



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2019-124-6-26-30>

Оригинальная статья
Original paper

УДК 621.384

ДВИЖЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОНА В СКРЕЩЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

КУРАЕВ А.А., МАТВЕЕНКО В.В.

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Республика Беларусь

Поступила в редакцию 4 сентября 2018

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2019

Аннотация. Показано, что существующие в современной литературе представления о движении электрона в скрещенных полях неверны. В случае релятивистских скоростей движение электрона нельзя представить как наложение дрейфа со скоростью $u = E_0/B_0$ и вращения с частотой $\Omega = eB_0/m$ (e , m – заряд и релятивистская масса электрона). В релятивистском случае эти движения не разделяются, а мгновенная частота вращения электрона Ω в неподвижной относительно E_0 , B_0 системе координат непостоянна: Ω зависит от m , которая при вращении меняется в значительных пределах.

Ключевые слова: релятивистский электрон, скрещенные поля, колебания угловой скорости вращения.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования. Кураев А.А., Матвеев В.В. Движение релятивистского электрона в скрещенных электрических и магнитных полях. Доклады БГУИР. 2019; 6(124): 26-30.

MOVEMENT OF A RELATIVISTIC ELECTRON IN CROSSED ELECTRIC AND MAGNETIC FIELDS

KURAYEV A.A., MATVEYENKO V.V.

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Republic of Belarus

Submitted 4 September 2018

© Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2019

Abstract. It is shown that the ideas about the electron motion into electric and magnetic crossed fields existing in the modern literature are incorrect. For relativistic velocity case the electron motion can't be imagined by the superposition of the drift with velocity $u = E_0/B_0$ and the rotation with frequency $\Omega = eB_0/m$ (e , m is charge and mass of relativistic electron). In the relativistic case these motions are not separated, moreover the instantaneous rotation frequency Ω of relativistic electron is unstable for fixed coordinate system (E_0 , B_0): Ω depends on m , which varies considerably during rotation.

Keywords: relativistic electron, crossed fields, angular velocity speed instability.

Conflict of interests. The authors declare no conflict of interests.

For citation. Kurayev A.A., Matveyenko V.V. Movement of a relativistic electron in crossed electric and magnetic fields. Doklady BGUIR. 2019; 6(124): 26-30.

Введение

Движение заряженных частиц в скрещенных полях используется во многих физических приборах. Среди них наиболее широко распространены электровакуумные приборы СВЧ со скрещенными полями, или приборы М-типа: магнетроны, амплитроны, платинотроны, митроны, планотроны, ниготроны, ЛБВ и ЛОВ [1...4]. В приведенных работах рассматривается нерелятивистский случай, когда возможно галилеево сложение скоростей и, следовательно, разделение движения электрона на дрейфовое и вращательное. Это, конечно, допустимо при низких анодных напряжениях, когда полная скорость электрона v значительно ниже скорости света в пустоте c . Однако в последние десятилетия появились обращенно-коаксиальные релятивистские магнетроны. Например, в [4] сообщается о релятивистском импульсном магнетроне с мощностью 1 ГВт при длительности импульса 30 нс и анодном напряжении 600 кВ.

Таким образом, исследование движения релятивистского электрона в скрещенных полях представляет определенный интерес. В трудах по теоретической физике подобные исследования представлены в общей форме, но выводы не вполне корректны. Обратимся к монографии [5, с. 152]. Здесь рассматривается переход от неподвижной системы K к K' ,

движущейся со скоростью дрейфа электрона в скрещенных полях \vec{E}_0 и \vec{B}_0 $\vec{u} = c \frac{\vec{E}_0 \times \vec{B}_0}{B_0^2}$ (в [5]

принята система СГС). Тогда в системе K' : $\vec{E}' = 0$, $\vec{B}'_{\parallel} = 0$, $\vec{B}'_{\perp} = \vec{B}_0 \frac{1}{\gamma}$, $\gamma = (1 - u^2/c^2)^{-1/2}$. Далее

делается неверное заключение: движение электрона складывается из дрейфа со скоростью u и вращения с постоянной угловой скоростью $\Omega = eB_0/\gamma m_0$. Однако дрейф имеет место в системе K , а вращение – в системе K' . Галилеево сложение в релятивистском случае невозможно, и для описания полного движения электрона в K нужно Лоренцово преобразование вращательного движения электрона в системе K' в систему K , где вращательное движение существенно (при больших γ) изменится.

В настоящей статье приводится строгое численное решение уравнения движения релятивистского электрона в скрещенных полях и обсуждаются его результаты.

