



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2019-126-8-13-21>

Оригинальная статья
Original paper

УДК 621.391.26

РАЗНЕСЕННЫЙ ПРИЕМ СИГНАЛОВ ПРИ НАЛИЧИИ ЗАМИРАНИЙ ВЕЙБУЛЛА В КАНАЛАХ СВЯЗИ

ТУЗЛУКОВ В.П.

Белорусская государственная академия авиации, г. Минск, Республика Беларусь

Поступила в редакцию 11 января 2019

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2019

Аннотация. Целью настоящей работы является рассмотрение характеристик L -канальных EGC и MRC приемников с линейным суммированием сигналов равной мощности и суммированием дифференциально взвешенных сигналов каждого канала при наличии независимых, не обязательно идентично распределенных, и коррелированных замираний Вейбулла в канале связи при разнесенном приеме сигналов, основанное на определении моментов высокого порядка для случайных параметров, а также определение среднего значения сигнал/помеха на выходе приемника, степени замирания, спектральной эффективности в области слабых сигналов, вероятности отказа и средней вероятности ошибок на символ как для когерентных, так и для некогерентных схем модуляции сигнала. Исследование проводилось на основе метода определения производящей функции моментов отношения сигнал/помеха и аппроксимации Паде. В рассматриваемой модели беспроводной системы связи и каналах предполагается, что помехи во входных каналах приемника не зависят от сигнала и некоррелированные между собой, а параметры канала связи медленно изменяются во времени, так что фаза сигнала может быть определена без затруднений. Результатом проведенных исследований является определение средней вероятности ошибки на символ для 2-канальных EGC и MRC приемников при коррелированных замираниях Вейбулла. Результаты компьютерного моделирования представлены для сравнения с численными результатами с целью определения точности предлагаемой аппроксимации Паде, демонстрируют высокую степень совпадения и подтверждают достоверность и точность предлагаемого теоретического подхода.

Ключевые слова: степень замираний, линейное суммирование сигналов, замирания Вейбулла.

Конфликт интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования. Тузлуков В.П. Разнесенный прием сигналов при наличии замираний Вейбулла в каналах связи. Доклады БГУИР. 2019; 7–8(126): 13-21.

DIVERSITY SIGNAL PROCESSING OVER WEIBULL FADING CHANNELS

VYACHESLAV P. TUZLUKOV

Belarussian State Aviation Academy, Minsk, Republic of Belarus

Submitted 11 January 2019

© Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2019

Abstract. We present a moments-based approach to the performance analysis of L -branch equal-gain combining and maximal-ratio combining receivers, operating in independent or correlated, not necessarily identically distributed, Weibull fading. For both equal-gain combining and maximal-ratio combining receivers the moments of the output signal-to-noise ratio are obtained in closed-form. An accurate approximate expression is derived for the moment-generating function of the output signal-to-noise ratio of the equal-gain combining receiver utilizing the Padé approximants theory, while a closed-form expression for the corresponding MGF of the maximal-ratio combining receiver, is obtained. Significant performance criteria, such as average output signal-to-noise ratio, amount of fading and spectral efficiency at the low power regime, are extracted in closed-forms, using the moments of the output signal-to-noise ratio for both independent and correlative fading. Moreover, using the well-known moment-generating function approach, the outage and the average symbol error probability for several coherent, non-coherent, binary, and multilevel modulation schemes, are studied. The average symbol error probability of dual-branch equal-gain combining and maximal-ratio combining receivers is also obtained when correlative fading is considered in the diversity input branches. The proposed mathematical analysis is illustrated by various numerical results and validated by computer simulations.

Keywords: Amount of fading, equal-gain combining, Weibull fading channel.

Conflict of interests. The author declares no conflict of interests.

For citation. Tuzlukov V.P. Diversity signal processing over Weibull fading channels. Doklady BGUIR. 2019; 7–8(126): 13-21.

Введение

Суммирование разнесенных сигналов – эффективная и широко применяемая на практике процедура для приемников цифровой связи с целью уменьшения воздействия замираний в канале связи на характеристики беспроводной системы связи при разнесенном приеме сигналов и повышения эффективности функционирования. Наиболее популярные методы разнесения сигналов при многоканальном приеме – это линейное суммирование сигналов равной мощности (EGC), суммирование дифференциально взвешенных сигналов равной мощности (MRC), сложение разнесенных сигналов с автоматическим выбором (SC) и комбинация второго и третьего методов, называемая обобщенным сложением разнесенных сигналов (GSC). Характеристики цифровых систем связи с EGC и MRC интенсивно исследуются, и результаты исследований публикуются в открытой печати для хорошо известных моделей замираний в канале связи: рэлеевских и райсовских замираний, замираний Накагами- m , предполагая их независимость или коррелированность [1]. К сожалению, замирания Вейбулла не получили такого пристального внимания в открытой печати, несмотря на великолепную совместимость с экспериментальными измерениями параметров замираний в канале связи [2, 3]. При исследовании суммирования разнесенных сигналов в условиях замираний Вейбулла в [4] были представлены результаты анализа характеристик GSC приемника при наличии независимых замираний Вейбулла в каналах связи. Исследования для SC приемников при наличии замираний Вейбулла представлены в [5, 6]. В этих работах определялось среднее значение выходного отношения сигнал/помеха SNR^{out} , вероятность отказа и вероятность ошибок на бит.

