

УДК 538.945

СВЕРХПРОВОДЯЩАЯ ПЛЕНКА ВО ВНЕШНЕМ ПЕРИОДИЧЕСКОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В.Н. КУШНИР, С.Л. ПРИЩЕПА

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Республика Беларусь

Поступила в редакцию 5 сентября 2018

Аннотация. В работе разработана элементарная модель воздействия неоднородного внешнего магнитного поля на сверхпроводящий конденсат в тонкой пленке. Сформулирована и решена в диффузионном приближении микроскопической теории сверхпроводимости задача о критической амплитуде внешнего периодического магнитного поля. В рамках модели Гинзбурга – Ландау решена задача о критическом токе в тонкой пленке, находящейся в слабом внешнем периодическом магнитном поле. Объяснены температурные зависимости плотности критического тока, измеренные на структуре сверхпроводник/диэлектрик/ферромагнетик.

Ключевые слова: сверхпроводимость, тонкая пленка, неоднородное внешнее магнитное поле.

Abstract. The elementary model of the superconducting state of a thin film in the nonuniform external magnetic field is developed. In the diffusive limit of the superconductivity microscopic theory, the problem of the critical amplitude of the periodic external magnetic field has formulated and solved. In the frame of Ginzburg – Landau model, the critical current problem for the thin film in the weak periodic external magnetic field has solved. The critical current temperature dependencies of the superconductor/insulator/ferromagnet structure have clarified.

Keywords: superconductivity, thin film, nonuniform external magnetic field.

Doklady BGUIR. 2018, Vol. 118, No. 8, pp. 81-87
Superconducting film in the external periodic magnetic field
V.N. Kushnir, S.L. Prischepa

Введение

Направление «сверхпроводники (S) в неоднородном внешнем магнитном поле» сформировалось в результате интенсивных исследований двух взаимосвязанных проблем: (а) магнитный пиннинг абрикосовских вихрей (см. обзоры [1, 2]); (б) влияние полей рассеяния ферромагнетика (F) на сверхпроводимость тонкопленочных S/F гетероструктур и, в частности, на величину спин-вентильного и триплетного эффектов (см. обзоры [1–5]). Наиболее выразительный результат этих исследований – доказательство существования «спонтанной вихревой фазы», т. е. состояния сверхпроводника с флуктуирующим числом абрикосовских вихрей и антивихрей. Последовательное развитие названного направления подразумевает, в первую очередь, выбор элементарной модели неоднородного поля и, далее, исследование безвихревого и критического состояния сверхпроводника в этом поле. В качестве элементарной, наиболее естественно принять гармоническую модель, предложенную в [6]. В соответствии с ней компонента индукции внешнего магнитного поля B_z , ортогональная поверхности тонкой пленки, изменяется вдоль одной из планарных осей (OX) по закону $B_z = B(x, z) \approx B_0 \cos(\pi x/d)$. Модель является не только формальной. Действительно, периодическое поле вида $\mathbf{B}(x, z) = \mathbf{B}(x + 2d, z)$ с компонентами $B_x, 0, B_z$ может быть создано полосовой периодической доменной структурой с перпендикулярной магнитной анизотропией

с чередующимися знаками магнитных моментов полос шириной d [1, 2, 6–10]. (Вихревое состояние S-пленки в таком поле было рассмотрено в лондоновском приближении в работах [6–10].) Далее, если толщина S-пленки удовлетворяет условию $d_S \ll d$, зависимостью величины индукции от переменной z можно пренебречь (подразумевается, что полупериод d не больше глубины проникновения магнитного поля δ в сверхпроводник). Наконец, расчеты, проведенные в [11] для экспериментальной S/I/F структуры, показали, что на удалении от поверхности F-слоя порядка его толщины поле рассеяния ферромагнетика является «сглаженным»: в размагниченном (D) состоянии оно достаточно близко по форме к синусоидальному в направлениях OX и OY , в состоянии с планарной остаточной намагниченностью (IPR) аппроксимация гармонической функцией приемлема. (Непосредственно у F-слоя над доменными стенками профили распределения поля имеют скорее «импульсный» характер). Таким образом, при указанных условиях, которые ниже будут уточняться, гармоническая модель является корректной. В данной работе в рамках модели вначале решается задача о верхнем критическом поле, которая, очевидно, трансформируется в задачу о критической амплитуде $B_0 = B_{0c}(T)$; далее объясняются температурные зависимости плотности критического тока $J_c(T)$, измеренные для D и IPR состояний структуры S/I/F [11].

