого гибкого звена с неподвижным шкивом выявили эффект независимости длины дуги скольжения, т. е. деформируемого в зоне охвата участка гибкого звена, от усилия натяжения. Длина этого участка определяется углом охвата и коэффициентом трения для материалов гибкого звена и шкива. Полученные результаты дополняют сведения о механике взаимодействия гибкого звена с ведущим и ведомым звеньями ременной передачи и позволяют получить дополнительные сведения о явлении упругого скольжения, возникающего в этих передачах.

Ключевые слова: гибкое звено, шкив, угол охвата, усилие натяжения, угол скольжения, упругие деформации.

Конфликт интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования. Вышинский Н.В. Исследование свойств растягиваемой ленты в условиях деформации. Доклады БГУИР. 2020; 18(6): 11-17.

STUDY ON THE PROPERTIES OF STRETCHABLE BELT UNDER DEFORMATION

NIKALAI V. VYSHINSKI

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (Minsk, Republic of Belarus)

Submitted 6 February 2020

©, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2020

Abstract. The purpose of this work is to theoretically study the contact interaction of a pre-stretched flexible elastic tensile belt with a fixed pulley. The case of linear distribution of the specific pressure from the pulley on the belt along the length of the coverage arc is considered. For this case, an expression is obtained for the belt tension force distributed along the coverage arc. It is shown that for a flexible link in the form of a tape, there are two types of sections within the coverage arc: two symmetrically arranged sections of an elastically deformable tape corresponding to the sliding arcs, and a section of a non-deformable tape located between them. Under certain conditions, there is no non-deformable section of the tape, i.e. the tape is elastically deformed within the entire coverage arc, which in this case is a sliding arc. Theoretical studies of the contact interaction of an elastically deformable flexible link with a fixed pulley have revealed the effect of independence of the length of the sliding arc, i.e., the flexible link that is deformed in the coverage area, from the tension force. The length of this section is determined by the angle of coverage and the coefficient of friction for the flexible link and pulley materials. The results obtained add to the information about the mechanics of interaction of the flexible link with the leading and driven links of the belt drive and allow you to get additional information about the phenomenon of elastic sliding that occurs in these gears.

Keywords: flexible link, pulley, coverage angle, tension force, sliding angle, elastic deformations.

Conflict of interests. The author declares no conflict of interests.

For citation. Vyshinski N.V. Study on the properties of stretchable belt under deformation. Doklady BGUIR. 2020; 18(6): 11-17.

Введение

В механизмах с фрикционным сцеплением гибкого звена с ведущим и ведомым звеньями (шкивами) передача движения осуществляется за счет сил трения, возникающих в зоне контактирования гибкого звена со шкивами. Необходимые значения сил трения, обеспечивающих передачу движения от ведущего шкива к ведомому, достигается натяжением гибкого звена. При работе механизма натяжения в набегающей и сбегавшей ветвях гибкого звена имеют разное значение, что является причиной упругих деформаций его перемещающихся участков. Эти деформации участков гибкого звена в пределах зон его контактирования со шкивами вызывают явление упругого скольжения [1]. На начальном этапе, до начала движения звеньев механизма, гибкое звено под действием усилия натяжения упруго деформируется. Определенный интерес для дальнейшего рассмотрения явления упругого скольжения представляет распределение растягивающих усилий в упруго деформированном гибком звене, контактирующем с неподвижными шкивами.

Теоретический анализ

Для выяснения механизма упругого скольжения начнем рассмотрение распределения усилий натяжения упруго деформированного гибкого звена в зоне его контактирования (охвата) с неподвижными ведущим и ведомым звеньями механизма. Так как при неподвижных ведущем и ведомом звеньях распределения усилий натяжения гибкого звена в зонах

контактирования будут подобными, ограничимся рассмотрением взаимодействия гибкого звена только с неподвижным ведущим шкивом (рис. 1). В этом случае натяжение обеих ветвей гибкого звена вне зоны контакта (охвата) с неподвижным ведущим шкивом будет одинаково и равно предварительному натяжению T_0 , т. е. $T_1 = T_2 = T_0$ (рис. 1).