В настоящей работе представлен анализ характеристик L -канальных EGC и MRC приемников при наличии независимых, не обязательно идентично распределенных, и коррелированных замираний Вейбулла в канале связи, основанный на определении моментов высокого порядка для случайных параметров. Для EGC и MRC приемников моменты SNR^{out} представлены в конечном виде. Для производящей функции моментов SNR^{out} EGC приемников используется теория рациональной аппроксимации Паде [7], в то время как для MRC приемников производящая функция моментов SNR^{out} получается в конечном виде. Выражения для среднего значения SNR^{out} , степени замирания A_F и спектральной эффективности SE в области очень слабых сигналов представлены в конечной форме, используя моменты высокого порядка для SNR^{out} для независимых и коррелированных замираний Вейбулла в каналах связи при разнесенном приеме сигналов. Используя производящую функцию моментов [7], определяются вероятность отказа P_{outage} беспроводной системы связи и средняя вероятность ошибки на символ P_{ASEP}^{av} для когерентных и некогерентных бинарных и многоуровневых видов модуляции передаваемого сигнала. Для 2-канальных EGC и MRC приемников определяется P_{ASEP}^{av} при коррелированных замираниях Вейбулла. Точность предлагаемого математического анализа подтверждается результатами компьютерного моделирования.

Модель системы и канала связи

Рассмотрим разнесенный прием сигналов по L каналам при наличии равномерного замирания по амплитуде. Принимаемый модулированный сигнал по l -му каналу имеет вид $x_l = s \times a_l \exp(j\theta_l) + w_l$, где s – передаваемый символ; a_l – огибающая амплитуды замираний; $j = \sqrt{-1}$; w_l – аддитивный белый гауссовский шум с односторонней спектральной плотностью мощности N_0 ; θ_l – случайная фаза, обусловленная доплеровским сдвигом по частоте. Фаза θ_l равномерно распределена в пределах интервала $[0, 2\pi]$. Предполагается, что помехи во входных каналах приемника не зависят от сигнала и некоррелированные между собой, а параметры канала связи медленно изменяются во времени, так что фаза сигнала может быть определена без затруднений. Предполагаем, что a_l – двухпараметрическая случайная величина, подчиняющаяся распределению Вейбулла [8]: $f_{a_l}(a_l) = (\beta/\omega_l)(a_l/\omega_l)^{\beta-1} \exp[-(a_l/\omega_l)^\beta]$, $\omega_l = \sqrt{a_l^2 / \Gamma(d_2)} / \Gamma(d_2)$, $d_k = 1 + k/\beta$ – вещественная константа, где β и ω_l – параметры замирания и коэффициент масштабирования соответственно; $\overline{a_l^2}$ – средняя мощность замираний; $\Gamma(\cdot)$ – гамма-функция [9]. Параметр β отражает интенсивность замираний. С ростом β интенсивность замираний уменьшается, и при $\beta = 2$ распределение Вейбулла (1) сводится к хорошо известному рэлеевскому распределению. Функция распределения вероятностей, или кумулятивная функция распределения, и моменты случайной величины a_l определяются следующим образом:

$$F_{a_l}(a_l) = 1 - \exp[-(a_l/\omega_l)^\beta], \quad E[a_l^n] = \omega_l^n \Gamma(d_n) \quad (1)$$

соответственно, где n – положительное целое число; $E[\cdot]$ – математическое ожидание. Мгновенное значение SNR^{out} для EGC и MRC приемников может быть представлено как

$$q_{out} = \lambda_{\xi,1} \frac{E_s}{N_0} \left[\sum_{i=1}^L a_i^{-\xi+2} \right]^{\xi+1}, \quad (2)$$

где для EGC и MRC приемников $\xi = 0$ и $\xi = 1$ соответственно; $\lambda_{\xi,1} = (L^n - 1)\xi + 1$ и E_s – энергия переданного сигнала.