Критическая амплитуда магнитного поля

Критическое состояние сверхпроводимости тонкой пленки описываем линеаризованной системой уравнений Узаделя для аномальных функций Грина $F_n(\mathbf{r})$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) [12], которая, по принятии для вектор-потенциала $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ калибровки $(0, A(x), 0)$, редуцируется подстановкой $F_n(\mathbf{r}) = c_n e^{iky\xi} \Psi(x/\xi)$ (c_n – числа, k – параметр сверхтекучей скорости [13], ξ – длина когерентности диффузионного предела) к уравнению для функции $\Psi(x/\xi)$:

$$-\Psi''(\tau) + \left(k - \frac{B_0}{vB_2} \sin(v\tau) \right)^2 \Psi(\tau) = \varepsilon \Psi(\tau). \quad (1)$$

Здесь $\tau \equiv x/\xi$, $B_2 = \Phi_0/2\pi\xi^2$, где Φ_0 – квант магнитного потока; $v = \pi\xi/d$, а величина $\varepsilon(T)$ определена уравнением

$$\Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{\varepsilon T_s}{2T}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2}\right) = \ln\left(\frac{T_s}{T}\right), \quad (2)$$

где $\Psi(z)$ – дигамма-функция [14], а T_s – критическая температура изолированной пленки.

Уравнения (1) и (2) вместе с условием ограниченности функции $\Psi(\tau)$ составляют задачу о критической температуре, или, поскольку функция $\varepsilon(T)$ является монотонно убывающей, задачу о наименьшем собственном значении ε с дополнительной процедурой его минимизации по параметру k при каждом заданном значении B_0 и заданном v . Результатом ее решения является семейство фазовых кривых $B_{0c}(T)$, параметризованных величиной v . Выделим также семейство кривых $B_{0m}(T; k)$, соответствующих максимальной температуре при произвольном фиксированном значении параметра k .

Уравнение (1) принадлежит классу уравнений Хилла (при $k = 0$ оно редуцируется к уравнению Матье) и исследовано в деталях [15], поэтому здесь приводятся только основные результаты расчетов и их физическая трактовка.

Прежде всего, обратим внимание на специальный вид (1), который сразу позволяет выделить два предельных случая:

(А) При $v \rightarrow \infty$ ($d \rightarrow 0$) влияние магнитного поля исчезает.

(В) В асимптотике $d \rightarrow \infty$ ($v \rightarrow 0$) периодическая коэффициентная функция в (1) для любого $\tau \ll v^{-1}$ обращается в линейную. Это означает слияние зависимости $B_{0m}(T; k = 0)$ с характеристикой $B_{c2}(T)$ (верхнее критическое поле изолированной пленки). Точный расчет показывает, что асимптотическая область значений d , для которых характеристика $B_{0m}(T; k = 0)$ почти совпадает с таковой для пленки в однородном магнитном поле, оценивается соотношением $d \tau 2\pi\xi$ ($v \delta 0,5$). Между тем критические состояния сверхпроводимости в случаях однородного и гармонического поля отличаются существенно. А именно, d -периодические решения уравнения Матье, которые соответствуют полю $B_{0c}(T)$, означают,

что зародыши сверхпроводящей фазы образуются над каждым нулем вектор-потенциала, то есть в критической точке возникает решетка зародышей сверхпроводящей фазы.

Решения уравнения (1) со значением параметра сверхтекучей скорости $k = 0$ доставляют минимум величине ε (или максимум функции $B_{0m}(T; k)$) при значениях T , принадлежащих лишь непосредственной окрестности температуры T_s . В частности, для значения $d = 5\pi\xi$ ($d \sim 160$ нм при $\xi \sim 10$ нм) этой окрестностью является интервал $(0,96T_s, T_s)$. Вне непосредственной окрестности T_s характеристике $B_{0c}(T)$ соответствуют ненулевые значения параметра k , обозначим их $k_{max}(T; \nu)$ (заметим, что значения k_{max} почти совпадают с верхней границей интервала $(0, k_{supr})$, на котором существуют решения задачи о минимальном собственном значении ε). В качестве примера на рис. 1 приведены зависимости B_{0m} от параметра k , рассчитанные для ряда температур при $\nu = 0,2$ ($d = 5\pi\xi$), а также характеристика $B_{0c}(T)$, построенная по этим зависимостям.