Уравнение движения релятивистского электрона в скрещенных полях

Воспользуемся следующей формой релятивистского уравнения движения, приведенной в [6] (уравнение (2.77)):

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{e}{m_0} \left(1 - \vec{v} \cdot \vec{v} / c^2\right)^{1/2} \left\{ \vec{E} + [\vec{v}, \vec{B}] - \vec{v} / c^2 (\vec{v} \cdot \vec{E}) \right\}, \quad (1)$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}; \quad e, m_0 - \text{заряд и масса покоя электрона.}$$

Изберем прямоугольную систему координат x, y, z и положим:

$$\vec{E} = -\vec{x}_0 E_0, \quad \vec{B} = -\vec{z}_0 B_0. \quad (2)$$

Введем следующие безразмерные переменные:

$$\vec{\beta} = \vec{v}/c, \quad \vec{\beta} = \bar{x}_0\beta_x + \bar{y}_0\beta_y, \quad T = \omega_H t, \quad \omega_H = \frac{e}{m_0} B_0, \quad \vec{R} = \bar{x}_0 x + \bar{y}_0 y = \bar{r} \frac{\omega_H}{c}, \quad \vec{\beta}_0 = \bar{x}_0 k, \quad k = \frac{E_0}{cB_0}.$$

При введенных переменных уравнение (1) с учетом (2) преобразуется к виду

$$\frac{d\vec{\beta}}{dT} = -(1-\beta^2)^{1/2} \left\{ -x_0 k + [\vec{\beta}, \vec{z}_0] - \vec{\beta}(\beta_x k) \right\}, \quad \frac{d\vec{R}}{dT} = \vec{\beta}. \quad (3)$$

Изберем начальные условия k (3) исходя из схемы, представленной на рис. 1

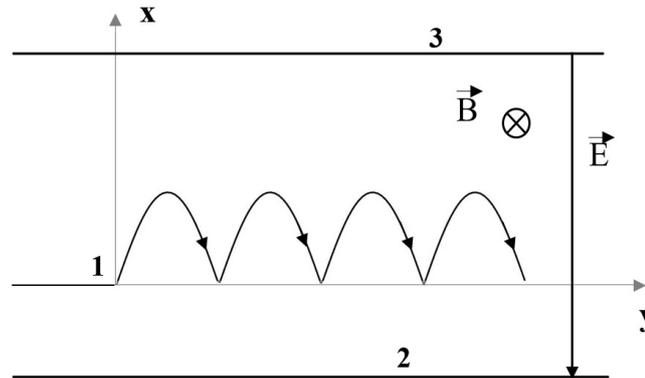


Рис. 1. Схема движения релятивистского электрона в скрещенных полях
Fig. 1. The scheme of motion of a relativistic electron in crossed fields

На рис. 1 1 – источник электронов с нулевой начальной скоростью; здесь же начало координат x, y, z . Напряженность поля $\vec{x}_0 E_0$ создается разностью потенциалов на пластинах 2, 3. Магнитное поле нормально плоскости движения x, y : $\vec{B} = -\vec{z}_0 B_0$. 4 – траектория электрона. При этом начальные условия имеют вид:

$$\beta_x(0) = 0, \quad \beta_y(0) = 0, \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 0. \quad (4)$$

Результаты расчета $\beta, \beta_x, 1/\gamma$ электрона

Расчет по уравнению (3) проводился при следующих значениях k : 0,05; 0,1; 0,3; 0,6. Эти значения соответствуют нерелятивистской относительной скорости дрейфа электрона в направлении \vec{y}_0 .