Рассмотрим кратко двумерное распределение Вейбулла. Дополняющая функция распределения вероятностей, или функция отказа, в случае, когда замирания описываются двумерным распределением Вейбулла, имеет вид

$$\tilde{F}_{a_1, a_2}(a_1, a_2) = \exp\{-(a_1/\omega_1)^{\beta/\delta} + (a_2/\omega_2)^{\beta/\delta}\}^\delta, \quad (3)$$

где $\delta, 0 \leq \delta \leq 1$ – параметр, связанный с коэффициентом корреляции, который по определению $\rho \equiv \text{Cov}(a_1, a_2) / \sqrt{\text{Var}(a_1)\text{Var}(a_2)}$, где $\text{Var}(a)$ – дисперсия случайной величины a . Для рассматриваемых условий $\rho = [\Gamma^2(d_\delta)\Gamma(d_2) - \Gamma^2(d_1)\Gamma(d_{2\delta})] / \{\Gamma(d_{2\delta})[\Gamma(d_2) - \Gamma^2(d_1)]\}$. Подставляя (1) и (3) в [10, (6.22)], совместная функция распределения вероятностей случайных величин a_1 и a_2 примет вид

$$F_{a_1, a_2}(a_1, a_2) = 1 + \exp\{-(a_1/\omega_1)^{\beta/\delta} + (a_2/\omega_2)^{\beta/\delta}\}^\delta - \exp[-(a_1/\omega_1)^\beta] - \exp[-(a_2/\omega_2)^\beta]. \quad (4)$$

При независимых процессах во входных каналах приемника при разнесенном приеме $\rho = 0$, т. е. $\delta = 1$, и (4) может быть представлено в виде произведения двух функций распределения Вейбулла. Дифференцируя (4), совместная плотность распределения случайных величин a_1 и a_2 может быть представлена в сложной форме, в то время как ковариационная функция случайных величин a_1 и a_2 (совместные моменты порядка $n + m$) имеет вид

$$E[a_1^n, a_2^m] = \omega_1^n \omega_2^m \Gamma(d_{n\delta})\Gamma(d_{m\delta})\Gamma(d_{n+m}) / \Gamma[d_{(n+m)\delta}]. \quad (5)$$

Моменты отношения сигнал/помеха

По определению, используя (2), момент n -го порядка SNR^{out} определяется как

$$E[q_{out}^n] = \lambda_{e,n} [E_s / N_0]^n E\left\{\left[\sum_{i=1}^L a_i^{-\xi+2} + 1\right]^{n(\xi+1)}\right\}. \quad (6)$$

Расширяя член $[\sum_{i=1}^L a_i^{-\xi+2} + 1]^{n(\xi+1)}$ и используя полиномиальную идентичность [9, (24.1.2)], выражение (6) может быть записано в виде

$$E[q_{out}^n] = \lambda_{e,n} [E_s / N_0]^n [n(\xi+1)]! \sum_{\substack{k_1, \dots, k_L=0 \\ k_1 + \dots + k_L = n(\xi+1)}}^{n(\xi+1)} E[a_1^{k_1(2-\xi)} \dots a_L^{k_L(2-\xi)}] / (k_1! \dots k_L!) \quad (7)$$

или, используя мгновенное значение SNR в каждом разнесенном канале $q_l = a_l^2 E_s / N_0$, (7) можно представить в виде

$$E[q_{out}^n] = \lambda_{e,n} [n(\xi+1)]! \sum_{\substack{k_1, \dots, k_L=0 \\ k_1 + \dots + k_L = n(\xi+1)}}^{n(\xi+1)} \frac{E[q_1^{k_1/(\xi+1)} \dots q_L^{k_L/(\xi+1)}]}{k_1! \dots k_L!}. \quad (8)$$

Если на входе многоканального приемника процессы в каждом канале некоррелированные между собой, то математическое ожидание в (8) может быть представлено в виде

$$E[q_1^{k_1/(\xi+1)} \dots q_L^{k_L/(\xi+1)}] = \prod_{i=1}^L E[q_i^{k_i/(\xi+1)}], \quad (9)$$

$$E[q_i^n] = \Gamma(d_{2n}) \bar{q}_i^n / \Gamma^n(d_2) \quad (10)$$

и \bar{q}_i^n – среднее SNR на входе приемного устройства в l -м канале. Подставляя (9) и (10) в (8), момент порядка n для \bar{q}_i^n при линейном суммировании сигналов равной мощности или суммировании дифференциально взвешенных сигналов каждого канала для независимых, но не обязательно идентично распределенных процессов на входе многоканального приемного устройства может быть определен в конечной форме:

$$E[q_{out}^n] = [\lambda_{e,n} / \Gamma^n(d_2)] [n(\xi+1)]! \sum_{\substack{k_1, \dots, k_L=0 \\ k_1 + \dots + k_L = n(\xi+1)}}^{n(\xi+1)} \prod_{j=1}^L (1/k_j!) \Gamma(d_{2k_j/(\xi+1)}) \bar{q}_j^{k_j/(\xi+1)}. \quad (11)$$