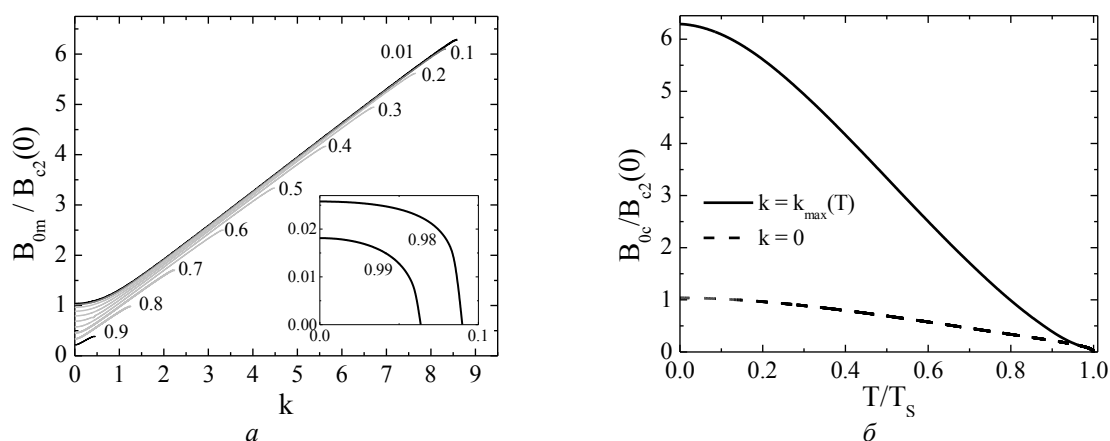


Рис. 1. Зависимости критической амплитуды периодического магнитного поля: a – от параметра сверхтекучей скорости (цифры рядом с кривыми указывают значения приведенной температуры $t = T/T_s$); b – от температуры

Обратим теперь внимание на эволюцию «конденсатной волновой функции» при движении вдоль кривой $B_{0m}(T; k)$, соответствующей некоторой фиксированной температуре. На рис. 2 показаны зависимости $\Psi(x)$, рассчитанные при $\nu = 0,2$ и $T = 0,92T_s$ (аналогичные кривые имеют место для всех температур).

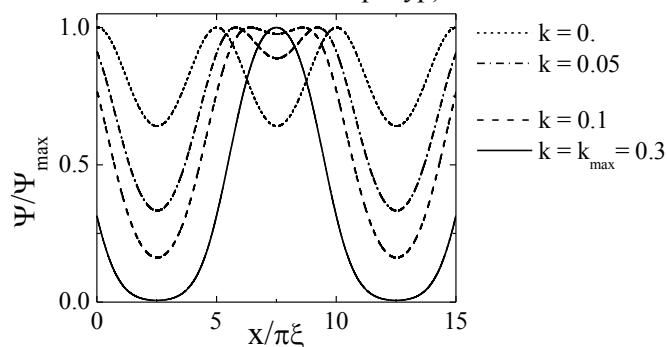


Рис. 2. Конденсатная волновая функция сверхпроводящей пленки в магнитном поле индукции $B_0(k)\cos(x/5\xi)$ для четырех значений параметра сверхтекучей скорости

Из рис. 2 видим, что как только параметр k становится отличным от нуля, волновая функция из d -периодической становится $2d$ -периодической (см. уравнение (1)). Далее, по мере увеличения параметра сверхтекучей скорости k и, соответственно, амплитуды $B_{0m}(T; k)$, происходит попарное сближение соседних максимумов волновой функции с нивелированием минимума между ними и углублением минимума между парами. Заметим при этом, что наибольшее подавление сверхпроводимости происходит в окрестностях наибольших градиентов магнитного поля. Критической точке k_{max} соответствует слияние пары соседних максимумов. С физической точки зрения при увеличении амплитуды магнитного поля

над величиной $B_{c2}(T)$ конденсат приобретает фазовый множитель $e^{iky/\xi}$ с соответствующим перераспределением сверхпроводящего тока, так чтобы минимизировать действие магнитного поля на сверхпроводящий зародыш; это – общее свойство неоднородной сверхпроводимости.