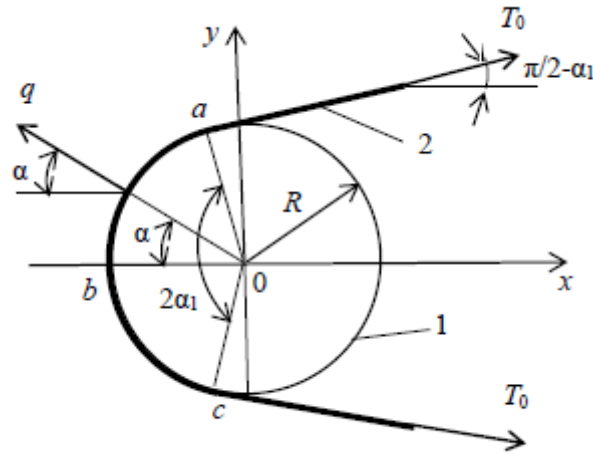


Рис. 1. Схема контактирования гибкого звена с неподвижным ведущим шкивом
Fig. 1. Flexible contact scheme links with a fixed drive pulley

В качестве гибкого звена примем тонкую упруго деформируемую ленту. Пусть угол охвата лентой ведущего шкива равен $2\alpha_1$. В зоне контактирования со шкивом на ленту, кроме растягивающего усилия, будет действовать сила трения. Величина силы трения зависит от величины нормального давления на ленту со стороны шкива и значения коэффициента трения для материалов ленты и шкива. Нормальное давление в пределах дуги охвата будет распределяться неравномерно: от нуля в точках a и c до максимального значения в точке b (рис. 1). Будем считать, что распределение нормального давления q в пределах дуги охвата соответствует линейной зависимости вида

$$q(\alpha) = q_0(1 - \alpha/\alpha_1), \quad (1)$$

где α – текущее значение угла в пределах дуги охвата. Для верхней части дуги охвата гибким звеном шкива значение угла α изменяется от 0 до α_1 .

Выражение для $q_0 = q(0)$ найдем из условия равенства нулю суммы проекций на ось X всех сил, действующих на верхнюю часть гибкого звена (рис. 1):

$$\sum F_{ix} = T_0 \cos(\pi/2 - \alpha_1) - \int_0^{\alpha_1} q(\alpha) \cos \alpha d\alpha = 0. \quad (2)$$

Выполнив интегрирование, из уравнения (2) получим выражение для q_0 в виде

$$q_0 = \frac{T_0 \alpha_1 \sin \alpha_1}{1 - \cos \alpha_1}. \quad (3)$$

С учетом (3) выражение (1) для удельного давления запишется в виде

$$q(\alpha) = \frac{T_0 \alpha_1 \sin \alpha_1}{1 - \cos \alpha_1} \left(1 - \frac{\alpha}{\alpha_1} \right). \quad (4)$$

Для нахождения выражения, определяющего изменение натяжения гибкого звена в зоне его контакта со шкивом, рассмотрим элементарный участок дуги упруго деформированного гибкого звена длиной dL , опирающийся на угол $d\alpha$ (рис. 2).

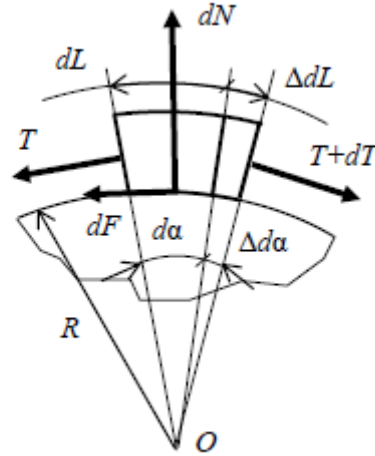


Рис. 2. Силы, действующие на элементарный участок гибкого звена
Fig. 2. Forces acting on elementary section of the flexible link

На элементарный участок упруго деформированного гибкого звена действуют силы натяжения T и $T+dT$, сила трения dF и сила нормального давления dN . Выражение для силы трения запишется в виде

$$dF = \mu dN = \mu q(\alpha) d\alpha, \quad (5)$$

где μ – коэффициент трения для пары материалов гибкого звена и шкива.