При обработке разнесенных сигналов приемником с $L = 2$ и наличии корреляции между каналами математическое ожидание в (6), используя (5), определяется следующим образом:

$$E[q_1^n q_2^m] = \bar{q}_1^n \bar{q}_2^m \Gamma(d_{2m\delta}) \Gamma(d_{2(n+m)}) \Gamma(d_{2m\delta}) / \Gamma^{n+m}(d_2) \Gamma(d_{2(n+m)\delta}). \quad (12)$$

Таким образом, n -й момент мгновенного значения SNR^{out} для 2-канального приемника с линейным суммированием сигналов равной мощности и суммированием дифференциально взвешенных сигналов каждого канала при подстановке (12) в (8) имеет следующий конечный вид:

$$E[q_{out}^n] = \frac{2^{-\xi n} \Gamma(d_{2n})}{\Gamma^n(d_{2\delta n})} \sum_{k=0}^{n(\xi+1)} \binom{n(\xi+1)}{k} \bar{q}_1^{k/(\xi+1)} \bar{q}_2^{n-k/(\xi+1)} \Gamma(d_{2\delta k/(\xi+1)}) \Gamma(d_{2\delta[n-k/(\xi+1)]}), \quad (13)$$

$$\text{где } \binom{n(\xi+1)}{k} = \frac{[n(\xi+1)]!}{k! [n(\xi+1) - k]!}.$$

Выражения (11) и (13) представляют собой новый результат, о котором ранее не сообщалось в открытой печати.

Среднее значение SNR^{out} . При разнесенном приеме сигналов приемником, суммирующим дифференциально взвешенные сигналы каждого канала, $\overline{SNR}_{MRC}^{out}$ легко определяется как при независимых, так и коррелированных замираниях, т. е. $\xi = 0$ и $n = 1$ в (10), $\overline{SNR}_{MRC}^{out} = \sum_{i=1}^L \bar{q}_i$. В этом случае коррелированность замираний не воздействует на $\overline{SNR}_{MRC}^{out}$. При разнесенном приеме с линейным суммированием некоррелированных сигналов равной мощности после сложных математических манипуляций получаем

$$\overline{SNR}_{EGC}^{out} = (1/L) \left[\sum_{i=1}^L \bar{q}_i + 2 \frac{\Gamma^2(d_1)}{\Gamma(d_2)} \sum_{i=2}^L \sum_{j=1}^{i-1} \sqrt{\bar{q}_i \bar{q}_j} \right], \quad (14)$$

в то время как при независимых и идентично распределенных замираниях, $\bar{q}_i = \bar{q}_0, \forall i$, выражение (14) принимает вид $\overline{SNR}_{EGC}^{out} = [1 + (L-1)\Gamma^2(d_1)/\Gamma(d_2)]\bar{q}_0$. При коррелированных сигналах, $\xi = 1$ и $n = 1$ в (6), получаем

$$\overline{SNR}_{EGC}^{out} = \frac{2}{L} \sum_{\substack{k_1, \dots, k_L=0 \\ k_1 + \dots + k_L = 2}}^2 \frac{E[q_1^{0.5k_1} \dots q_L^{0.5k_L}]}{k_1! \dots k_L!}. \quad (15)$$

Заметим, что в (15) определяются компоненты $E[\sqrt{q_i q_j}]$. Используя (15), при коррелированных замираниях Вейбулла для L -канального EGC приемника получаем

$$\overline{SNR}_{EGC}^{out} = (1/L) \left[\sum_{i=1}^L \bar{q}_i + 2 \frac{\Gamma^2(d_\delta)}{\Gamma(d_{2\delta})} \sum_{i=2}^L \sum_{j=1}^{i-1} \sqrt{\bar{q}_i \bar{q}_j} \right]. \quad (16)$$

Отметим, что при $\delta = 1$ (16) сводится к (14), и в случае идентично распределенных замираний в каналах многоканального приемного устройства получаем $\overline{SNR}_{EGC}^{out} = [1 + (L-1)\Gamma^2(d_\delta)/\Gamma(d_{2\delta})]\bar{q}_0$. Полагая постоянную корреляцию между замираниями в каналах EGC и MRC приемников, а также экспоненциально затухающий профиль по мощности, получаем $\bar{q}_l = \bar{q}_1 \exp[-\rho(l-1)]$. На рис. 1 представлены нормализованные значения $\overline{SNR}_{EGC}^{out}$ и $\overline{SNR}_{MRC}^{out}$ для первого канала EGC и MRC приемников как функция числа каналов L при $\beta = 2, 5$ и различных значениях коэффициента корреляции ρ между замираниями и коэффициента затухания мощности сигнала ρ . Противоположно поведению $\overline{SNR}_{MRC}^{out}$, независящему от корреляции между замираниями, $\overline{SNR}_{EGC}^{out}$ увеличивается с ростом ρ . Общие потери становятся более ощутимыми с ростом ρ . Заметим, что с увеличением ρ наблюдается увеличение не только нормализованного значения SNR^{out} , но и дисперсии SNR^{out} .