Критический ток тонкой пленки в периодическом магнитном поле

1. Анализируя экспериментальную структуру S/I/F [11], принимаем приближение однородного распределения конденсата по толщине S-пленки. Имея в виду, что $d_S \sim 2\xi_{GL0}$, где $\xi_{GL0} \equiv \xi_{GL}(T=0)$ – длина когерентности теории Гинзбурга – Ландау (ГЛ), рассмотрим, в первую очередь, возможность такого допущения. Для этого рассчитываем плотность критического тока изолированной S-пленки j_c (направленного вдоль оси OY), распределение создаваемого им магнитного поля B_x и конденсатную волновую функцию. В качестве примера на рис. 1 показан результат расчета, выполненного со значением $\kappa = (\delta/\xi_{GL}) = 10$ для $d_S = 4\xi_{GL}$.

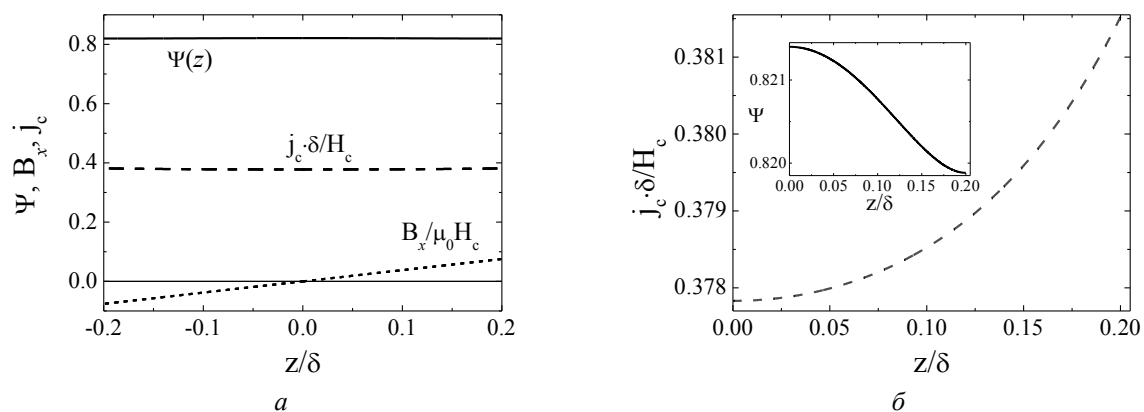


Рис. 3. Конденсатная волновая функция, плотность критического тока, индукция магнитного поля в S-пленке (а) и распределение тока и волновая функция (на вставке) в области значений $z > 0$ в увеличенном масштабе; H_c – термодинамическое критическое поле (б)

Из рисунка видим, что полное изменение конденсатной волновой функции составляет порядка 0,5 %; равным образом и плотность критического тока определяется классической формулой теории ГЛ. Этим подтверждается: (а) пассивная роль параллельного магнитного поля в формировании сверхпроводящего состояния тонкой пленки, (б) оправданность приближения однородного распределения конденсата для рассматриваемых толщин d_S . Отметим, что приведенные вычисления выполнены при условии, что пленка бесконечна в направлении оси OX , и, следовательно, краевой эффект не учитывается [13].

2. В силу вышесказанного можем записать выражение для безразмерной плотности тока J модели ГЛ в следующем виде:

$$J(\tau) = \kappa^2 \left(k - \frac{B_0}{v(T)B_{c2, GL}(T)} \sin(v(T)\tau) \right) \Psi^2(\tau). \quad (3)$$

Здесь плотность тока $j \equiv J/j_{sc}$ обезразмерена величиной $j_{sc} = B_{c2, GL}/(\mu_0 \xi_{GL})$; смысл величин τ , v , k тот же, что и в формуле (1), однако, в отличие от предыдущего раздела, в качестве масштабов для длин и магнитного поля использованы величины $\xi_{GL}(T)$ и $B_{c2, GL}(T) = \Phi_0/2\pi\xi_{GL}^2(T)$ соответственно.