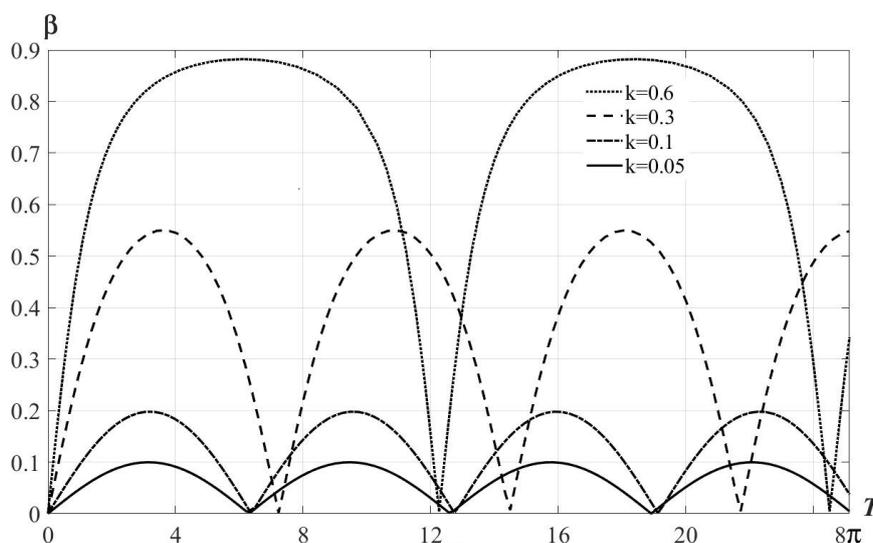


Рис. 2. Зависимости $\beta(T)$ для перечисленных значений k
Fig. 2. Dependences $\beta(T)$ for the listed values of k

На рис. 2 изображены зависимости $\beta(T)$ для различных k . Из этих зависимостей следует, что характер движения электрона близок к нерелятивистскому при $k = 0,05$ и $k = 0,1$ в максимумах $\beta_{\max} = 2k$, т. е. траектория соответствует циклоиде. Но уже при $k = 0,3$ $\beta_{\max} < 0,6$, что говорит о деформации траектории. При $k = 0,6$ $\beta_{\max} < 0,9$ (по нерелятивистским оценкам должно быть $\beta_{\max} = 1,2$, что, естественно, абсурдно).

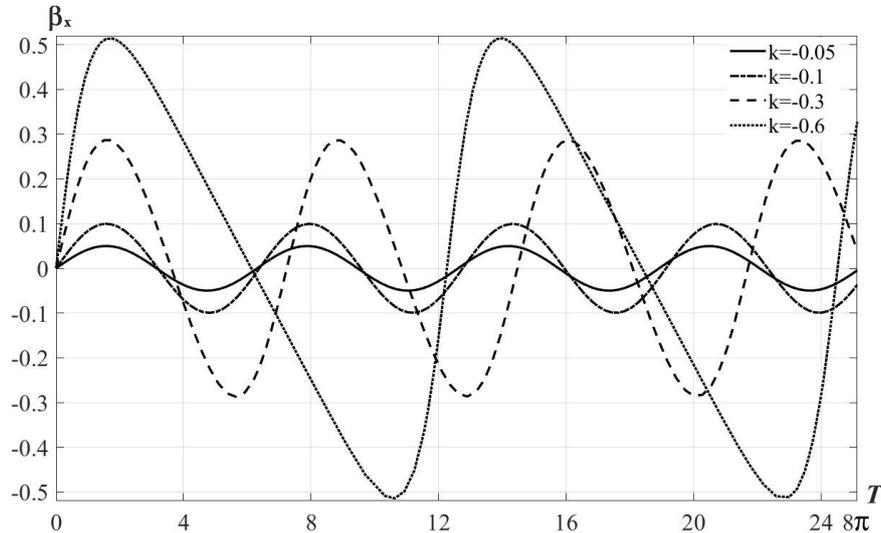


Рис. 3. Зависимости $\beta_x(T)$ для перечисленных значений k
Fig. 3. Dependences $\beta_x(T)$ for the listed values of k

На рис. 3 представлены зависимости $\beta_x(T)$ для различных k . Опять видно, что при $k = 0,05; 0,1$ эта зависимость на каждом обороте электрона симметрична, что соответствует нерелятивистским представлениям. При $k = 0,3; 0,6$ асимметрия вращения электрона весьма сильно проявляется.