Степень замирания. Степень замирания является унифицированной мерой для определения интенсивности замираний, которая, как правило, независима от средней мощности замираний и определяется следующим образом:

$$A_F \cong \text{Var}[SNR^{out}] / (\overline{SNR}^{out})^2 = E[(SNR^{out})^2] / (\overline{SNR}^{out})^2 - 1. \quad (17)$$

В случае многоканального MRC приемника первый и второй центральные моменты SNR^{out} в (17) могут быть определены в конечной форме для произвольного числа коррелированных, не идентично распределенных замираний на основе (8). Степень замирания для многоканального EGC приемника определяется конечной формой для независимых и не идентично распределенных замираний на основе (11) и для 2-канального разнесенного приема при коррелированных замираниях на основе (13).

Спектральная эффективность. Степень замираний может быть использована для исследования спектральной эффективности канала связи с равномерным затуханием по амплитуде или мощности в области слабых сигналов [11]. В этой области минимальное отношение $E_b N_0^{-1} = -1,59$ дБ обеспечивает устойчивую работоспособность приемника, где E_b – минимальная энергия сигнала на бит. Тангенс угла наклона, или угловой коэффициент кривой спектральной эффективности, как функция отношения $E_b N_0^{-1}$ на уровне 3 дБ при $(E_b N_0^{-1})_{\min}$, определяется как $S_0 = 2E^2[r^2] / E[r^4] = 2(\overline{SNR}^{out})^2 / E[(SNR^{out})^2]$, где r – огибающая амплитуды процесса на выходе приемника. На основе (17) получаем выражение для углового коэффициента спектральной эффективности в области очень слабых сигналов: $S_0 = 2/(A_F + 1)$.

Вероятность ошибок и вероятность отказа

Используя определение производящей функции моментов, средняя вероятность ошибки на символ \bar{P}_{ASEP} и вероятность отказа P_{outage} рассматриваются для когерентных, например, M -амплитудная модуляция (M -AM), двоичная частотная модуляция (BFSK), M -амплитудно-импульсная (M -PAM) модуляция, M -фазовая модуляция, M -квадратурная амплитудная модуляция (M -QAM), и некогерентных видов модуляции, например, бинарная фазовая модуляция (BPSK), M -бинарная дифференциальная фазоразностная модуляция (M -BDPSK).

Средняя вероятность ошибок на символ \bar{P}_{ASEP} . Рассмотрим многоканальный MRC приемник. Используя (1), (3) и $q_i = a_i^2 E_s / N_0$, производящая функция моментов SNR^{out} , определяемая в общем виде как $\mathcal{M}_{SNR_{MRC}}(s) = \prod_{i=1}^L \mathcal{M}_{q_i}(s)$, где $\mathcal{M}_{q_i}(s)$ – производящая функция моментов SNR l -го входного канала приемника при независимых замираниях Вейбулла в каналах связи, определяется в следующем виде [12]:

$$\mathcal{M}_{SNR_{MRC}}(s) = \prod_{i=1}^L \frac{\beta}{2(a\bar{q}_i)^{0,5\beta}} \int_0^\infty q_i^{0,5\beta-1} \exp[-sq_i - (q_i/a\bar{q}_i)^{0,5\beta}] dq_i. \quad (18)$$

Интеграл в (18) можно определить в конечном виде. Выражая экспоненциальную функцию как гамма-функцию Мейера [13, (9.301)] и [14, (11)] $\exp[g(x)] = G_{0,1}^{1,0}[g(x) | \bar{\cdot}]$, где $g(\cdot)$ – произвольная функция, выражение (18) может быть представлено в следующем виде:

$$\mathcal{M}_{SNR_{MRC}}(s) = \prod_{i=1}^L \frac{\beta}{2(a\bar{q}_i)^{0,5\beta}} \int_0^\infty q_i^{0,5\beta-1} G_{0,1}^{1,0}[sq_i | \bar{\cdot}] G_{0,1}^{1,0}[(q_i/a\bar{q}_i)^{0,5\beta} | \bar{\cdot}] dq_i. \quad (19)$$

Используя [18, (21)], можно представить (19) в конечном виде

$$\mathcal{M}_{SNR_{MRC}}(s) = \prod_{i=1}^L \frac{\beta}{2(a\bar{q}_i)^{0,5\beta}} \frac{\sqrt{k/l}(l/s)^{0,5\beta}}{(2\pi)^{(k+l)0,5-1}} G_{l,k}^{k,l} \left[\frac{(a\bar{q}_i)^{-0,5k\beta}}{s^l} \times \frac{l^l}{k^k} \left| \begin{matrix} 1-0,5\beta, 1-0,5\beta, \dots, 1-0,5\beta \\ 1, 1, \dots, 1 \end{matrix} \right. \right] \quad (20)$$

при $2l = k\beta$, где k и l – положительные целые числа. В зависимости от β множество с минимальными значениями k и l должно выбираться так, чтобы равенство $2l = k\beta$ было справедливо; например,

при $\beta = 2, 5$, необходимо выбирать $k = 4$ и $l = 5$. Отметим, что в особом случае, если β – целое число, то $k = 2$ и $l = \beta$. Выражение (20) получено впервые.