Ассоциируя параметры модели с соответствующими эффективными параметрами поля рассеяния исследуемой структуры [11], получим, что масштабированная амплитуда $b_0(T) \equiv B_0/B_{c2, GL}(T)$ является величиной порядка нескольких сотых при нулевой температуре, а для величины v имеем оценку $v(0) = v_D(0) \sim 0,5$ для D-состояния ферромагнетика и $v(0) = v_{IPR}(0) \sim 0,25$ для IPR-состояния (см. рисунки профилей распределения полей рассеяния в работе [11]). Это означает, что почти во всей температурной области поле рассеяния слабо возмущает однородно распределенный ток. Его температурная зависимость, классический закон $j_c \sim (1 - T/T_c)^{3/2}$ [13], полученная в результате варьирования функционала ГЛ и максимизации тока по параметру k , вытекает непосредственно из (1) (при $b_0 = 0$) простым

учетом температурных зависимостей масштабов для длин и магнитного поля. Этот факт позволяет легко оценить температурную зависимость измеряемой средней плотности критического тока $\langle j \rangle$. Действительно, реализуем вариационный принцип для функционала ГЛ с пробной функцией $\tilde{\Psi}(\tau) = \psi_0 + (b_0/v)\psi_1 \sin(v\tau)$ (элемент, пропорциональный $\cos(v\tau)$, обращается в нуль тождественно). Подставляя найденные константы ψ_0, ψ_1 в выражение для J с последующей процедурой усреднения и, далее, максимизации $\langle J \rangle$ по параметру k , с точностью до третьего порядка по параметру (b_0/v) получим, перейдя к обычным единицам измерения, выражение

$$j_c(T) = j_0 \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{3/2} \left[1 - \varphi(v(T)) \left(\frac{b_0(0)}{v(0)}\right)^2 \left(1 - \frac{T}{T_c}\right) \right]. \quad (4)$$

В формуле (4) константа j_0 (экспериментальный параметр) есть плотность тока изолированной S-пленки при нулевой температуре, а положительная величина $\varphi(v(T))$ задана формулой $\varphi(v) = \sum_{n=0,1,2} a_n (v^2 + c_0^2)^{-n}$, где a_n и c_0 – числа порядка единицы. Учитывая, что $\varphi(v(T))$ является функцией ограниченного изменения на промежутке $T \in [0,1]$, а также малые значения параметра $v^2(0)$, можно принять $\varphi(v(T)) \approx \varphi_0 = \text{const}$.

В соответствии с (4) для относительной разности $\Delta j_c(T)$ критических токов $j_{c,D}(T)$ и $j_{c,IPR}(T)$, характеризующих соответственно D и IPR состояния рассматриваемой структуры S/I/F, имеем оценку $\Delta j_c(T)/j_{c,D}(T) \approx 3\varphi_0(b_0/v_D)^2(1 - T/T_c)$ (здесь учтено, что пространственные частоты связаны соотношением $v_D = 2v_{IPR}$). Результат фиттирования экспериментальных характеристик $j_c(T)$ двух состояний по формуле (4) показан на рис. 4.

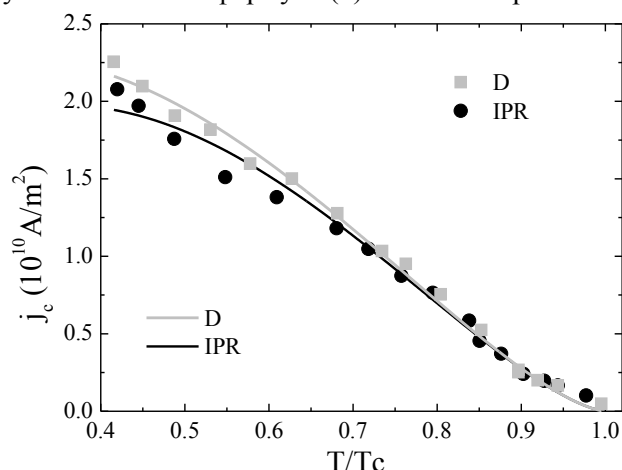


Рис. 4. Измеренные (символы) и рассчитанные по формуле (4) (линии) зависимости критического тока от температуры структуры S/I/F в D и IPR магнитных состояниях

Таким образом, элементарная модель поля рассеяния, представленная в формализме ГЛ, вполне убедительно объясняет на качественном уровне эффект слияния характеристик $j_{c,D}(T)$, $j_{c,IPR}(T)$ при температурах, близких к критической, и их разветвление при низких температурах. Количественное согласие теоретических зависимостей плотности критического тока с соответствующими экспериментальными характеристиками достигается реализацией элементарной модели в формализме уравнений Узаделя, что, с учетом вышеизложенного, очевидно, поскольку в этом случае экспериментальные данные воспроизводятся с малой погрешностью уже в нулевом приближении [11]; количественный анализ токовых экспериментальных характеристик структуры S/I/F будет выполнен в другой работе.