Силы, приложенные к элементарному участку гибкого звена длиной dL , вызовут, вследствие упругих деформаций, изменение его длины на величину ΔdL , а значение элементарного угла $d\alpha$ изменится на $\Delta d\alpha$ (рис. 2).

Запишем выражение для суммы элементарных работ, совершаемых на угловом перемещении $\Delta d\alpha$ моментами относительно центра O_1 ведущего шкива, радиус которого равен R_1 , сил, приложенных к элементарному участку гибкого звена: T , $T+dT$ и dF . Сумма всех элементарных работ будет равна нулю:

$$7dA_T + dA_F + dA_{T+dT} = 0. \quad (6)$$

В выражении (6) элементарные работы на угловом перемещении $\Delta d\alpha$ моментов растягивающих усилий T и $T+dT$ запишутся [2] соответственно

$$dA_T = -0,5TR_1\Delta d\alpha, \quad dA_{T+dT} = 0,5(T+dT)R_1\Delta d\alpha,$$

а элементарная работа момента сил трения dF запишется в виде

$$dA_F = -dFR_1\Delta d\alpha = -\mu q(\alpha) d\alpha R_1 \Delta d\alpha.$$

Подставив в уравнение (6) выражения для элементарных работ и выполнив преобразования, получим выражение для приращения усилия натяжения в виде

$$dT = 2\mu q(\alpha) d\alpha. \quad (7)$$

С учетом выражения (4) для удельного давления $q(\alpha)$, выполним интегрирование выражения (7) в интервале значений натяжения гибкого звена от начального T_0 при $\alpha = \alpha_1$, до T , соответствующего текущему значению угла α :

$$\int_T^{T_0} dT = \int_{\alpha_1}^{\alpha} 2\mu \frac{T_0 \alpha_1 \sin \alpha_1}{1 - \cos \alpha_1} \left(1 - \frac{\alpha}{\alpha_0} \right) d\alpha. \quad (8)$$

Выполнив интегрирование уравнения (8), получим выражение для усилия натяжения гибкого звена в зоне охвата шкива в виде

$$T = T_0 - \frac{\mu T_0 \alpha_1 \sin \alpha_1}{1 - \cos \alpha_1} \left(\alpha_1 - 2\alpha + \frac{\alpha^2}{\alpha_1} \right). \quad (9)$$

На рис. 3 представлены графики распределения относительного усилия натяжения T/T_0 гибкого звена в пределах дуги охвата, равной $2\alpha_1 = \pi$. Если при значении коэффициента трения $\mu = 0,4$ гибкое звено упруго деформируется в пределах всей дуги охвата, то при увеличении значения коэффициента трения длина части дуги охвата, соответствующая упругим деформациям гибкого звена, уменьшается.

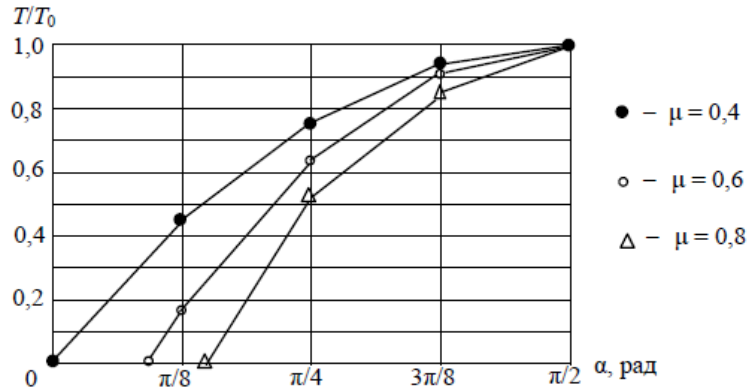


Рис. 3. Распределение относительного усилия натяжения гибкого звена по длине дуги охвата ($2\alpha_1 = \pi$) для трех значений коэффициента трения
Fig. 3. Distribution of the relative tension force of the flexible link along the length of the coverage arc ($2\alpha_1 = \pi$) for three values of the coefficient of friction