Рассмотрим EGC приемник. Процесс получения $\mathcal{M}_{SNR_{EGC}^{out}}(s)$ при наличии замираний Вейбулла – очень трудоемкая задача. Для решения этой задачи используем аппроксимацию Паде [7] как альтернативу, позволяющую аппроксимировать производящую функцию моментов и оценить \overline{P}_{ASEP} . По определению производящая функция моментов равна $\mathcal{M}_{SNR_{EGC}}(s) \cong E\{\exp[s \times SNR_{EGC}]\}$ и может быть разложена в ряд Тейлора

$$\mathcal{M}_{SNR_{EGC}}(s) = \sum_{n=0}^{\infty} (1/n!) E[(SNR_{EGC}^n)] s^n. \quad (21)$$

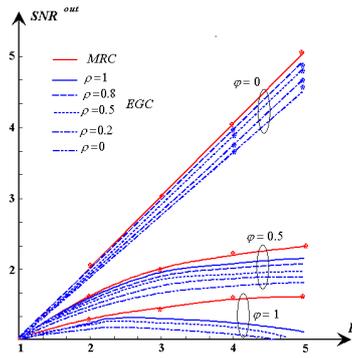


Рис. 1. Нормализованные значения SNR_{EGC}^{out} и SNR_{MRC}^{out} для первого канала многоканальных EGC и MRC приемников как функция числа каналов L при $\beta = 2, 5$

Fig. 1. Normalized 1st channel SNR_{EGC}^{out} and SNR_{MRC}^{out} of multichannel EGC and MRC as a function of L at $\beta = 2.5$

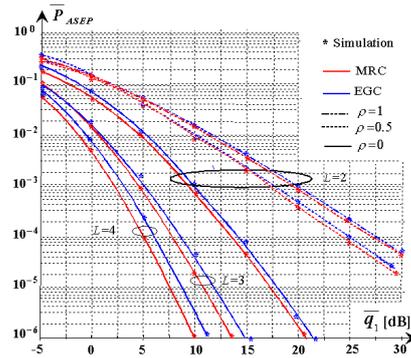


Рис. 2. Средняя вероятность ошибки усредненного отношения сигнал/помеха первого канала EGC и MRC приемников при $\beta = 2, 5$ для BPSK сигналов

Fig. 2. The average probability of error of the average 1st channel SNR for EGC and MRC at $\beta = 2.5$ at BPSK signals

Хотя моменты $E[(SNR_{EGC}^n)]$ любого произвольного порядка n для L -канального EGC приемника могут быть определены в конечной форме, используя выше представленную методику, на практике может быть использовано только конечное число N , отсекая остальные члены разложения в ряд (21). Аппроксимация Паде по отношению к производящей функции моментов является рациональной функцией определенного порядка B для знаменателя и порядка A для числителя. При этом порядок разложения в ряд по мощности согласуется с порядком $N = A + B$ разложения в ряд для функции $\mathcal{M}_{SNR_{EGC}}(s)$, т. е. $R_{[A/B]}(s) = \sum_{i=0}^A c_i s^i / (1 + \sum_{i=1}^B b_i s^i) = \sum_{n=0}^{A+B} E[SNR_{EGC}^n] \times s^n / n! + o(s^{N+1})$, где $o(s^{N+1})$ – остаток ряда после отсечения, b_i и c_i являются вещественными постоянными членами [15]. В результате первые $A + B$ моменты должны быть оценены для того, чтобы получить аппроксимацию Паде $R_{[A/B]}(s)$. В нашем случае $\mathcal{M}_{SNR_{EGC}}(s)$ аппроксимируется с помощью аппроксимантов Паде $R_{[A/A+1]}(s)$, находящихся под диагональю матрицы, где $B = A + 1$. Только при таком порядке аппроксимации может быть гарантирована скорость и однозначность сходимости [11, 15]. Используя (20) для MRC приемника или аппроксимацию Паде для EGC и 2-канального MRC приемников при использовании (11) и (13) соответственно, P_{ASEP}^{av} может быть определена непосредственно для некогерентных BPSK и BDPSK сигналов, в то время, как для других видов модуляции передаваемого сигнала, таких как BPSK, M-PSK, M-QAM, M-AM и M-DPSK, обычные интегралы с конечными пределами интегрирования и подынтегральные выражения, составленные из элементарных экспоненциальных и тригонометрических функций, легко определяются посредством численного интегрирования. Для иллюстрации предложенного математического анализа на рис. 2 и 3 представлена P_{ASEP}^{av} как функция \overline{SNR} для 1-го канала EGC и MRC приемников в случае BPSK и 16-QAM модуляции при идентично распределенных замираниях Вейбулла с параметром $\beta = 2, 5$ и некоторых величин ρ и L . Видно, что для MRC приемника P_{ASEP}^{av} лучше, чем для EGC приемника до тех пор,