Заключение

В статье рассмотрена тонкая пленка сверхпроводника во внешнем магнитном поле, изменяющемся в пленке по гармоническому закону. Рассчитаны температурные зависимости критической амплитуды магнитного поля (в формализме уравнений Узаделя), плотности

критического тока (в рамках модели Гинзбурга – Ландау). На основе гармонической модели поля рассеяния ферромагнетика объяснены экспериментальные зависимости критического тока от температуры, измеренные для структуры сверхпроводник/диэлектрик/ферромагнетик .

Список литературы

1. Lyuksyutov I.F., Pokrovsky V.L. Ferromagnet-superconductor hybrids // *Adv. Phys.* 2005. Vol. 54, No. 1. P. 67–136.
2. Nucleation of superconductivity and vortex matter in superconductor-ferromagnet hybrids / A.Yu. Aladyshkin [et al.] // *Supercond. Sci. Technol.* 2009. Vol. 22. P. 053001(1-48).
3. Buzdin A.I. Proximity effects in superconductor-ferromagnet heterostructures // *Rev. Mod. Phys.* 2005. Vol. 77, No. 3. P. 935–976.
4. Basic superconducting spin valves / V.N. Kushnir [et al.] // *Functional Nanostructures and Metamaterials for Superconducting Spintronics (From Superconducting Qubits to Self-Organized Nanostructures)*. Springer Series NanoScience and Technology. 2018. Vol. 1. P. 1–29.
5. Basic superconducting spin valves / L.R. Tagirov [et al.] // *Functional Nanostructures and Metamaterials for Superconducting Spintronics (From Superconducting Qubits to Self-Organized Nanostructures)*. Springer Series NanoScience and Technology. 2018. Vol. 1. P. 31–47.
6. Domain-wall superconductivity in hybrid superconductor-ferromagnetic structures / A.Yu. Aladyshkin [et al.] // *Phys. Rev. B.* 2003. Vol. 68. P. 184508(1–7).
7. Bulaevskii L.N., Chudnovsky E.M., Maley E.P. Magnetic pinning in superconductor-ferromagnet multilayers // *Appl. Phys. Lett.* 2000. Vol. 76, No. 18. P. 2594–2596.
8. Bulaevskii L.N., Chudnovsky E.M. Ferromagnetic Film on a Superconducting Substrate // *Phys. Rev. B.* 2000. Vol. 63. P. 012502(1–3).
9. Bespyatykh Yu.I., Wasilevski W. The spontaneous formation of a vortex structure in a type II superconductor-ferromagnet bilayer // *Phys. Solid State.* 2001. Vol. 43, No 2. P. 224–230.
10. Pinning of vortices by the domain structure in a two-layered type II superconductor-ferromagnet system / Yu.I. Bespyatykh [et al.] // *Phys. Solid State.* 2001. Vol. 43, No 10. P. 1827–1833.
11. Кушнир В.Н., Прищепа С.Л. Критический ток и магнитные поля рассеяния в структурах сверхпроводник/ферромагнетик // *Вестн. Фонда фундам. исследований.* 2016. № 1. С. 65–81.
12. Usadel K.D. Generalized diffusion equation for superconducting alloy // *Phys. Rev. Lett.* 1970. Vol. 25, No. 8. P. 507–509.
13. Campbell A.M., Evetts J.E. Critical currents in superconductors. London: Taylor and Francis, 1972. 243 p.
14. Handbook of Mathematical Functions / ed. by M. Abramowitz and I. A. Stegun. U.S. GPO, Washington, D.C.: Natl. Bur. Stand. Appl. Math. Ser. No. 55. 1965. 1046 p.
15. Yakubovich V.A., Starzhinskii V.M. Linear differential equations with periodic coefficients. Vol. 1. NY: John Wiley & Sons, 1975. 386 p.