Обсуждение результатов

Проанализируем полученное выражение для усилия натяжения гибкого звена в зоне его контактирования с ведущим звеном. Максимальное значение усилия натяжения, равное начальному T_0 усилию натяжения обеих ветвей гибкого звена, будет в начале дуги охвата, т. е. при $\alpha = \alpha_1$ (рис. 1). С увеличением значения угла α будет увеличиваться модуль отрицательной составляющей выражения (9). При некотором значении угла $\alpha = \alpha_0$ модуль отрицательной части выражения (9) станет равным T_0 , а усилие натяжения в зоне контакта гибкого звена со шкивом – равным нулю. Следовательно, перемещения упруго деформируемых участков гибкого звена относительно поверхности шкива будут происходить не по всей длине охвата, а только в пределах, определяемых углами α_1 и α_0 . Назовем дугу, в пределах которой деформируемые участки гибкого звена перемещаются (скользят) относительно поверхности шкива, дугой скольжения. Угол α_c , определяющий дугу скольжения для верхней ветви гибкого звена, будет определяться выражением

$$\alpha_c = \alpha_1 - \alpha_0. \quad (10)$$

Найдем выражение для значения угла α_0 , при котором натяжение гибкого звена в зоне охвата станет равным нулю. При условии, что $T(\alpha_0) = 0$, из выражения (9) получим

$$1 - \frac{\mu\alpha_1 \sin \alpha_1}{1 - \cos \alpha_1} \left(\alpha_1 - 2\alpha_0 + \frac{\alpha_0^2}{\alpha_1} \right) = 0. \quad (11)$$

Разделив выражение (11) на выражение перед скобками, получим

$$\frac{1 - \cos \alpha_1}{\mu\alpha_1 \sin \alpha_1} - \alpha_1 + 2\alpha_0 - \frac{\alpha_0^2}{\alpha_1} = 0, \quad (12)$$

или

$$\alpha_0^2 - 2\alpha_1\alpha_0 + c = 0, \quad (13)$$

$$\text{где } c = \alpha_1^2 - \frac{1 - \cos \alpha_1}{\mu \sin \alpha_1}.$$

Решение уравнения (13) запишется в виде

$$(\alpha_0)_{1,2} = \alpha_1 \pm \sqrt{\alpha_1^2 - c}. \quad (14)$$

Так как $\alpha_0 < \alpha_1$, решение уравнения (14), удовлетворяющее этому условию, запишется, с учетом выражения для c , в виде

$$\alpha_0 = \alpha_1 - \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha_1}{\mu \sin \alpha_1}}. \quad (15)$$

С учетом (15) выражение (10) для дуги скольжения примет вид

$$\alpha_c = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha_1}{\mu \sin \alpha_1}}. \quad (16)$$

Из выражения (16) следует, что длина дуги скольжения, т. е. той части дуги охвата гибкого звена, которая упруго деформируется, не зависит от усилия натяжения, а определяется только величиной половины угла охвата α_1 и значением коэффициента трения μ для материалов гибкого звена и шкива.

Это явление, назовем его эффектом независимости длины дуги скольжения от предварительного усилия натяжения гибкого звена, является следствием увеличения значения удельного давления шкива на гибкое звено при увеличении его натяжения. С увеличением удельного давления увеличивается сила трения, препятствующая смещениям относительно шкива упруго деформируемых участков гибкого звена. Если бы величина распределенного по дуге охвата удельного давления не зависела от усилия натяжения гибкого звена, то с изменением усилия натяжения изменялась бы и длина деформируемого в зоне охвата участка гибкого звена.

На рис. 4 представлены зависимости угла α_0 , соответствующего началу недеформируемого участка гибкого звена, от значения коэффициента трения μ для двух значений угла охвата гибким звеном шкива: $2\alpha_1 = \pi$ и $2\alpha_1 = 2\pi/3$.

α_0 , рад.