пока коэффициент усиления при приеме на разнесенные антенны уменьшается с увеличением коэффициента корреляции между замираниями. Результаты компьютерного моделирования представлены для сравнения с численными результатами с целью определения точности предлагаемой аппроксимации Паде и демонстрируют высокую степень совпадения. Подобные результаты представлены впервые и ранее не публиковались в открытой печати. Отметим, что, несмотря на увеличение $\overline{SNR}_{EGC}^{out}$ с ростом ρ , P_{ASEP}^{av} ухудшается, т. е. \overline{SNR}^{out} не является подходящим критерием для оценки качественных характеристик работоспособности EGC и MRC приемников при наличии коррелированных замираний.

Вероятность отказа P_{outage} . Если q_{th} – установленный порог, тогда вероятность отказа определяется как вероятность того, что $\overline{SNR}^{out} < q_{th}$, т. е.

$$P_{out}(q_{th}) = F_{SNR^{out}}(q_{th}) = \mathcal{L}^{-1}[\mathcal{M}_{SNR^{out}}(s)/s] \Big|_{SNR^{out}=q_{th}}, \quad (22)$$

где $F_{SNR^{out}}(q_{th})$ – функция распределения вероятностей \overline{SNR}^{out} ; $\mathcal{L}^{-1}(\cdot)$ – инверсное преобразование Лапласа; $\mathcal{M}_{SNR^{out}}(s) = \mathcal{M}_{SNR_{EGC}}(s)$ или $\mathcal{M}_{SNR_{MRC}}(s)$. Для EGC приемника рациональная аппроксимация Паде имеет вид $\mathcal{M}_{SNR_{EGC}}(s) \cong \sum_{i=0}^A c_i s^i / (1 + \sum_{i=1}^B b_i s^i) = \sum_{i=1}^B \lambda_i / (s + p_i)$, где $\{p_i\}$ – полюса аппроксимации Паде для производящей функции моментов, которая имеет отрицательную вещественную часть, $\{\lambda_i\}$ – остатки. Используя вычитающую формулу обратного преобразования и (22), получаем P_{outage} в конечном виде: $P_{outage}(q_{th}) = \sum_{i=1}^B (\lambda_i / p_i) \times \exp\{-p_i q_{th}\}$. Для MRC приемника, ввиду сложного вывода $\mathcal{M}_{SNR_{MRC}}(s)$, P_{outage} определяется, используя численное инверсное преобразование Лапласа $F_{SNR^{out}}(q_{th})$, которое обобщается в [16]. На рис. 4 P_{outage} представлена как функция нормализованного порога q_{th}/\bar{q}_1 при идентично распределенных входных процессах и некоторых значениях ρ и L для EGC и MRC приемников. Аналогично P_{ASEP}^{av} , P_{outage} увеличивается с ростом степени корреляции между процессами при 2-х разнесенных каналах, т. е. $\rho \rightarrow 1$, в то время как P_{outage} уменьшается с увеличением числа каналов разнесенного приема.

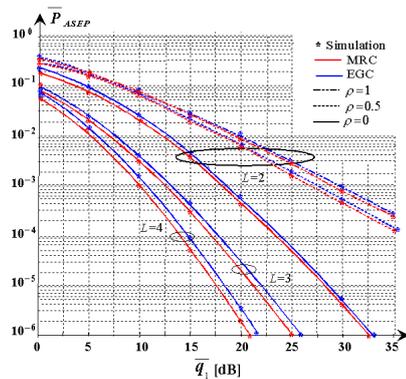


Рис. 3. P_{ASEP}^{av} для первого канала EGC и MRC приемников

Fig. 3. P_{ASEP}^{av} for EGC and MRC, (the first channel)

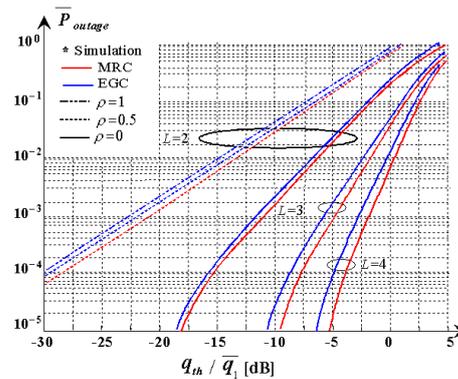


Рис. 4. P_{outage} как функция q_{th}/\bar{q}_1

Fig. 4. P_{outage} as a function of the normalized q_{th}/\bar{q}_1

Заключение

В настоящей работе представлен анализ средней вероятности ошибок на символ и вероятности отказа для L -канальных EGC и MRC приемников при наличии замираний Вейбулла в каналах связи. Получены аппроксимации для производящей функции моментов отношения сигнал/помеха на выходе EGC приемника на основе теории аппроксимации Паде. Производящая функция моментов отношения сигнал/помеха на выходе MRC приемника была представлена в конечном виде. Были получены в конечном виде центральные моменты