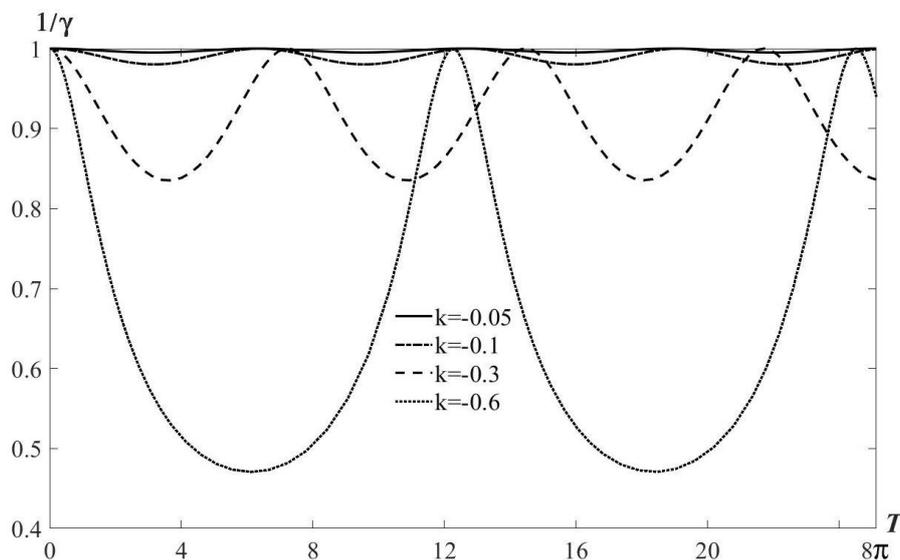


Рис. 4. Зависимости $\gamma^{-1}(T)$ при разных значениях k
Fig. 4. Dependences $\gamma^{-1}(T)$ for different values of k

На рис. 4 представлены зависимости $\gamma^{-1}(T)$ для различных k . При $k \leq 0,1$ величина $\gamma^{-1}(T)$ близка к 1, при $k = 0,3; 0,6$ в экстремуме траектории $\gamma^{-1}(T)$ значительно меньше 1. Поскольку мгновенная угловая частота вращения электрона $\Omega(T) = \gamma^{-1}(T)\omega_n$, очевидно, что на периоде вращения она значительно меняется, т. е. вращение электрона неравномерно. Иначе говоря, на статической траектории в скрещенных полях релятивистский электрон-осциллятор является ангармоничным, что может быть полезно использовано в электронике СВЧ.

Заклучение

Как показал приведенный анализ, использование нерелятивистского приближения для стационарных траекторий электрона в скрещенных полях (в частности, в теории приборов М-типа) допустимо до $k \sim 0,1$ и $\beta \sim 0,2$, что соответствует анодным напряжениям порядка 10 кВ.

Список литературы

1. Стальмахов В.С. Основы электроники СВЧ приборов со скрещенными полями. М.: Сов. радио. 1967. 366 с.
2. Лебедев И.В. Техника и приборы СВЧ. Т. II. М.: Высш. школа. 1972. 376 с.
3. Гайдук В.И., Палатов К.И., Петров Д.М. Физические основы электроники СВЧ. М.: Сов. радио. 1972. 600 с.
4. Шлиферг Э.Д. Электровакуумные приборы СВЧ М-типа. Итоги науки и техники. Электроника. Т.17. М.: Сов. радио, 1985.
5. Джексон Дж. Классическая электродинамика. М.: Мир, 1965. 702 с.
6. Кураев А.А., Байбурин В.Б., Ильин Е.М. Математические модели и методы оптимального проектирования СВЧ приборов. Минск: Наука и техника. 1990. 392 с.

References

1. Stal'mahov V.S. Osnovy jelektroniki SVCh priborov so skreshhennymi poljami. M.: Sov. radio. 1967. 366 s. (in Russ.)
2. Lebedev I.V. Tehnika i pribory SVCh. T. II. M.: Vyssh. shkola. 1972. 376 s. (in Russ.)
3. Gajduk V.I., Palatov K.I., Petrov D.M. Fizicheskie osnovy jelektroniki SVCh. M.: Sov. radio. 1972. 600 s. (in Russ.)
4. Shliferg Je.D. Jelektrovakuumnye pribory SVCh M-tipa. Itogi nauki i tehnik. Jelektronika. T.17. M.: Sov. radio, 1985. (in Russ.)
5. Dzhekson Dzh. Klassicheskaja jelektrodinamika. M.: Mir, 1965. 702 s. (in Russ.)
6. Kuraev A.A., Bajburin V.B., Il'in E.M. Matematicheskie modeli i metody optimal'nogo proektirovaniya SVCh priborov. Minsk: Nauka i tehnika. 1990. 392 s. (in Russ.)

Сведения об авторах

Кураев А.А., д.ф.-м.н., профессор, профессор кафедры информационных радиотехнологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

Матвееенко В.В., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры вычислительных методов и программирования Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

Information about the authors

Kurayev A.A., D.Sci., professor, professor of information radiotechnologies department of Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics.

Matveyenka V.V., PhD., associate professor, associate professor of computational methods and programming department of Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics.

Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,
г. Минск, ул. П. Бровки, 6,
Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники
тел. +375-17-293-89-56;
e-mail: vladzimir66@bsuir.by
Матвееенко Владимир Владимирович

Address for correspondence

220013, Republic of Belarus,
Minsk, P. Brovka str., 6,
Belarusian State University
of Informatics and Radioelectronics
tel. +375-17-293-89-56;
e-mail: vladzimir66@bsuir.by
Matveyenka Vladimir Vladimirovich