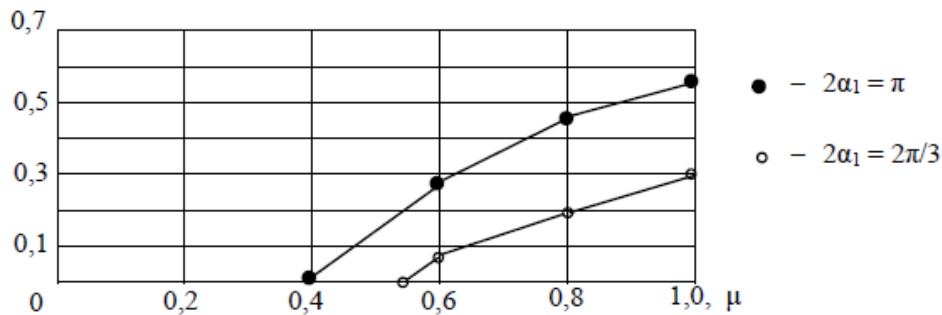


Рис. 4. Зависимость угла α_0 , определяющего недеформируемый участок гибкого звена, от коэффициента трения для двух значений дуги охвата
Fig. 4. Dependence of the angle α_0 that defines the non-deformable section flexible link, from the coefficient of friction for two values

Если в выражении (15) принять значение половины дуги охвата равным $\alpha_1 = \pi/2$, то получим зависимость для α_0 в виде

$$\alpha_0 = \frac{\pi}{2} - \sqrt{\frac{1}{\mu}}. \quad (17)$$

Приняв в выражении (15) $\alpha_0 = 0$, получим значение коэффициента трения μ , при котором гибкое звено будет упруго деформироваться по всей дуге охвата, т. е. дуга скольжения будет равна дуге охвата. Это значение коэффициента трения для угла охвата, равного π , составит $\mu = 4/\pi^2 \approx 0,4$, а для угла охвата, равного $2\pi/3$, – $\mu \approx 0,53$ (рис. 4).

Заклучение

Данная работа посвящена теоретическому исследованию распределения усилий натяжения упруго деформируемого гибкого звена в зоне его контакта с неподвижным шкивом. В качестве гибкого звена взята тонкая упруго растяжимая лента. Для случая линейно изменяющегося в зоне контакта ленты с неподвижным шкивом давления, получено выражение для распределения по дуге охвата усилия натяжения деформируемого гибкого звена. Вместе с деформируемым участком гибкого звена отмечено наличие в пределах дуги охвата и недеформируемого участка.

Выполненные теоретические исследования контактного взаимодействия упруго деформируемого гибкого звена с неподвижным шкивом выявили эффект независимости длины деформируемого в зоне охвата участка гибкого звена от усилия натяжения. Длина упруго деформируемой части гибкого звена в пределах дуги охвата определяется углом охвата и коэффициентом трения для материалов гибкого звена и шкива и не зависит от усилия натяжения гибкого звена.

Список литературы

1. Вышинский Н.В. *Техническая механика*. Минск.: ИВЦ Минфина; 2006.
2. Тимошенко С.П., Гере Дж. *Механика материалов*. Москва : Мир; 1976.

References

1. Vyshinski, N.V. [*Technical mechanics*]. Minsk: IVC Minfina; 2006. (In Russ.)
2. Timoshenko S.P., Dj. Gere. [*Material mechanics*]. Moscow: Mir; 1976. (In Russ.)

Сведения об авторе

Вышинский Н.В., к.т.н., профессор, профессор кафедры инженерной и компьютерной графики Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

Information about the author

Vyshinski N.V., PhD, Professor, Professor of the Department of Engineering and Computer Graphics of the Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics.

Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,
г. Минск, ул. П. Бровки, 6,
Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники
тел. +375-17-293-89-73;
e-mail: vyshinski@bsuir.by
Вышинский Николай Владимирович

Address for correspondence

220013, Republic of Belarus,
Minsk, P. Brovki str., 6
Belarusian State University
of Informatics and Radioelectronics
tel. +375-17-293-89-73;
e-mail: vyshinski@bsuir.by
Vyshinski Nikolai Vladimirovich