References

1. Lyuksyutov I.F., Pokrovsky V.L. Ferromagnet-superconductor hybrids // *Adv. Phys.* 2005. Vol. 54, No. 1. P. 67–136.
2. Nucleation of superconductivity and vortex matter in superconductor-ferromagnet hybrids / A.Yu. Aladyshkin [et al.] // *Supercond. Sci. Technol.* 2009. Vol. 22. P. 053001(1-48).
3. Buzdin A.I. Proximity effects in superconductor-ferromagnet heterostructures // *Rev. Mod. Phys.* 2005. Vol. 77, No. 3. P. 935–976.
4. Basic superconducting spin valves / V.N. Kushnir [et al.] // *Functional Nanostructures and Metamaterials for Superconducting Spintronics (From Superconducting Qubits to Self-Organized Nanostructures)*. Springer Series NanoScience and Technology. 2018. Vol. 1. P. 1–29.
5. Basic superconducting spin valves / L.R. Tagirov [et al.] // *Functional Nanostructures and Metamaterials for Superconducting Spintronics (From Superconducting Qubits to Self-Organized Nanostructures)*. Springer Series NanoScience and Technology. 2018. Vol. 1. P. 31–47.
6. Domain-wall superconductivity in hybrid superconductor-ferromagnetic structures / A.Yu. Aladyshkin [et al.] // *Phys. Rev. B.* 2003. Vol. 68. P. 184508(1–7).
7. Bulaevskii L.N., Chudnovsky E.M., Maley E.P. Magnetic pinning in superconductor-ferromagnet multilayers // *Appl. Phys. Lett.* 2000. Vol. 76, No. 18. P. 2594–2596.
8. Bulaevskii L.N., Chudnovsky E.M. Ferromagnetic Film on a Superconducting Substrate // *Phys. Rev. B.* 2000. Vol. 63. P. 012502(1–3).
9. Bespyatykh Yu.I., Wasilevski W. The spontaneous formation of a vortex structure in a type II superconductor-ferromagnet bilayer // *Phys. Solid State.* 2001. Vol. 43, No 2. P. 224–230.

10. Pinning of vortices by the domain structure in a two-layered type II superconductor-ferromagnet system / Yu.I. Bespyatykh [et al.] // Phys. Solid State. 2001. Vol. 43, No 10. P. 1827–1833.
11. Kushnir V.N., Prischepa S.L. Kriticheskiy tok i magnitnie polya rasseyaniya v strukturah sverhprovodnik/ferromagnetik // Vestn. Fonda fundam. issledovaniy. 2016. № 1. S. 65–81. (in Russ.)
12. Usadel K.D. Generalized diffusion equation for superconducting alloy // Phys. Rev. Lett. 1970. Vol. 25, No. 8. P. 507–509.
13. Campbell A.M., Evetts J.E. Critical currents in superconductors. London: Taylor and Francis, 1972. 243 p.
14. Handbook of Mathematical Functions // ed. by M. Abramowitz and I. A. Stegun. U.S. GPO, Washington, D.C.: Natl. Bur. Stand. Appl. Math. Ser. No. 55. 1965. 1046 p.
15. Yakubovich V.A., Starzhinskii V.M. Linear differential equations with periodic coefficients. Vol. 1. NY: John Wiley & Sons, 1975. 386 p.

Сведения об авторах

Кушнир В.Н., д.ф.-м.н., ведущий научный сотрудник НИЛ 5.3 Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

Прищепа С.Л., д.ф.-м.н., профессор, профессор кафедры защиты информации Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,
г. Минск, ул. П. Бровки, 6,
Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники
тел. +375-17-293-39-93;
e-mail: vnkushnir@gmail.com
Кушнир Василий Николаевич

Information about the authors

Kushnir V.N., D.Sci, leading researcher of SRL 5.3 of R&D department of Belarussian state university of informatics and radioelectronics.

Prischepa S.L., D.Sci, professor, full professor of information security department of Belarussian state university of informatics and radioelectronics.

Address for correspondence

220013, Republic of Belarus,
Minsk, P. Brovka st., 6,
Belarusian state university
of informatics and radioelectronics
tel. +375-17-293-39-93;
e-mail: vnkushnir@gmail.com
Kushnir Vasilii Nikolayevich