отношения сигнал/помеха на выходе как EGC, так и MRC приемников. Исследовались важнейшие критерии оценки средней вероятности ошибок на символ и вероятности отказа такие, как среднее значение отношения сигнал/помеха на выходе приемника, степень замираний в канале связи, спектральная эффективность в области слабых сигналов. Показано, что с ростом коэффициента корреляции между процессами в разнесенных входных каналах приемника возрастает как нормализованное среднее значение отношения сигнал/помеха на выходе, так и средняя вероятность ошибок на символ и вероятность отказа, что доказывает тот факт, что среднее значение отношения сигнал/помеха на выходе, например, EGC приемника, не является правдоподобным критерием для оценки качественных характеристик в условиях коррелированности замираний Вейбулла.

Список литературы / References

1. Simon M.K., Alouini M.S. *Digital communications over fading channels*. 2nd ed., New York: John Wiley-IEEE Press, 2004;936.
2. *Communications systems: new research*. Editor: V.P. Tuzlukov. New York: NOVA Science Publishers, Inc., 2013;423.
3. Tuzlukov V.P. *Contemporary issues in wireless communications*. Chapter 4: *Signal processing by generalized receiver in DS-CDMA wireless communications systems*. Croatia: INTECH: 2014;79-158.
4. Aleksic D.A., Kristic D., Popovic Z., Stefanovic M. Level crossing rate of macrodiversity SC receiver output process in the presence of Weibull short term fading, gamma long term fading and Weibull co-channel interference. *WSEAS Transactions on Communications*. 2016;15:285-291.
5. Sagias N.C., Karagiannidis G.K., Zogas D.A., Mathiopoulos P.T. Performance analysis of dual selection diversity in correlated Weibull fading channels. *IEEE Transactions on Communications*. 2004;52(7):1063-1067.
6. Tuzlukov V.P. *Advances in communications and media research*. Chapter 6: *Detection of spatially distributed signals by generalized receiver using radar sensor array in wireless communication*. New York: NOVA Science Publishers, Inc., 2015;143-173
7. Baker G.A. *Pade approximations*. 1996. Cambridge, U.K.: Cambridge University Press. 746.
8. Bury K. *Statistic distributions in engineering*. 1999. Cambridge, U.K.: Cambridge University Press: 376.
9. Abramovitz M., Stegun I.A. *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables*. 9th Edition, 1974; New York: Dover: 1046.
10. Papoulis A. *Probability random variables and stochastic processes*. 4th Ed. 2002. New York: McGrawHill: 852.
11. Win M.Z., Mallik R.K., Chrisikos G. Higher order statistics of antenna subset diversity. *IEEE Transactions on Communications*. 2003;51(9):871-875.
12. Shamais S., Verdu S. The impact of frequency-flat fading on the spectral efficiency of CDMA. *IEEE Transactions on Information Theory*. 2001;47(4):1302-1327.
13. Gradshteyn I.S., Ryzhik I.M. *Table of integrals, series, and products*. 6th Ed. New York: Academic Press. 2000;1167.
14. Adamchik V.S., Marichev O.I. The algorithm for calculating integrals of hypergeometric type functions and its realization in REDUCE system. In *ISSAC '90 Proceedings of the international symposium on Symbolic and algebraic computation*. Tokyo, Japan, Augst 20-24, 1990;212-224.
15. Karagiannidis G.K. Moment-based approach to the performance analysis of equal gain diversity in Nakagami-*m* fading. *IEEE Transactions on Communications*. 2004;52(5):685-690.
16. Grassman, W. *Computational probability*. 2000; Norwell, MA: Kluwer: 490.

Сведения об авторе

Тузлуков В.П., д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой технической эксплуатации авиационного и радиоэлектронного оборудования Белорусской государственной академии авиации.

Адрес для корреспонденции

220096, Республика Беларусь,
г. Минск, ул. Уборевича, д. 77,
Белорусская государственная академия авиации
email: slava.tuzlukov@mail.ru
Тузлуков Вячеслав Петрович

Information about the author

Tuzlukov V.P., D.Sci, Professor, Head of Department of Technical Maintenance of Aviation and Radio Electronic Equipment of Belarusian State Aviation Academy.

Address for correspondence

220096, Republic of Belarus,
Minsk, Ubovich st., 77,
Belarusian State Aviation Academy
email: slava.tuzlukov@mail.ru
Tuzlukov Vyacheslav Petrovich